



HIDRÁULICA DE CANALES

PROBLEMAS RESUELTOS

Máximo Villón Béjar

Lima - Perú

1. Se tiene un túnel con una sección transversal como se muestra en la figura 1. Determinar A, p, R, T.

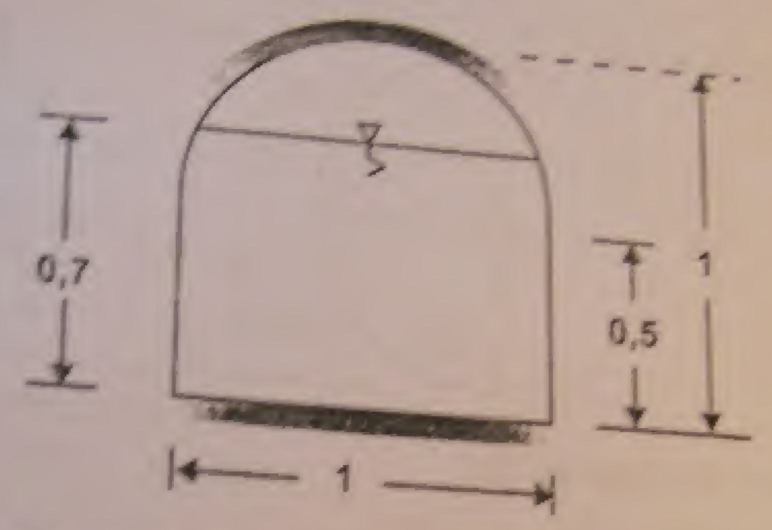
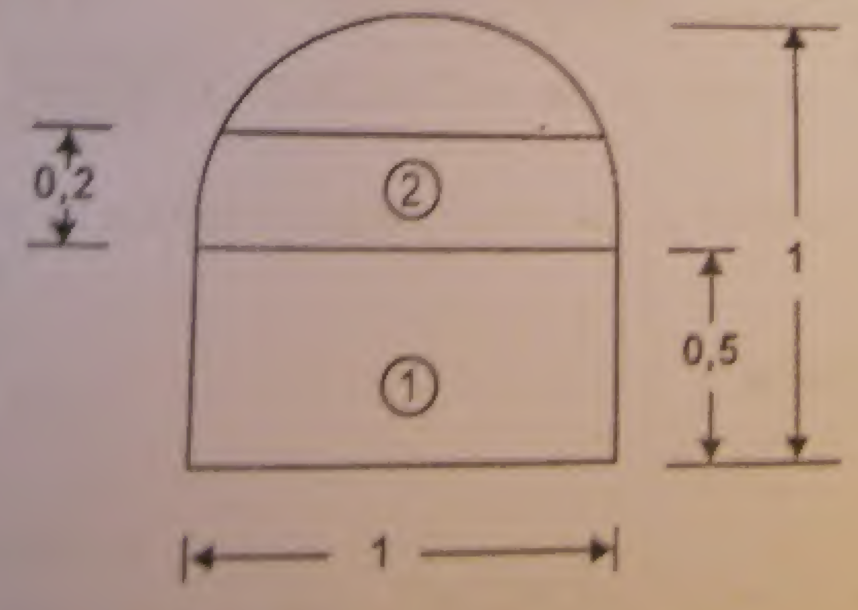


Figura 1. Sección transversal del túnel

Solución

Se pide: A, p, R, T

1. Descomponiendo la sección transversal en 2 áreas parciales, se tiene:



2. Cálculo de A_1, p_1:

1. Se tiene un túnel con una sección transversal como se muestra en la figura 1. Determinar *A*, *p*, *R*, *T*.

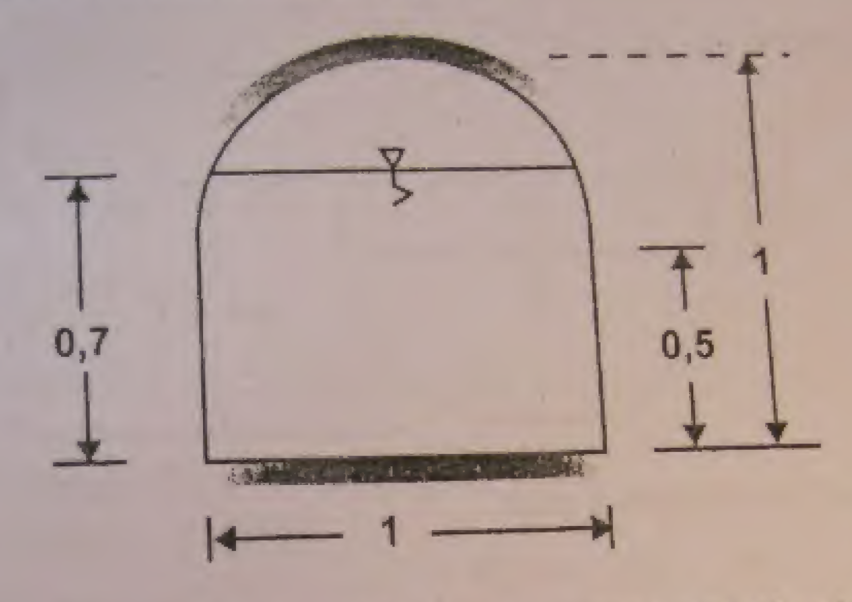
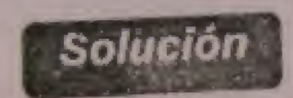
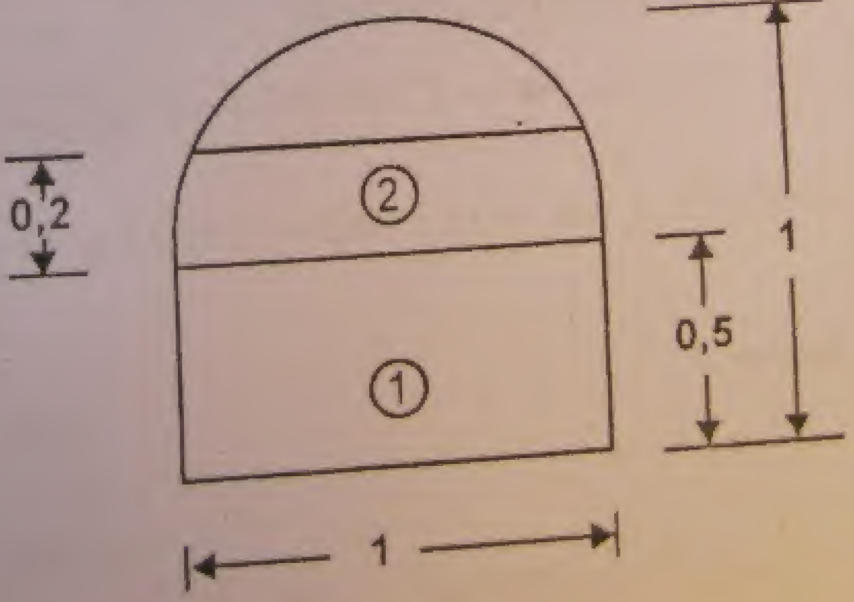


Figura 1. Sección transversal del túnel



Se pide: A, p, R, T

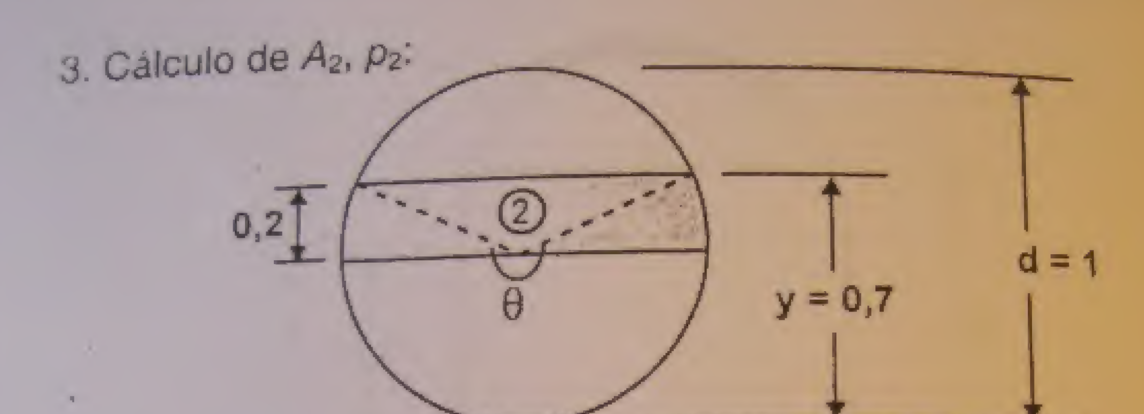
1. Descomponiendo la sección transversal en 2 áreas parciales, tiene:



2. Cálculo de A_1, p_1:

$$A_1 = 1 \times 0.5 = 0.5 m^2$$
$$p_1 = 1 + 2 \times 0.5 = 2 m$$

3. Cálculo de A_2, p_2:



De la figura se observa que:

$$A_2 = A_{●} - A_{▼} \quad \ldots (1)$$

4. Cálculo de $A_{●}$:
Para $y = 0.7$, $d = 1$, se tiene:

$$\frac{y}{d} = \frac{0.7}{1} = 0.7$$

Para esta relación, de la tabla 1.3 del Manual Practico para el Diseño de Canales (MPPDC), se tiene:

$$\frac{A}{d^2} = 0.5872 \rightarrow A_{●} = 1^2 \times 0.5872 = 0.5872\, m^2 \quad \ldots (2)$$

$$\frac{p}{d} = 1.9823 \rightarrow p_{●} = 1 \times 1.9823 = 1.9823\, m \quad \ldots (3)$$

5. Cálculo de $A_{▼}$:

$$A_{▼} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$A_{▼} = \frac{1}{2} \pi 0.5^2 = 0.3927 m^2 \quad \ldots (4)$$

6. Sustituyendo (2) y (4) en (1), se tiene:

$$A_2 = 0.5872 - 0.3927$$
$$A_2 = 0.1945 m^2$$

7. Cálculo de p_2

$$p_2 = p_{\bullet} - p_{\blacktriangledown} \quad \ldots (5)$$
$$p_{\blacktriangledown} = \frac{1}{2} 2\pi r$$
$$p_{\blacktriangledown} = \pi \times 0.5 = 1.5708 m \quad \ldots. (6)$$

luego, sustituyendo (3) y (6) en (5), se tiene:

$$p_2 = 1.9823 - 1.5708$$
$$p_2 = 0.4115\, m$$

8. Cálculo de A:

$$A = A_1 + A_2$$
$$A = 0.5 + 0.1945$$
$$A = 0.6945 \text{ m}^2$$

9. Cálculo de p:

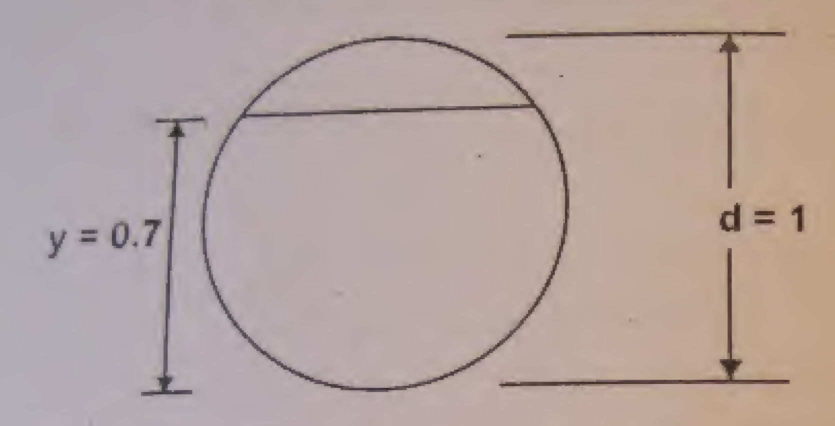
$$p = p_1 + p_2$$
$$p = 2 + 0.4115$$
$$p = 2.4115 \text{ m}$$

10. Cálculo de R:

$$R = \frac{A}{P}$$
$$R = \frac{0.6945}{2.4115}$$
$$R = 0.2880 \text{ m}$$

11. Cálculo de T:
De la ecuación:

$$T = 2\sqrt{y(D-y)}$$



Para los valores de la figura, se tiene:

$$T = 2\sqrt{0.7(1-0.7)}$$

$$T = 0.9165 \text{ m.}$$

$\therefore$ $A = 0.6945 \text{ m}^2$

$p = 2.4115 \text{ m}$

$R = 0.2880 \text{ m}$

$T = 0.9165 \text{ m}$

2. Se tiene una alcantarilla cuadrada, instalada como se muestra en la figura 2. Si el lado del cuadrado es de 1 m, calcular, A, p, R y T cuando el tirante es de 1.2 m.

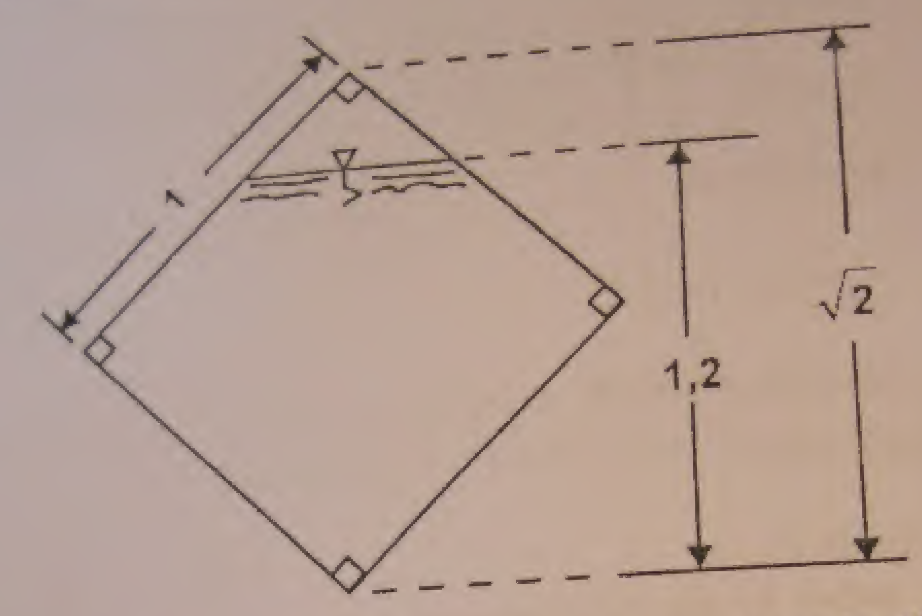
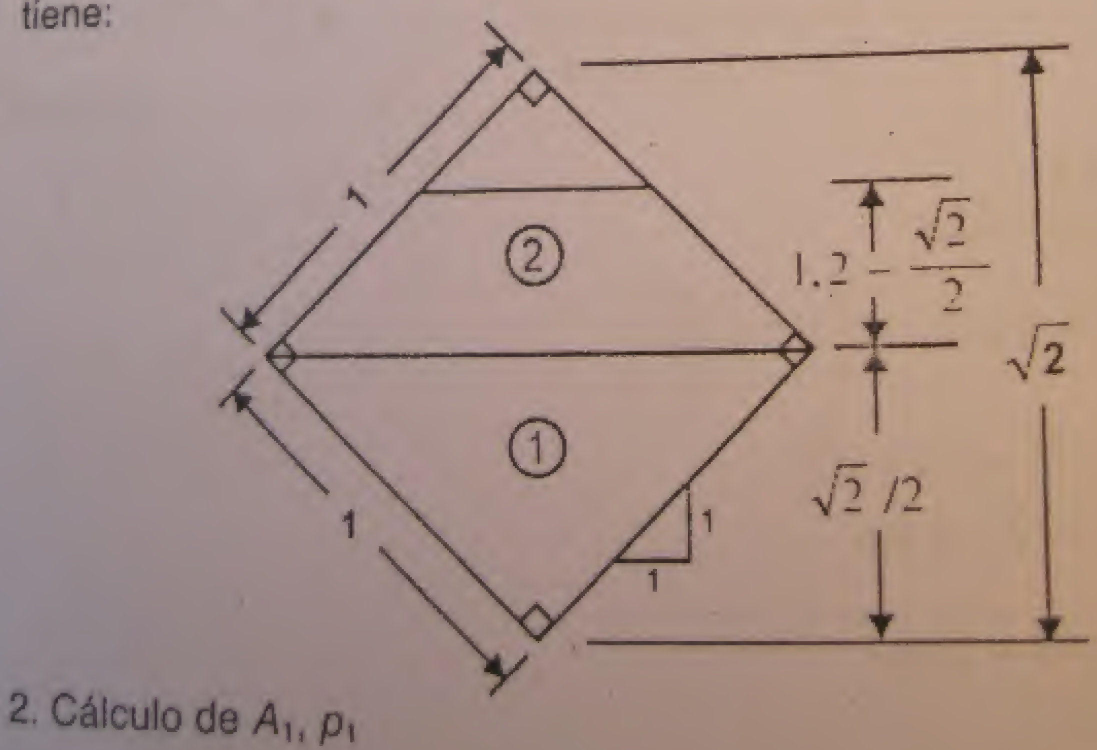


Figura 2. Sección transversal de una alcantarilla

Solución

Se pide: A, p, R, T

1. Descomponiendo la sección transversal en 2 áreas parciales, se tiene:



2. Cálculo de A_1, p_1

$$A_1 = Zy^2$$

$$A_1 = 1 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$A_1 = 0.5 \text{ m}^2$$

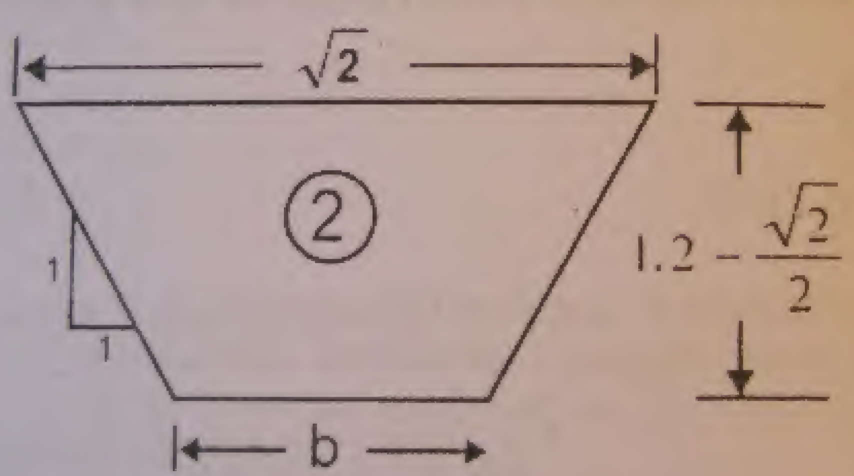
$$p_1 = 2y\sqrt{1+Z^2}$$

$$p_1 = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2}$$

$$p_1 = 2 \text{ m}$$

3. Cálculo de A_2, p_2:

Girando sobre el eje horizontal la parte ②, se puede representar como:



Cálculo de b:

$$T = b + 2Zy$$

$$\sqrt{2} = b + 2 \times 1 \times \left(1.2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$b = \sqrt{2} - 2.4 + \sqrt{2}$$

$$b = 2\sqrt{2} - 2.4m$$

$$A_2 = (b + Zy)y$$

$$A_2 = \left(2\sqrt{2} - 2.4 + 1 \times \left(1.2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)\left(1.2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$A_2 = \left(\frac{3}{2}\sqrt{2} - 1.2\right)\left(1.2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$A_2 = 0.4514\ m^2$

$p_2 = 2\sqrt{1+Z^2}\,y$ (no se considera b, puesto que para la figura esto no forma parte del perímetro)

$$p_2 = 2\sqrt{2}\left(1.2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$p_2 = 1.3941$ m.

4. Cálculo de T

Hay que notar para el área ②, b, representa el espejo de agua es decir:

$T = b = 2\sqrt{2} - 2.4$

$T = 0.4284$ m

5. Cálculo de A, p y R

$A = A_1 + A_2$

$A = 0.5 + 0.4514$

$A = 0.9541\ m^2$

$p = p_1 + p_2$

$p = 2 + 1.3941$

$p = 3.3941$ m

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{0.9541}{3.3941}$$

$R = 0.2841$ m

$$\therefore A = 0.9541m^2$$
$$p = 3.3941m$$
$$R = 0.2841m$$
$$T = 0.4284m$$

3. Calcular (por suma de áreas y perímetros parciales) A, p, T, R, $\bar{y}$, de un túnel cuya sección transversal es de herradura, como se muestra en figura 3.

Se sabe que el radio es de 2 m y el tirante de agua 3 m.

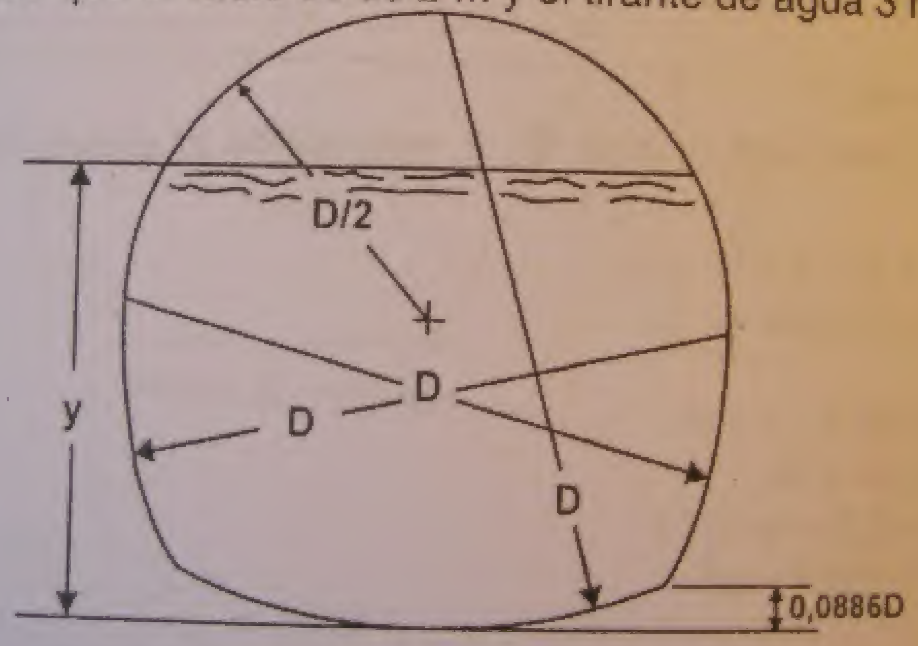


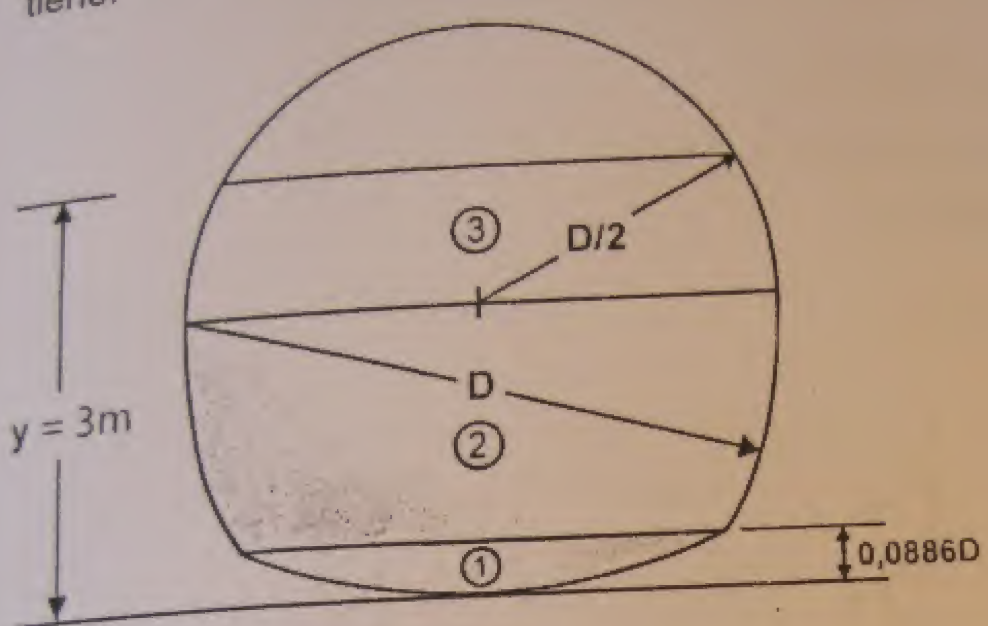
Figura 3. Sección transversal de un túnel

Solución

Datos:
$r = 2$ m
$y = 3$ m

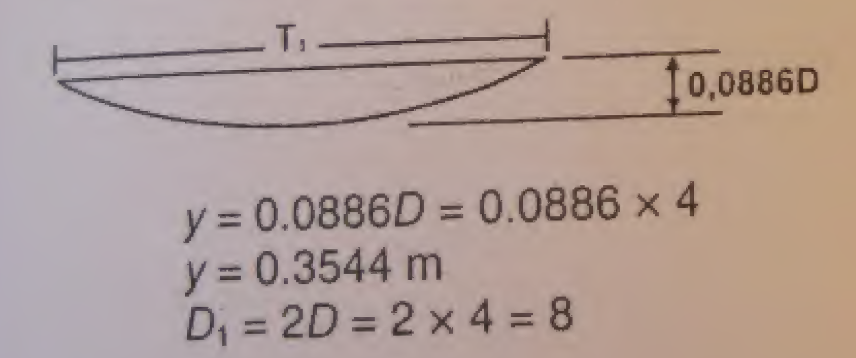
Se pide:
$A, p, R, T, \bar{y}$

1. Descomponiendo el área transversal en 3 áreas parciales, se tiene:



donde: $r = 2\text{m}$ ó $D = 4\text{m}$

2. Cálculo de A_1, p_1 y T_1:



$$y = 0.0886D = 0.0886 \times 4$$
$$y = 0.3544 \text{ m}$$
$$D_1 = 2D = 2 \times 4 = 8$$

De la relación:

$$\frac{y}{D_1} = \frac{0.3544}{8} = 0.0443$$

Para esta relación de la tabla 1.3 del MPPDC, se obtiene:

$$\frac{A_1}{D_1^2} = 0.0126 \quad \text{(valor promedio, para 0.04 y 0.05)}$$

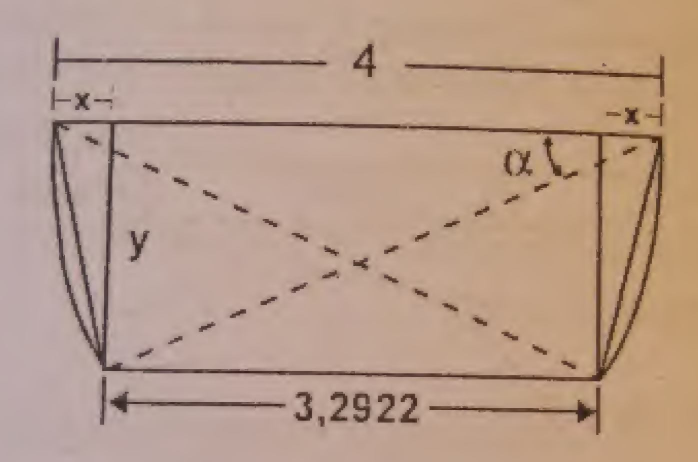
$$A_1 = 8^2 \times 0.0126 = 0.8064 \text{ m}^2$$

$$\frac{p_1}{D_1} = 0.4269$$ (valor promedio para 0.04 y 0.05)

$p_1 = 8 \times 0.4269 = 3.4148$ m

$$T_1 = 2\sqrt{y_1(D_1 - y_1)}$$
$$T_1 = 2\sqrt{0.3544(8 - 0.3544)}$$
$T_1 = 3.2922$ m

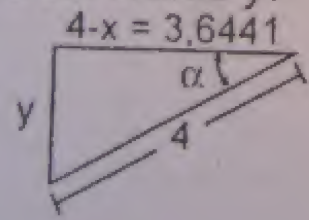
3. Cálculo de A_2, p_2



Cálculo de x:

$$x = \frac{4 - 3.2922}{2} = 0.3539$$

Cálculo del tirante y:



Utilizando el teorema de Pitágoras, se tiene:

$$y = \sqrt{4^2 - 3.6441^2}$$
$y = 1.6450$ m

Cálculo de α :

$$tg\alpha = \frac{y}{3.6441}$$
$$tg\alpha = \frac{1.6450}{3.6441}$$
$$tg\alpha = 0.4514$$
$$\alpha = 24.2948^{\circ}$$

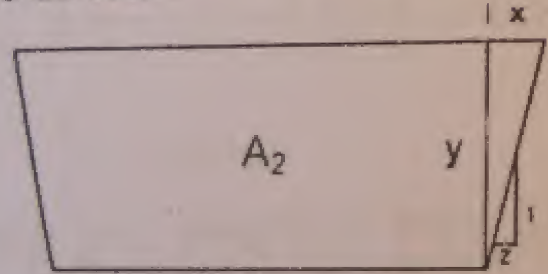
De la figura, se observa que:

A2 = A▼ +2A/
A/ = A◆ – A◥

luego:

A2 = A▼ + 2 A◆ – 2A◥ ... (1)

Cálculo de A▼:



$$Z = \frac{x}{y} = \frac{0.3539}{1.6450}$$
$$Z = 0.2151$$

A▼ = (b +Z y) y
A▼ = (3.2922 + 0.2151 × 1.6450)1.6450
A▼ = 5.9978 m²

Cálculo de A◆
El área de un sector circular, para un ángulo α en grados, es:

$$A◆ = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$$

donde $r = 4$, luego:

$$A◆ = \frac{\pi \times 4^2 \times 24.2948}{360}$$

$$A◆ = 3.3922 \text{ m}^2$$

El área del ◸ de la figura es:

$$A◥ = \frac{1}{2} \times 4 \times 1.6450$$

$$A◥ = 3.29 \text{ m}^2$$

luego, sustituyendo valores en (1), resulta:

$$A_2 = 5.9978 + 2 \times 3.3922 - 2 \times 3.29$$

$$A_2 = 6.2022 \text{ m}^2$$

$$p_2 = 2p◆$$

El perímetro de un sector circular, para un ángulo α en grados, es:

$$p◆ = \frac{\pi r \alpha}{180}$$

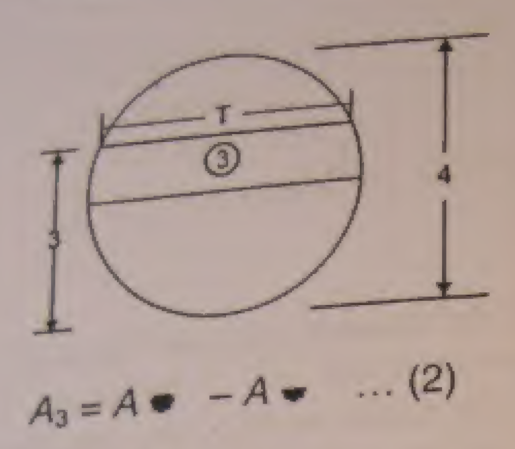
donde $r = 4$, luego:

$$p_2 = \frac{2 \times \pi r \alpha}{180}$$

$$p_2 = \frac{2 \times \pi \times 4 \times 24.2948}{180}$$

$$p_2 = 3.3922 \text{ m}$$

4. Cálculo de A_3, p_3 y T



$$A_3 = A_{\bullet} - A_{\blacktriangledown} \quad \ldots (2)$$

Para la relación:

$$\frac{y}{D} = \frac{3}{4} = 0.75$$

De la tabla 1.3 del MPPDC, se tiene:

$$\frac{A}{D^2} = 0.6318$$

$$A_{\bullet} = 4^2 \times 0.6318 = 10.1088 \text{ m}^2$$

$$\frac{p}{D} = 2.0944$$

$$p_{\bullet} = 4 \times 2.0944 = 8.3776 \text{ m}$$

$$A_{\blacktriangledown} = \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$A_{\blacktriangledown} = \frac{1}{2}\pi \times 2^2$$

$$A_{\blacktriangledown} = 6.2832 \text{ m}$$

$$p_{\blacktriangledown} = \pi r$$

$$p_{\blacktriangledown} = \pi \times 2 = 6.2832 \text{ m}$$

$$T = 2\sqrt{y(D-y)}$$

$$T = 2\sqrt{3(4-3)}$$

$$T = 3.4641\ m$$

luego, sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$A_3 = 10.1088 - 6.2832$$
$$A_3 = 3.8256\ m^2$$

$$p3 = p_{\bullet} - p_{\blacktriangledown}$$
$$p_3 = 8.3776 - 6.2832$$
$$p_3 = 2.0944\ m$$

5. Cálculo de A, p, R y $\bar{y}$

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$
$$A = 0.8064 + 6.2022 + 3.8256$$
$$A = 10.8342\ m^2$$

$$p = p_1 + p_2 + p_3$$
$$p = 3.4148 + 3.3922 + 2.0944$$
$$p = 8.9014\ m$$

$$R = \frac{A}{p}$$

$$R = \frac{10.8342}{8.9014}$$

$$R = 1.2171$$

$$\bar{y} = \frac{A}{T}$$

$$\bar{y} = \frac{10.8342}{3.4641}$$

$$\bar{y} = 3.1276\ m$$

$\therefore A = 10.8342$ m2
$p = 8.9014$ m
$T = 3.4641$ m
$\bar{y} = 3.1276$ m

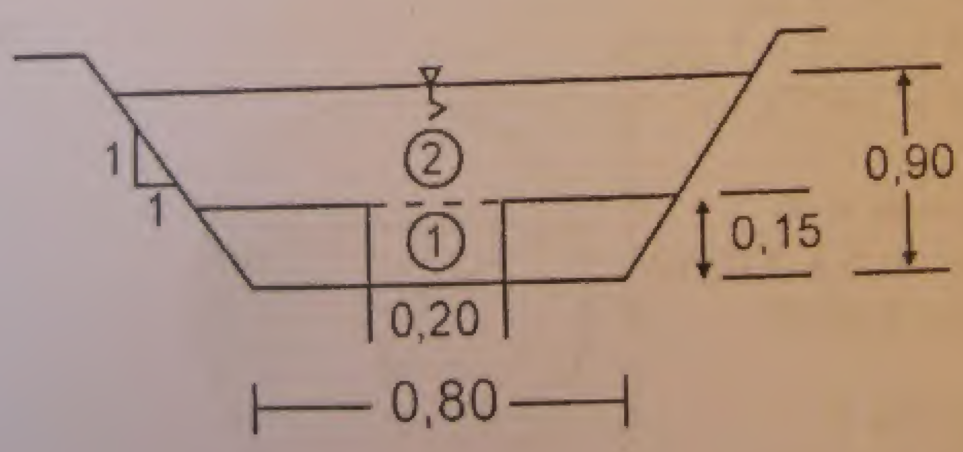
4. Un canal de sección trapezoidal tiene un ancho de solera de 0,80 m y un talud 1. En cierta sección de su perfil longitudinal, se construye una sobre elevación de 0,15 m, pero se deja una abertura de 0,20 m para evitar que el agua se empoce, cuando se efectúa la limpieza del canal.
Calcular *A*, *p*, *T* y *R* si el tirante es de 0,90 m.

Solución

Datos:
$b = 0{,}8$ m
$Z = 1$
sobre elevación = 0,15 m
abertura = 0,20 m

Se pide:
A, *p*, *R*, *T*

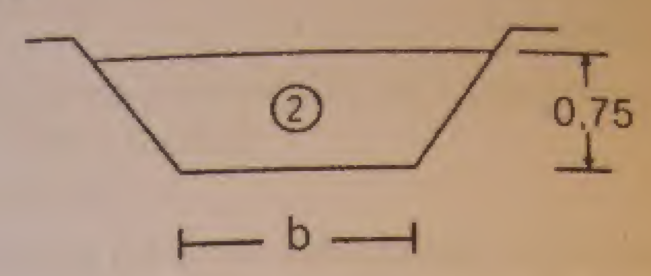
1. Descomponiendo la sección transversal en dos áreas parciales, se tiene:



2. Cálculo de A_1, p_1

$$A_1 = 0.20 \times 0.15 = 0.03 \text{ m}^2$$
$$p_1 = 0.20 + 2 \times 0.15 = 0.5 \text{ m}$$

3. Cálculo de A_2, p_2



Cálculo de b

$$b = 0.8 + 2 \times 1 \times 0.15$$
$$b = 1.1 \text{ m}$$

Cálculo A_2

$$A_2 = (b + Zy)\, y$$
$$A_2 = (1.1 + 1 \times 0.75) \times 0.75$$
$$A_2 = 1.3875 \text{ m}^2$$

Cálculo p_2

$$p_2 = b - 0.20 + 2\sqrt{1 + Z^2}\; y$$
$$p_2 = 1.1 - 0.2 + 2\sqrt{2} \times 0.75$$
$$p_2 = 3.0213 \text{ m}$$

4. Cálculo de A y p

$$A = A_1 + A_2$$
$$A = 0.03 + 1.3875$$
$$A = 1.4175 \text{ m}^2$$

$$p = p_1 + p_2$$
$$p = 0.5 + 3.0213$$
$$p = 3.5213$$

5. Cálculo de T

$$T = \text{b} + 2Zy$$
$$T = 0.8 + 2 \times 1 \times 0.90$$
$$T = 2.6 \text{ m}$$

6. Cálculo de R

$$R = \frac{A}{p}$$

$$R = \frac{1.4175}{3.5213}$$

$$R = 0.4026$$

$\therefore$ $A = 1.4175\ m^2$

$p = 3.5213$ m

$R = 0.4026$ m

$T = 2.6$ m

5. Un canal de sección circular de diámetro 5 m, conduce un caudal de 17 m^3/s, con una velocidad de 1,5 m/s. Indicar cuál es el tirante.

Solución

Datos:

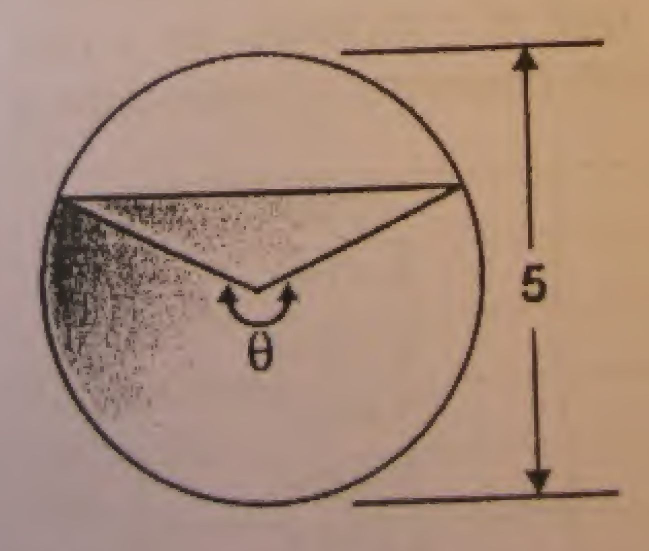
$D = 5$ m

$Q = 17\ m^3/s$

$v = 1,5$ m/s

Se pide:

y



1. Cálculo del área

De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$Q = v\,A$$

$$A = \frac{Q}{v}$$

$$A = \frac{17}{1.5} = 11.3333\ m^2$$

2. Cálculo de θ

De la formula del área, se tiene:

$$A = \frac{1}{8}(\ \theta\text{-sen}\,\theta)\ D^2$$

$$\theta\text{-sen}\ \theta = \frac{8A}{D^2} \qquad (\theta \text{ en radianes})$$

Para trabajar en grados, se multiplica θ por el factor 0.0175, luego se tiene que:

$$0.0175\theta\ \text{- sen}\,\theta = \frac{8A}{D^2} \quad (\theta \text{ en grados})$$

$$0.0175\theta\ \text{- sen}\,\theta = \frac{8 \times 11.3333}{25}$$

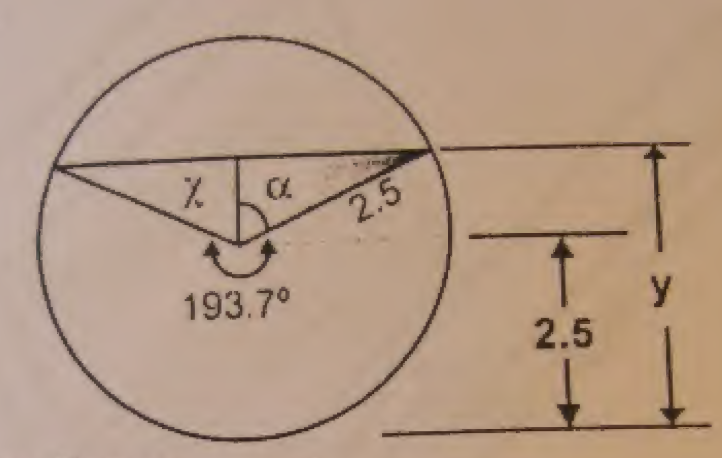
$$f(\theta) = 0.0175\theta\ \text{- sen}\ \theta = 3.6267$$

Este tipo de ecuación se resuelve por tanteo, para esto se dan valores a θ hasta que el resultado de $f\ (\theta)$ sea igual o muy aproximado, al segundo miembro, en este caso a 3.6267

Q	$f(\theta)$
300	6.1160
270	5.7250
200	3.8420
190	3.4986
195	3.6713
193	3.6025

194	3.6369
193.5	3.6197
193.6	3.6231
193.7	3.6266
193.71	3.6269

$\therefore\ \theta = 193.7^{\circ}$



3. De la figura, se tiene:

$$y = 2.5 + x \quad \ldots (1)$$

donde:

$$\cos\ \alpha = \frac{x}{2.5}$$

$$x = 2.5 \times \cos\ \alpha \quad \ldots (2)$$

además:

$$\alpha = \frac{360 - 193.7}{2}$$

$$\alpha = 83.15^{\circ}$$

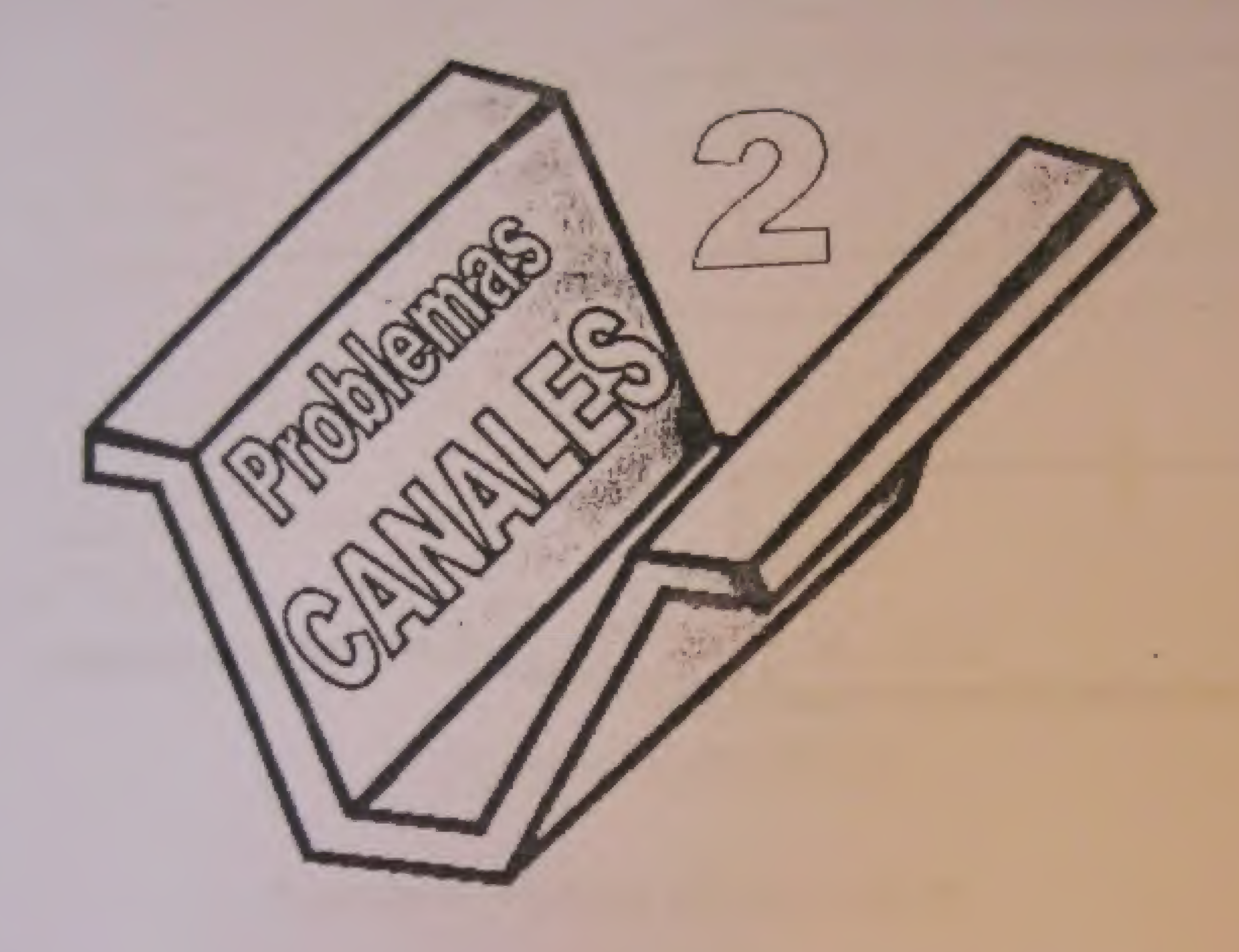
4. Sustituyendo en (2), se tiene:

$$x = 2.5 \times \cos\ (83.15^{\circ})$$

$$x = 2.5 \times 0.1193$$

$$x = 0.2982\ \text{m}$$

luego, en (1), se tiene:



Ecuaciones básicas

6. En un canal que conduce un caudal de 9 m^3/s; existe una transición de salida, que sirve para unir una sección rectangular con una trapezoidal, cuyas dimensiones se muestran en la figura 4.

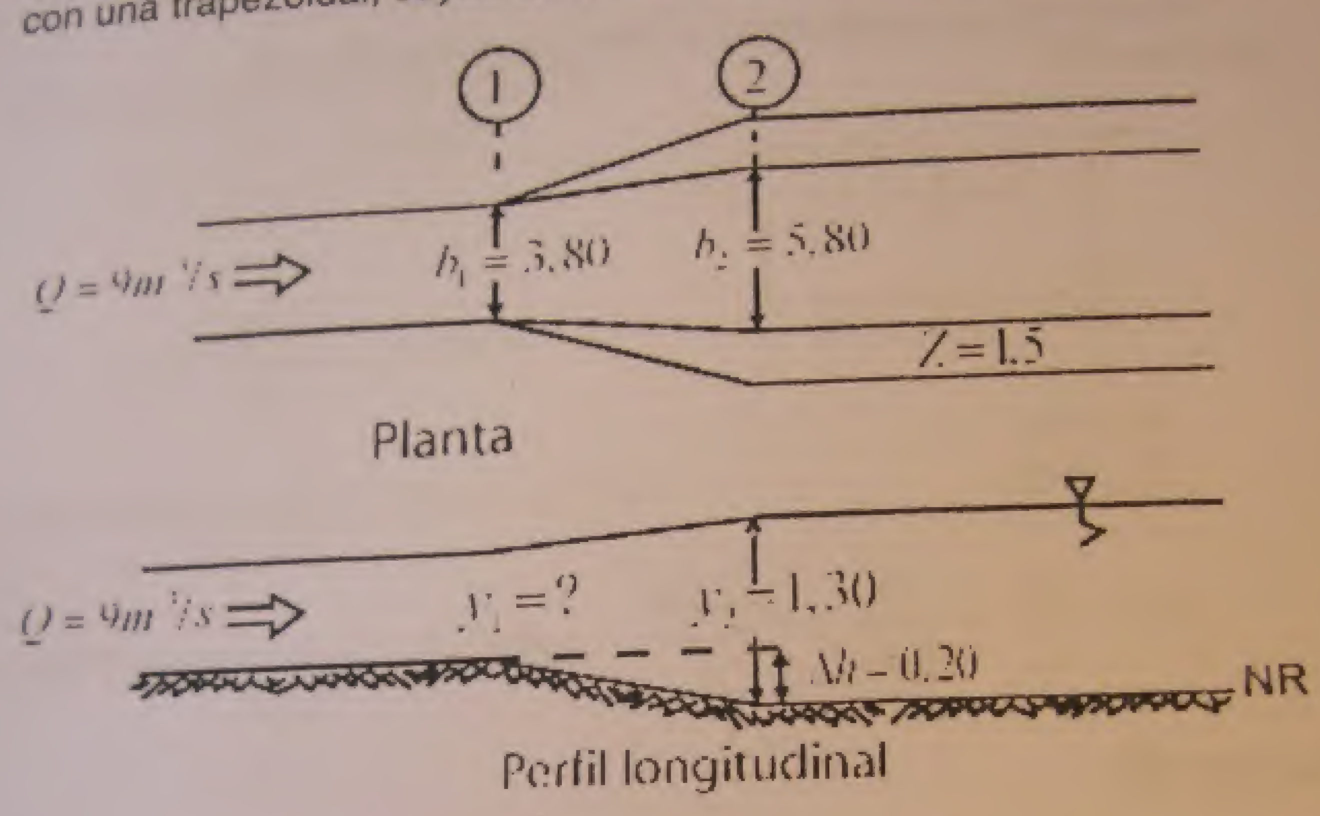


Figura 4. Tramo de un canal

Indicar cuál es la velocidad en la sección rectangular.
Considerar que las pérdidas entre la sección ① y ② es solo por transición, siendo la fórmula para su cálculo:

$$h_{f1-2} = 0.3\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

Solución

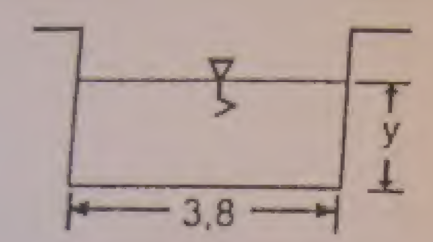
Datos:
Q = 9 m^3/s
Sección rectangular:
b_1 = 3,80 m
Sección trapezoidal:

Se pide:
v_1

$y = 1,3$ m
$b_2 = 5,80$ m
$Z = 1,5$

1. Cálculo de los parámetros en las secciones ① y ②

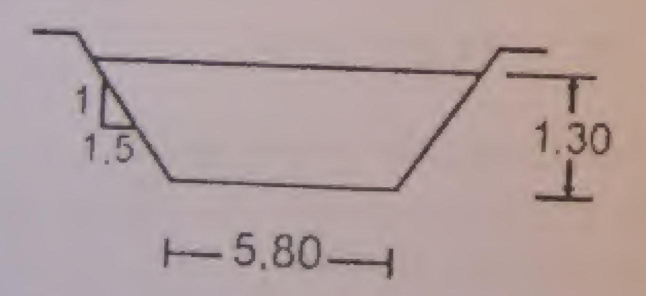
Sección ①:



$A_1 = by$
$A_1 = 3.8y$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{9}{3.8y} = \frac{2.3684}{y} \quad \ldots (1)$$

Sección ②:



$A_2 = (b + Zy)\, y$
$A_2 = (5.8 + 1.5 \times 1.30)\, 1.30$
$A_2 = 10.0750 \text{ m}^2$

2. Aplicando la ecuación de energía entre los puntos ① y ②, se tiene:

$$\Delta h + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + 0.3\left[\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}\right]$$

$$0.2 + y_1 + 0.7\frac{v_1^2}{2g} = y_2 + 0.7\frac{v_2^2}{2g}$$

3. Sustituyendo valores se tiene:

$$y_1 + \frac{0.7}{19.62} \times \frac{2.3684^2}{y^2} = 1.3 + \frac{0.7}{19.62} \times 0.8933^2 - 0.2$$

$$y_1 + \frac{0.2001}{y_1^2} = 1.1285$$

4. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$$y_1 = 0.8543$$

5. Sustituyendo en (1), resulta:

$$v_1 = \frac{2.3684}{0.8543}$$

$\therefore\ v_1 = 2.7723$ m/s

7. Un depósito alimenta a un canal trapezoidal de ancho de solera 1 m, talud Z = 1, coeficiente de rugosidad 0,014 y pendiente 0,0005. A la entrada, la profundidad de agua en el depósito es de 0,736 m por encima del fondo del canal como se muestra en la figura 5.

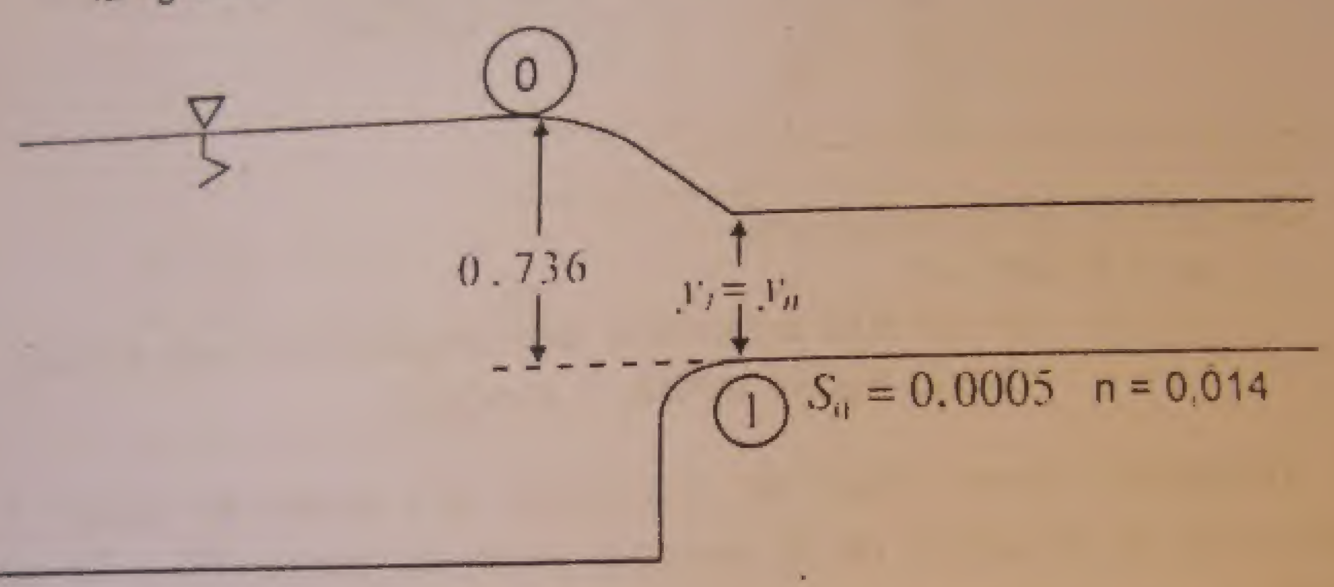


Figura 5. Perfil longitudinal del depósito y canal

Determinar el caudal en el canal con flujo uniforme subcrítico, suponiendo que la pérdida a la entrada es 0,25 $v_1^2/2g$.

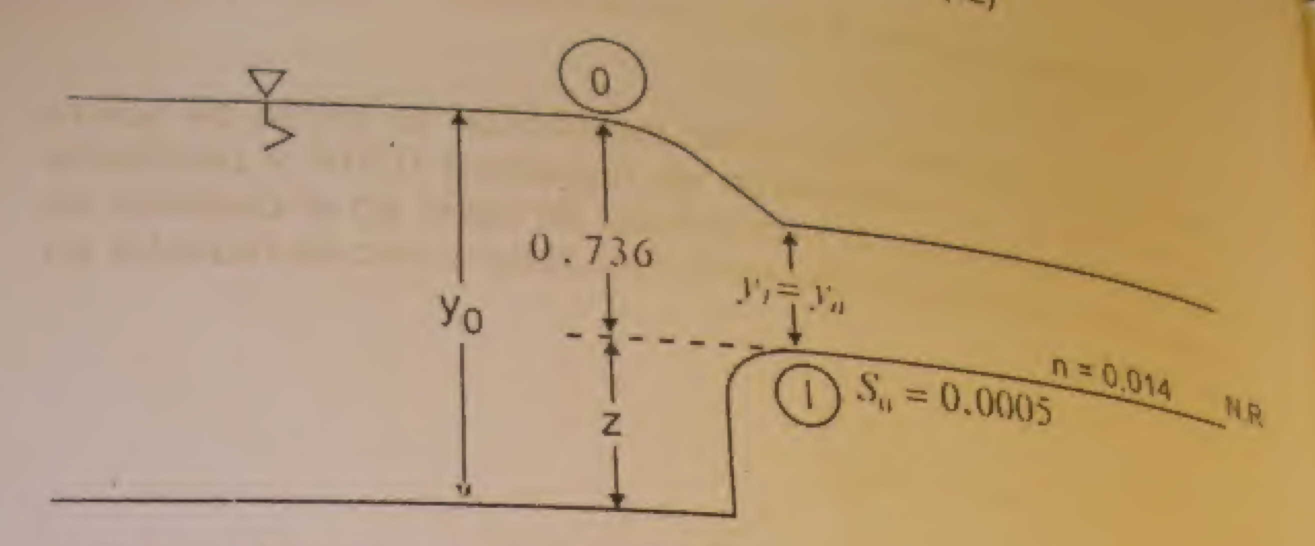
Solución

Datos:

$$h_{f0\text{-}1} = 0.25\,\frac{v_1^2}{2g}$$

Se pide:

Q



1. Del gráfico se observa que:

   $y_0 = 0.736 + Z$

   $y_1 = y_n$ (en un flujo subcrítico toda singularidad crea efectos hacia aguas arriba, $\therefore$ $y_1 = y_n$)

2. Tomando como nivel de referencia el fondo del canal, y aplicando la ecuación de la energía entre los puntos ⓪ y ①, se tiene:

$$-Z + y_0 + \frac{v_0^2}{2g} = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_{f0-1}$$

$$-Z + 0.736 + Z + \frac{v_0^2}{2g} = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + 0.25\frac{v_1^2}{2g}$$

$$0.736 + \frac{v_0^2}{2g} = y_1 + 1.25\frac{v_1^2}{2g}$$

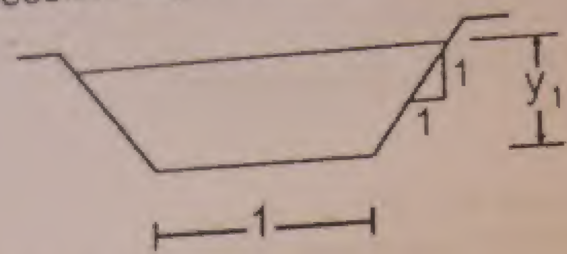
3. En el depósito, para la profundidad y_0 la velocidad es pequeña, por lo que su cuadrado, es todavía más pequeña.

$$\therefore \quad \frac{v_0^2}{2g} \approx 0$$

luego:

$$0.736 = y1 + 1.25\,\frac{v_1^2}{19.62} \;\ldots (1)$$

4. En ①, para la sección trapezoidal, se tiene:



$$A = (b + Z\,y)\,y$$
$$A_1 = (1 + y_1)\,y_1 \;\ldots (2)$$

$$p = b + 2\,y\,\sqrt{1+Z^2}$$
$$p_1 = 1 + 2\,y_1\,\sqrt{2}$$

$$R_1 = \frac{A_1}{p_1} = \frac{(1+y_1)y_1}{1+2\sqrt{2}y_1}$$

En esta sección, por tener un flujo uniforme subcrítico $y_1 = y_n$, por lo que utilizando la fórmula de Manning, se tiene:

$$v_1 = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$v_1 = \frac{1}{0.014} \times \left(\frac{(1+y_1)y_1}{1+2\sqrt{2}y_1}\right)^{\frac{2}{3}} \times 0.0005^{\frac{1}{2}}$$

$$v_1 = 1.5972\left(\frac{(1+y_1)y_1}{1+2\sqrt{2}y_1}\right)^{\frac{2}{3}} \ldots (3)$$

5. Sustituyendo (3) en (1), se tiene:

$$0.736 = y_1 + \frac{1.25}{19.62} \times 1.5972^2 \times \left(\frac{(1 + y_1)y_1}{1 + 2\sqrt{2}y_1} \right)^{\frac{4}{3}}$$

$$y_1 + 0.1625 \left(\frac{(1 + y_1)y_1}{1 + 2\sqrt{2}y_1} \right)^{\frac{4}{3}} = 0.736$$

6. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

   $y_1 = 0.6889$ m

7. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

   $A_1 = (1 + 0.6889) \times 0.6889$

   $A_1 = 1.1635 \text{ m}^2$

8. Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$v_1 = 1.5972 \left[\frac{(1 + 0.6889) \times 0.6889}{1 + 2\sqrt{2} \times 0.6889} \right]^{\frac{2}{3}}$$

   $v_1 = 0.8593$ m/s

9. De la ecuación de continuidad, se tiene:

   $Q = v\,A$

   $Q = 0.8593 \times 1.1635$

   $Q = 0.9998 \text{ m}^3/\text{s}$

Redondeado:

   $\therefore Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$

8. Un cauce, cuya sección es un triángulo rectangular en *C*, debe ensancharse de modo que el caudal sea el doble (figura 6).

   Hallar el ángulo θ correspondiente al nuevo talud.

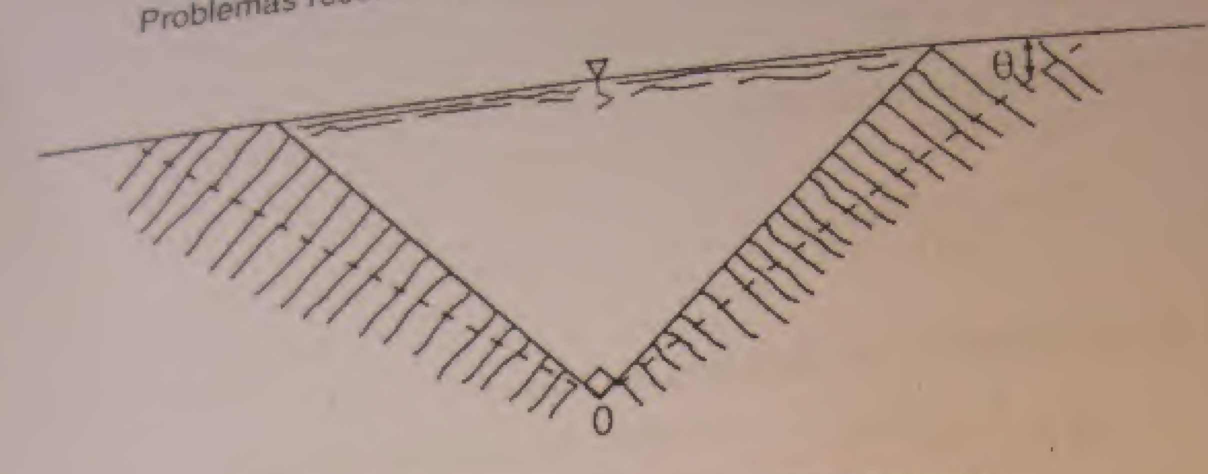
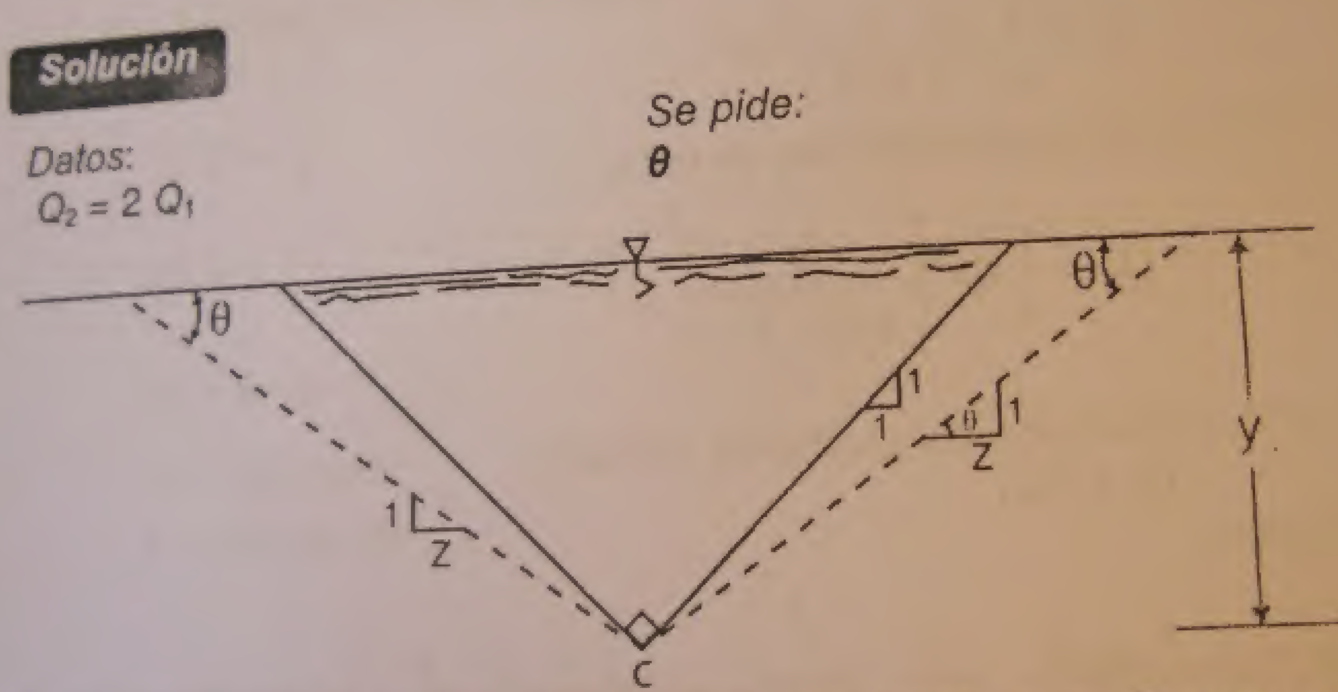


Figura 6. Sección transversal cauce

Solución

Datos:
$Q_2 = 2\ Q_1$

Se pide:
θ



1. Al ensanchar el cauce, permanece constante y, n, S pero se modifica el talud Z, desde 1 a Z.

2. De la tabla 1.1 del MPPDC para una sección triangular, se tiene:

$$A = Zy^2$$

$$R = \frac{Zy}{2\sqrt{1+Z^2}}$$

3. Para el canal triangular rectangular $Z = 1$, luego:

$$A_1 = y^2$$

$$R_1 = \frac{y}{2\sqrt{2}}$$

4. Para el canal ampliado

$$A_2 = Zy^2$$

$$R_2 = \frac{Zy}{2\sqrt{1+Z^2}}$$

5. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

6. Para el canal triangular rectangular, se tiene:

$$Q_1 = \frac{1}{n} y^2 \left(\frac{y}{2\sqrt{2}} \right)^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

7. Para el canal ampliado, se tiene:

$$Q_2 = \frac{1}{n} Zy^2 \left(\frac{Zy}{2\sqrt{1+Z^2}} \right)^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

8. Por condición del problema, se tiene:

$$Q_2 = 2Q_1$$

luego:

$$\frac{1}{n} Zy^2 \left(\frac{Zy}{2\sqrt{1+Z^2}} \right)^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} = 2 \times \frac{1}{n} y^2 \left(\frac{y}{2\sqrt{2}} \right)^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

9. Simplificando, resulta:

$$\frac{Z \times Z^{\frac{2}{3}}}{(1+Z^2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{2^{\frac{1}{3}}}$$

$$\frac{Z^{\frac{5}{3}}}{(1+Z^2)^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{Z^5}{1+Z^2} = 4$$

10. Resolviendo por tanteos, se obtiene:
    $Z = 1.745$

11. Por definición de talud, se tiene:
    $\text{ctg } \theta = Z$
    $$\text{tg } \theta = \frac{1}{Z}$$
    $$\text{tg } \theta = \frac{1}{1.745}$$
    $$\theta = \text{arctg } \frac{1}{1.745}$$
    $\theta = 29.8156º$
    $\therefore\ \theta = 29º\ 48'\ 56''$

9. Una alcantarilla de sección cuadrada, con coeficientes de rugosidad $n = 0{,}015$, tiene 1,20 m de lado y se instala según se indica en la figura 7. Si está trazada con una pendiente de 0,001, determinar:

   a. El caudal
   b. En cuánto aumentará el caudal si la pendiente fuera el doble

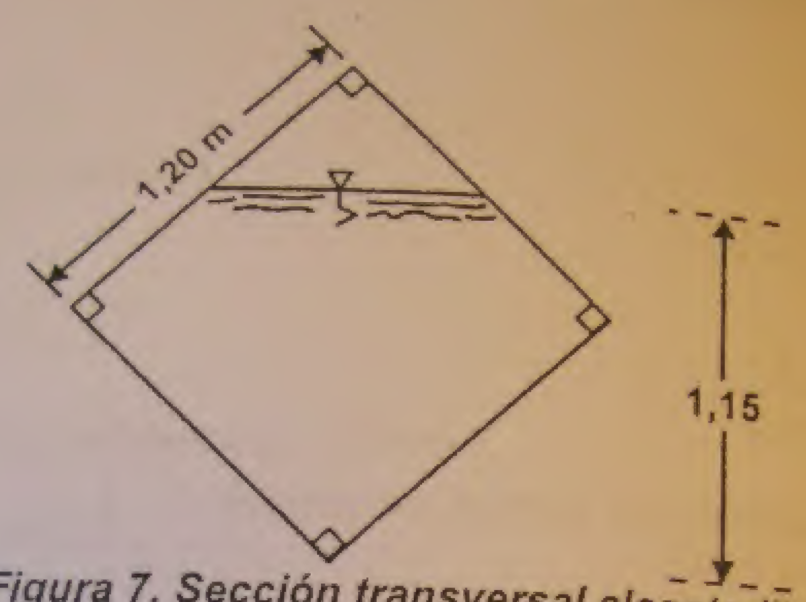


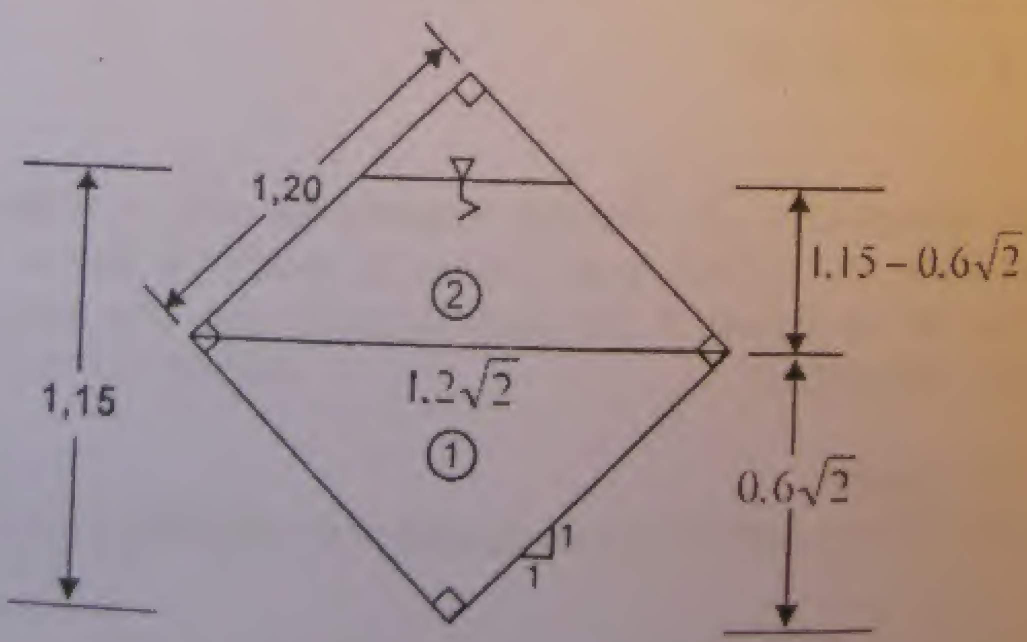
Figura 7. Sección transversal alcantarilla

Solución

Datos:
$l = 1.2$ m
$y = 1.15$ m
$n = 0.015$
$S = 0.001$

Se pide:
a. Q
b. Incremento de Q para una pendiente doble

1. Descomponiendo el área transversal en dos áreas parciales, se tiene:



2. Cálculo de A_1

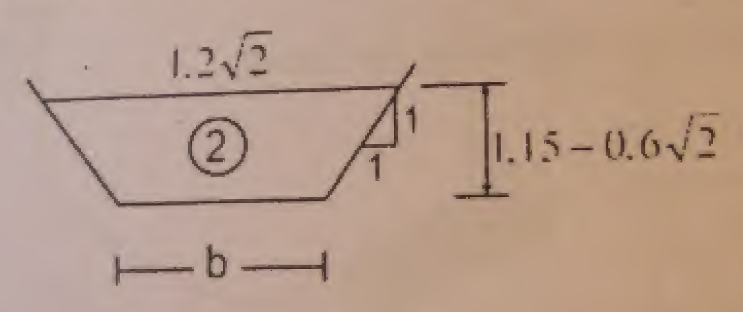
$$A_1 = Z\,y^2$$
$$A_1 = (0.6\sqrt{2}\,)^2$$
$$A_1 = 0.36 \times 2$$
$$A_1 = 0.72 \text{ m}^2$$

3. Cálculo de p_1

$$p_1 = 2y\sqrt{1+Z^2}$$
$$p_1 = 2 \times 0.6\sqrt{2} \times \sqrt{2}$$
$$p_1 = 2.4 \text{ m}$$

4. Cálculo de A_2 y p_2

La sección ② girada se representa como:



De la tabla 1.1 del MPPDC, se tiene:

$$T = b + 2\,Z\,y$$
$$1.2\sqrt{2} = b + 2 \times 1 \times (1.15\text{-}0.6\sqrt{2}\,)$$
$$1.2\sqrt{2} = b + 2.30 - 1.2\sqrt{2}$$
$$b = 2.4\sqrt{2} - 2.3$$
$$b = 1.0941 \text{ m}$$

Cálculo de A_2

$$A_2 = (b + Zy)y$$
$$A_2 = (1.0941+1.15\text{-}0.6\sqrt{2}\,)\,(1.15 - 0.6\sqrt{2}\,)$$
$$A_2 = 0.4207 \text{ m}^2$$

Cálculo de p_2

$p_2 = b + 2\sqrt{1+Z^2}\,y$ (en este caso, b no forma parte del perímetro)

$p_2 = 2\sqrt{2}\,(1.15 - 0.6\sqrt{2})$

$p_2 = 0.8527$ m

5. Cálculo de A

$A = A_1 + A_2$

$A = 0.72 + 0.4207$

$A = 1.1407\ m^2$

6. Cálculo de p

$p = p_1 + p_2$

$p = 2.4 + 0.8527$

$p = 3.2527$ m

7. Cálculo de Q:

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

Para las condiciones iniciales, se tiene:

$$Q_1 = \frac{1}{0.015} \times \frac{1.1407^{\frac{5}{3}}}{3.2527^{\frac{2}{3}}} \times 0.001^{\frac{1}{2}}$$

$\therefore\ Q_1 = 1.1959\ m^3/s$

8. Si la pendiente fuera el doble, se tiene:

$$Q_2 = \frac{1}{0.015} \times \frac{1.1407^{\frac{5}{3}}}{3.2527^{\frac{2}{3}}} \times (2 \times 0.001)^{\frac{1}{2}}$$

$Q_2 = 1.6913\ m^3/s$

$p_2 = b + 2\sqrt{1+Z^2}\,y$ (en este caso, b no forma parte del perímetro)

$p_2 = 2\sqrt{2}\,(1.15 - 0.6\sqrt{2})$

$p_2 = 0.8527$ m

5. Cálculo de A

$A = A_1 + A_2$

$A = 0.72 + 0.4207$

$A = 1.1407$ m^2

6. Cálculo de p

$p = p_1 + p_2$

$p = 2.4 + 0.8527$

$p = 3.2527$ m

7. Cálculo de Q:

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

Para las condiciones iniciales, se tiene:

$$Q_1 = \frac{1}{0.015} \times \frac{1.1407^{\frac{5}{3}}}{3.2527^{\frac{2}{3}}} \times 0.001^{\frac{1}{2}}$$

$\therefore Q_1 = 1.1959$ m^3/s

8. Si la pendiente fuera el doble, se tiene:

$$Q_2 = \frac{1}{0.015} \times \frac{1.1407^{\frac{5}{3}}}{3.2527^{\frac{2}{3}}} \times (2 \times 0.001)^{\frac{1}{2}}$$

$Q_2 = 1.6913$ m^3/s

9. Cálculo del aumento del caudal

$$\Delta Q = Q2 - Q1$$
$$\Delta Q = 1.6913 - 1.1959$$
$$\therefore\ \Delta Q = 0.4954\ m^3/s$$

10. Un túnel de concreto bien acabado (n = 0,013) tiene la forma mostrada en la figura 8, con pendiente S = 0,5 ‰ y diámetro D = 1,60 m. Determinar la velocidad media y el caudal que transporta a tubo lleno.

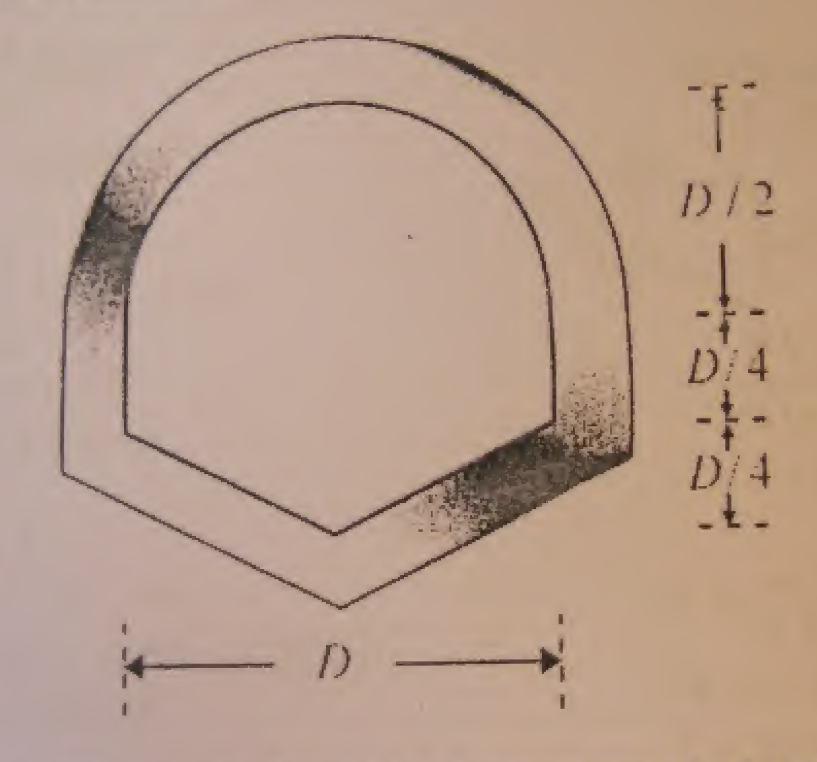


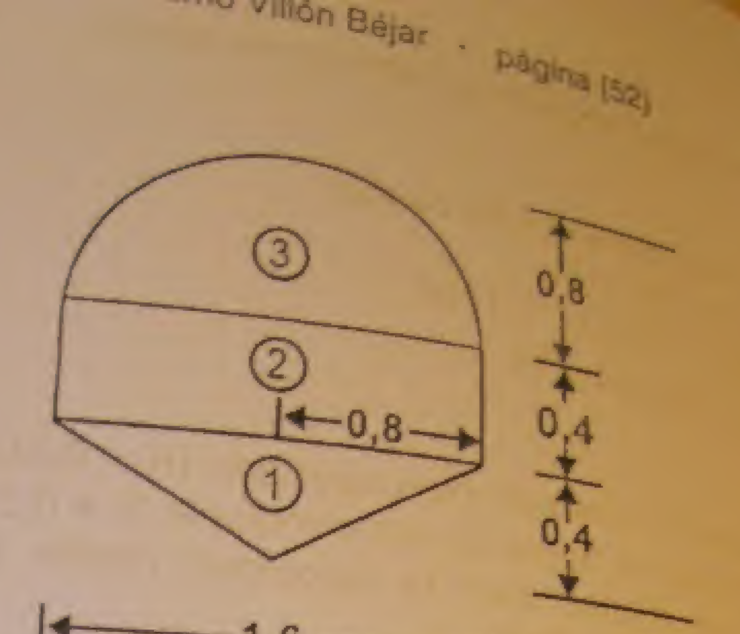
Figura 8. Sección transversal túnel

Solución

Datos:
$n = 0.013$
$S = 0.0005$
$D = 1.60$ m

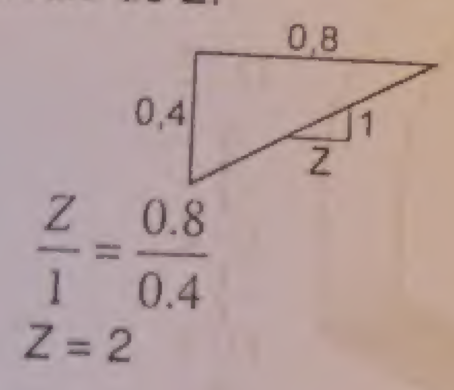
Se pide:
v, Q

1. Descomponiendo la sección transversal en 3 áreas parciales, se tiene:



Sección triangular

2. Cálculo de Z:



$$\frac{Z}{1} = \frac{0.8}{0.4}$$

$$Z = 2$$

3. Cálculo de A_1 y p_1

$$A_1 = Z\,y^2$$

$$A_1 = 2 \times 0.4^2$$

$$A_1 = 0.32 \text{ m}^2$$

$$p_1 = 2y\sqrt{1+Z^2}$$

$$p_1 = 2 \times 0.4\ \sqrt{1+4}$$

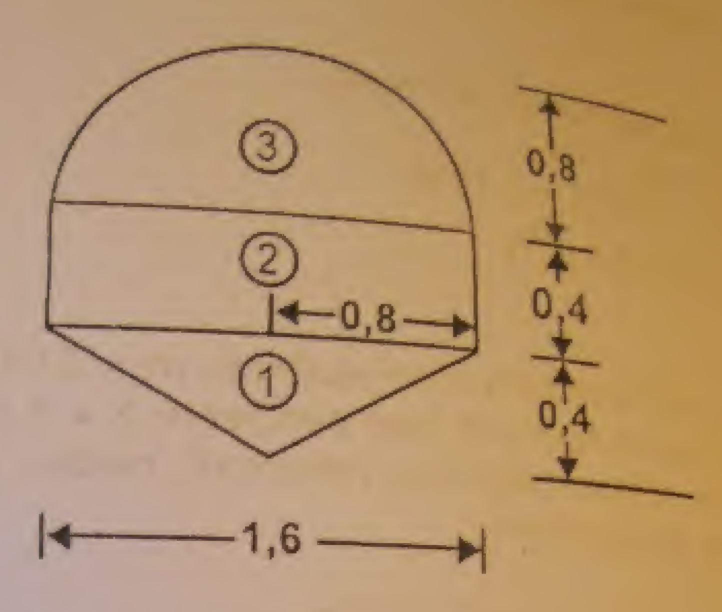
$$p_1 = 1.7889 \text{ m}$$

Sección rectangular

4. Cálculo de A_2 y p_2

$$A_2 = 1.6 \times 0.4$$

$$A_2 = 0.64 \text{ m}^2$$



Sección triangular

2. Cálculo de Z:

0,8
0,4
1
Z

$$\frac{Z}{1} = \frac{0.8}{0.4}$$

$Z = 2$

3. Cálculo de A_1 y p_1

$A_1 = Z\,y^2$

$A_1 = 2 \times 0.4^2$

$A_1 = 0.32\ \text{m}^2$

$p_1 = 2y\sqrt{1 + Z^2}$

$p_1 = 2 \times 0.4\ \sqrt{1 + 4}$

$p_1 = 1.7889\ \text{m}$

Sección rectangular

4. Cálculo de A_2 y p_2

$A_2 = 1.6 \times 0.4$

$A_2 = 0.64\ \text{m}^2$

$p_2 = b + 2y$ (no se considera b por no ser parte del perímetro)

$p_2 = 2 \times 0.4$

$p_2 = 0.8$ m

Sección semicircular

5. Cálculo A_3, p_3

Como la sección está llena

$$A_3 = \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2}\pi 0.8^2$$

$$A_3 = 1.0053 \text{ m}^2$$

$$p_3 = \frac{1}{2} 2\pi r = \pi r$$

$$p_3 = \pi \times 0.8$$

$$p_3 = 2.5133 \text{ m}$$

6. Cálculo de A y p

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = 0.32 + 0.64 + 1.0053$$

$$A = 1.9653 \text{ m}^2$$

$$p = p_1 + p_2 + p_3$$

$$p = 1.7889 + 0.8 + 2.5133$$

$$p = 5.1022 \text{ m}$$

7. Cálculo de R

$$R = \frac{A}{p}$$

$$R = \frac{1.9653}{5.1022}$$

$$R = 0.3852 \text{ m}$$

8. Cálculo de v

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$v = \frac{1}{0.013} \times 0.3852^{\frac{2}{3}} \times 0.0005^{\frac{1}{2}}$$

$$v = 0.9106 \ \text{m/s}$$

9. Cálculo de Q

De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$Q = A\,v$$

$$Q = 0.9106 \times 1.9653$$

$$Q = 1.7896 \ \text{m}^3/\text{s}$$

$$\therefore\ v = 0.9106 \ \text{m/s}$$

$$Q = 1.7896 \ \text{m}^3/\text{s}$$

11. Una galería circular de cemento pulido (n = 0,013), de 2 m de diámetro y 1,50 m de tirante (figura 9), debe conducir un caudal de 3 m^3/s. Calcular la pendiente necesaria para que el flujo sea uniforme.

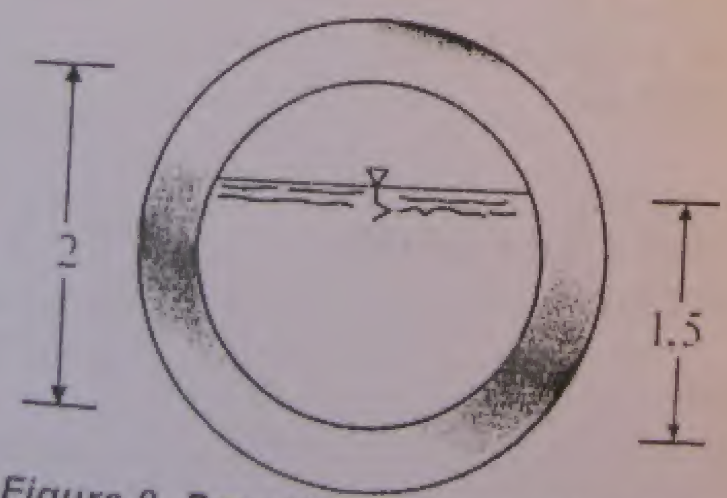


Figura 9. Sección transversal galería

Solución

Datos:
$n = 0.013$
$D = 2$ m
$y = 1.5$ m
$Q = 3$ m^3/s

Se pide:
$S = ?$

1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

2. Despejando la pendiente, resulta:

$$S = \left(\frac{Qnp^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}}\right)^2 \quad \ldots(1)$$

3. Para la relación:

$$\frac{y}{D} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

de la tabla 1.3 del MPPDC, se tiene:

$$\frac{A}{D^2} = 0.6318 \quad \rightarrow \quad A = 2^2 \times 0.6318 = 2.5272 \text{ m}^2$$

$$\frac{P}{D} = 2.0944 \quad \rightarrow \quad p = 2 \times 2.0944 = 4.1888 \text{ m}$$

4. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$S = \left(\frac{3 \times 0.013 \times 4.1888^{\frac{2}{3}}}{2.5272^{\frac{5}{3}}} \right)^2$$

$S = 0.0005$

$\therefore S = 0.5$ ‰

12. Un canal trapezoidal excavado en tierra tiene un tirante y_n = 0.80 m, talud Z = 1,5, pendientes S = 0,001 y debe conducir un caudal Q = 2,105 m^3/s.
Calcular su ancho de solera y la velocidad medía.

Solución

Datos:

Canal en tierra $n = 0.025$

y_n = 0.80 m

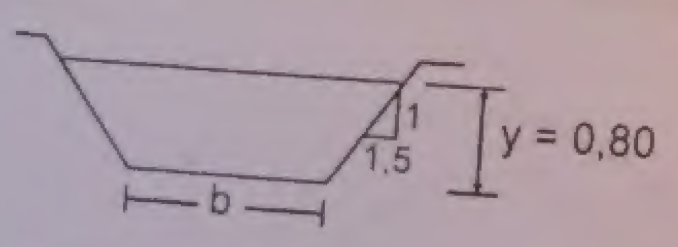
Z = 1.5 m

S = 0.001

Q = 2.105 m^3/s

Se pide:

b, v



1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

de donde:

$$\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}=\frac{Q\times n}{S^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{A^{5}}{p^{2}}=\left(\frac{Q\times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^{3} \quad \dots (1)$$

2. De otro lado, para una sección trapezoidal, se cumple:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$
$$A = (b + 1.5 \times 0.8) \times 0.8$$
$$A = 0.8\,b + 0.96 \qquad \dots (2)$$
$$p = b + 2\,\sqrt{1+Z^{2}}\;y$$
$$p = b + 2\,\sqrt{1+1.5^{2}} \times 0.8$$
$$p = b + 2.8844$$

3. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$\frac{(0.8b+0.96)^{5}}{(b+2.8844)^{2}}=\left(\frac{2.105\times 0.025}{0.001^{\frac{1}{2}}}\right)^{3}$$

$$\frac{(0.8b+0.96)^{5}}{(b+2.8844)^{2}}=4.6087$$

4. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$b = 2\text{m}$$

5. Sustituyendo valores en la ecuación (2), se tiene:

$$A = 0.8 \times 2 + 0.96$$
$$A = 2.56\ \text{m}^{2}$$

6. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{2.105}{2.56}$$

$v = 0.8223$ m/s

$\therefore$ $b = 2$ m

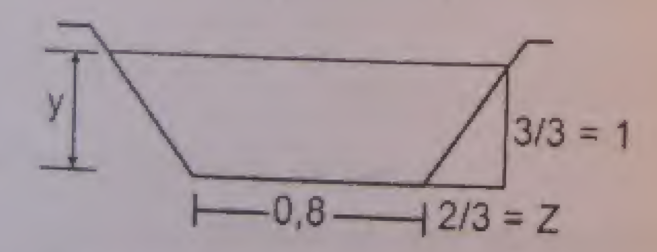
$v = 0.8223$ m/s

13. Por un canal trapezoidal de pendiente de paredes 3 vertical y 2 horizontal, con un ancho de solera de 0,80 m, circula agua con una velocidad en *m/s*, numéricamente igual al ancho de solera. Determinar el caudal que lleva el canal si el coeficiente de rugosidad es 0,025 y la pendiente 0,3 %.

Solución

Datos:
Pendiente paredes: 3 vertical, 2 horizontal
$b = 0.80$ m
$v = 0.80$ m
$n = 0.025$
$S = 0.003$

Se pide:
Q



1. De la ecuación de Manning para la velocidad, se tiene:

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

de donde:

$$R = \left(\frac{v \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \dots (1)$$

2. De las relaciones geométricas, en una sección trapezoidal, se tiene:

$$A = (b + Zy)\, y$$

$$A = (0.8 + \frac{2}{3} y)\, y$$

$$A = (0.8 + 0.6667\, y)\, y \quad \dots (2)$$

$$p = b + 2\sqrt{1 + Z^2}\; y$$

$$p = 0.8 + 2\sqrt{1 + 0.6667^2}\; y$$

$$p = 0.8 + 2.4037\, y$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{(0.8 + 0.6667y)y}{0.8 + 2.4037y}$$

3. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$\frac{(0.8 + 0.6667y)y}{(0.8 + 2.4037y)} = \left(\frac{0.8 \times 0.025}{0.003^{\frac{1}{2}}}\right)^{1.5}$$

$$\frac{(0.8 + 0.6667y)y}{(0.8 + 2.4037y)} = 0.2207$$

4. Resolviendo por tanteos, resulta:

$y = 0.3507$ m

5. Sustituyendo valores en la ecuación (2), se tiene:

$A = (0.8 + 0.6667 \times 0.3507) \times 0.3507$
$A = 0.3626\ m^2$

6. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$Q = A\ v$
$Q = 0.8 \times 0.3626$
$Q = 0.2900\ m^3/s$
$Q = 290$ lps

$\therefore\ Q = 290$ lps

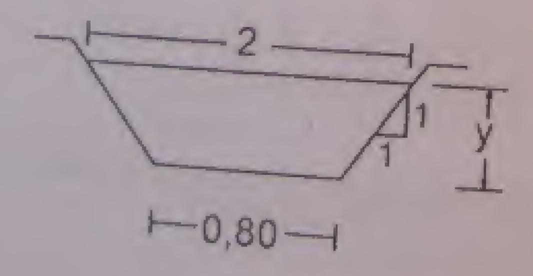
14. Se tiene un canal trapezoidal de 2 m de espejo de agua y 0,80 m de ancho de solera, talud $Z = 1$ y coeficiente de rugosidad 0,025. La capacidad del canal es de 513 1/s. Calcular cuanto habría que profundizar el canal, conservando el mismo espejo de agua y taludes, para aumentar su capacidad en 20%.

Solución

Datos:
Canal inicial:
$n = 0.025$
$Q = 513$ lps $= 0.513\ m^3/s$

Se pide:
x: lo que hay que profundizar

Canal inicial:



1. Cálculo de y
Aplicando la ecuación del espejo de agua, se tiene:

$T = b + 2Zy$

$$2 = 0.8 + 2 \times 1 \times y$$

$$y = \frac{1.2}{2}$$

$$y = 0.6 \text{ m}$$

2. Cálculo de S

De las relaciones geométricas para un canal trapezoidal, se tiene:

$$A = (b + Zy)y$$

$$A = (0.8 + 0.6)0.6 = 0.84 \text{ m}^2$$

$$p = b + 2\sqrt{1 + Z^2}\, y$$

$$p = 0.8 + 2\sqrt{2} \times 0.6 = 2.4971 \text{ m}$$

Despejando de la ecuación de Manning, se tiene:

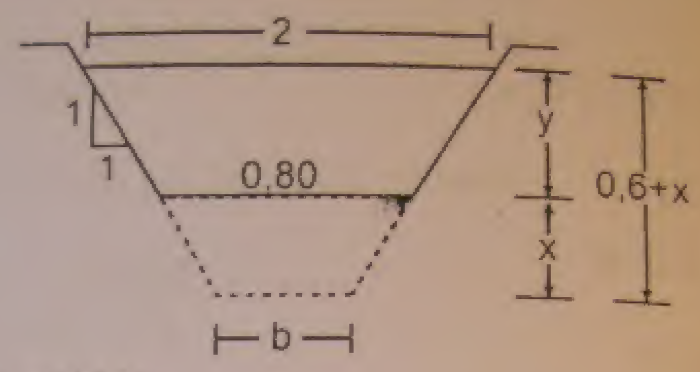
$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \left(\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}} \right)^2$$

$$S = \left(\frac{0.513 \times 0.025 \times 2.4971^{\frac{2}{3}}}{0.84^{\frac{5}{3}}} \right)^2$$

$$S = 0.001$$

Al profundizar:



$$Q = 1.2 \times 0.513$$
$$Q = 0.6156 \text{ m}^3/\text{s}$$

3. Cálculo del nuevo *b*, al profundizar

Aplicando la ecuación del espejo de agua en el área sombreada, se tiene:

$$T = b + 2Zx$$
$$0.8 = b + 2x$$
$$b = 0.8 - 2x \quad \text{... (1)}$$

4. Aplicando la ecuación de Manning en la sección que se profundizó, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 \quad \text{... (2)}$$

donde:

$$A = [b + Z(0.6 + x)](0.6 + x)$$

como Z = 1, se tiene:

$$A = [b + (0.6 + x)](0.6 + x) \quad \text{... (3)}$$

5. Sustituyendo (1) en (3), resulta:

$$A = [0.8 - 2x + 0.6 + x]\cdot(0.6 + x)$$
$$A = (1.4 - x)\cdot(0.6 + x) \quad \dots (4)$$

6. La ecuación para el perímetro, es:
$$p = b + 2\sqrt{1 + Z^2}\,(0.6 + x) \quad \dots (5)$$

7. Sustituyendo (1), en (5), se tiene:
$$p = 0.8 - 2x + 2\sqrt{2}\cdot(0.6 + x)$$
$$p = 2.4971 + 0.8284x \quad \dots (6)$$

8. Sustituyendo (4) y (6) en (2), se tiene:
$$\frac{[(1.4 - x)\cdot(0.6 + x)]^5}{(3.0627 + 0.8284x)^2} = \left(\frac{0.6156 \times 0.025}{0.001^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$
$$\frac{[(1.4 - x)\cdot(0.6 + x)]^5}{(2.4971 + 0.8284x)^2} = 0.1153$$

9. Resolviendo por tanteos, se tiene:
$$x = 0.20\,\text{m}$$

∴ Se debe profundizar el canal en 0.20 m.

15. Un acueducto que tiene la forma como se muestra en la figura 10, conduce un caudal de 750 1/s, está trazado con una pendiente de 0,2 ‰, con un coeficiente de rugosidad de 0,014. Calcular la velocidad media.

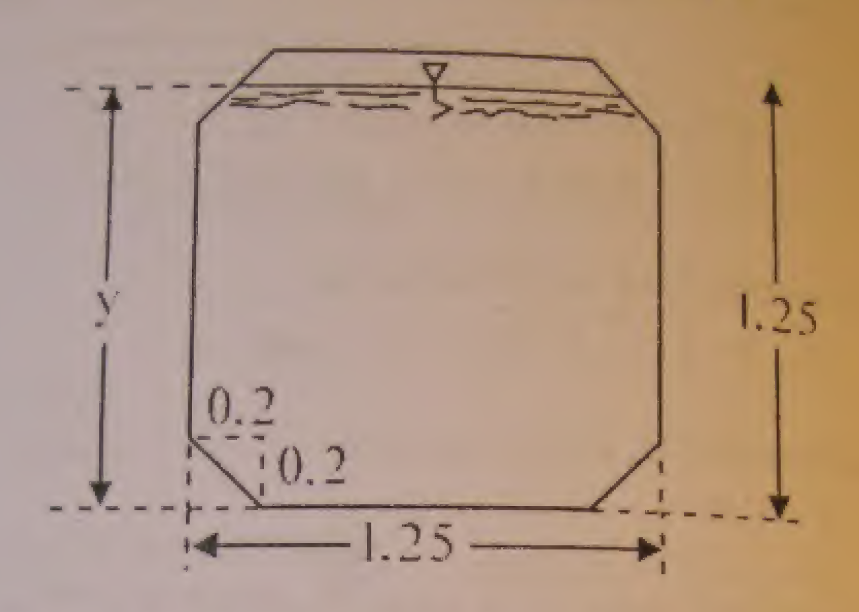


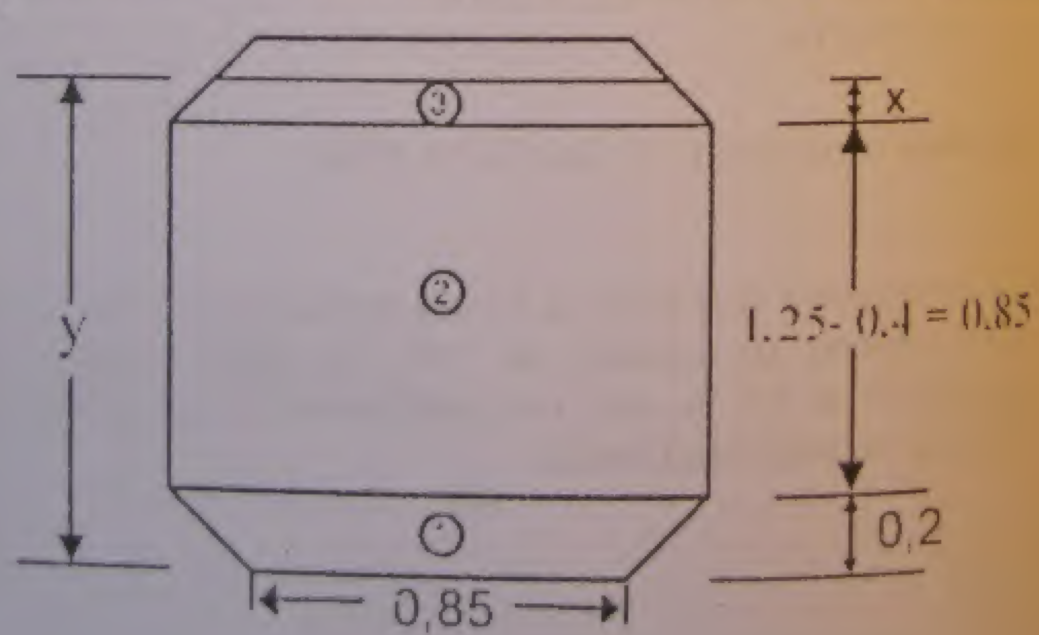
Figura 10. Sección transversal del acueducto

Solución

Datos:
$Q = 750\text{lps} = 0.75\ m^3/s$
$S = 0.2\ ‰ = 0.0002$
$n = 0.014$

Se pide:
v

1. Descomponiendo la sección transversal, en 3 áreas parciales, se tiene:



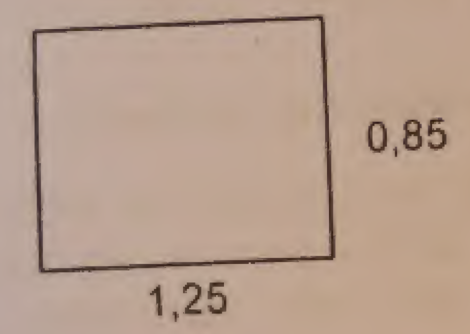
2. Cálculo de A_1, p_1

1 1 0,85 0,2

$$A_1 = (b + Zy)y$$
$$A_1 = (0.85 + 0.2)0.2$$
$$A_1 = 0.21\,\text{m}^2$$

$$p_1 = b + 2\sqrt{1 + Z^2}\,y$$
$$p_1 = 0.85 + 2\sqrt{2} \times 0.2$$
$$p_1 = 1.4157\,\text{m}$$

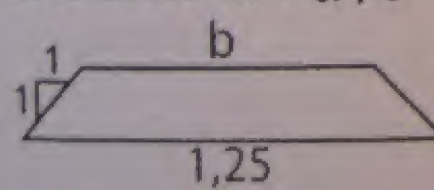
3. Cálculo de A_2, p_2

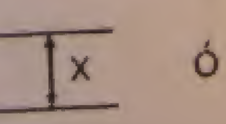


$$A_2 = 1.25 \times 0.85$$
$$A_2 = 1.0625\,\text{m}^2$$

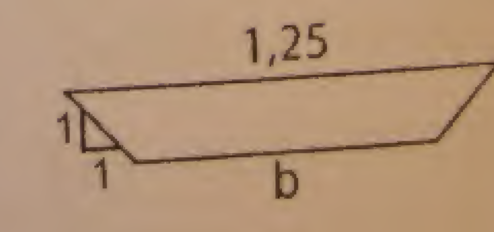
$$p_2 = 2 \times 0.85$$
$$p_2 = 1.7\,\text{m}$$

4. Cálculo de A_3, p_3





ó



Para esta figura se cumple:

$$1.25 = b + 2 \times 1 \times x$$
$$b = 1.25 - 2x$$

$$A_3 = (1.25 - 2x + 1x)x$$
$$A_3 = (1.25 - x)x$$
$$p_3 = 2\sqrt{2}x$$

5. Cálculo *A* y *p*

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$
$$A = 0.21 + 1.0625 + (1.25 - x)x$$
$$A = 1.2725 + (1.25 - x)x \quad \text{... (1)}$$

$$p = p_1 + p_2 + p_3$$
$$p = 1.4157 + 1.7 + 2\sqrt{2}x$$
$$p = 3.1157 + 2.8284x \quad \text{... (2)}$$

6. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 \quad \text{... (3)}$$

7. Sustituyendo (1) y (2) en (3), se obtiene:

$$\frac{[1.2725 + (1.25 - x)x]^5}{(3.1157 + 2.8284x)^2} = \left(\frac{0.75 \times 0.014}{0.0002^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{[1.2725 + (1.25 - x)x]^5}{(3.1157 + 2.8284x)^2} = 0.4093$$

8. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$x = 0.0632$$

9. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$A = 1.2725 + (1.25 - 0.0632) \times 0.0632$$

$$A = 1.3475\ \text{m}^2$$

10. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{0.75}{1.3475}$$

$$\therefore\ v = 0.5566\ \text{m/s}$$

16. Un puente canal, como se muestra en la figura 11, de sección rectangular con ancho de solera b = 0,60 m, n = 0,014, de 20 m. de longitud, está construido con una pendiente del 1‰ y conduce un caudal de 0,75 m^3/s. Si en la sección ②, el tirante es 0,733 m, calcular el tirante en la sección ③.

Nota: Para el cálculo de la pérdida de carga por fricción emplear la ecuación: $h_{f3\text{-}2} = S_E L$ y para el cálculo de S_E aplicar la fórmula de Manning:

$$S_E = \left(\frac{\bar{v} \times n}{\bar{R}^{2/3}}\right)^2$$

donde:

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_3}{2};\ \bar{R} = \frac{R_2 + R_3}{2}$$

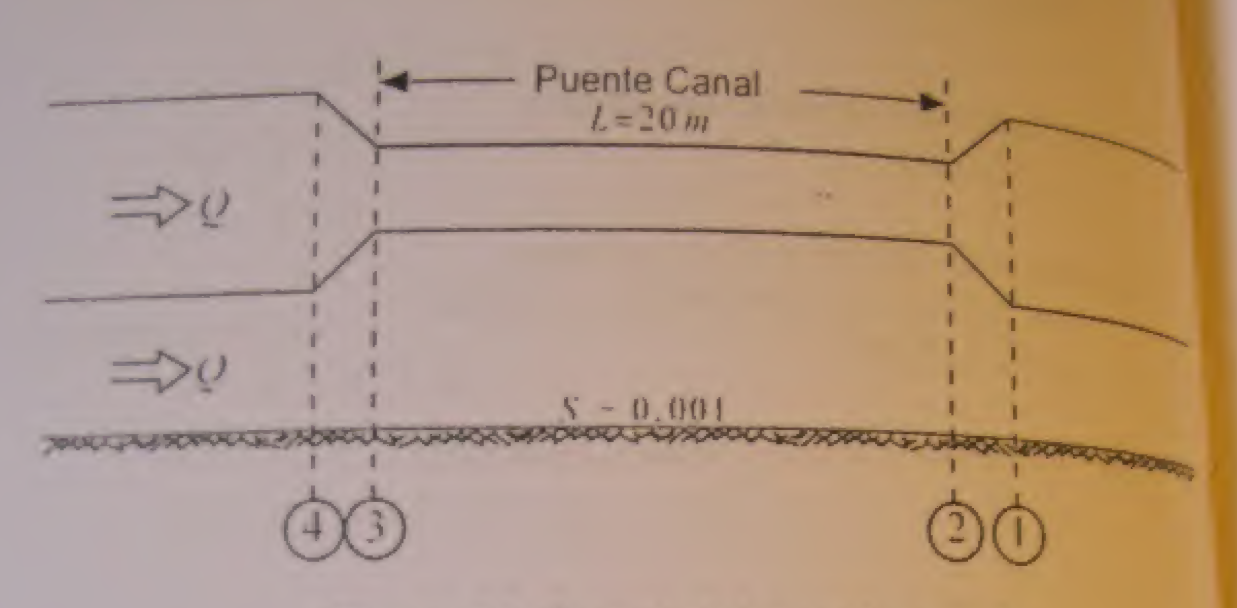


Figura 11. Tramo del puente canal

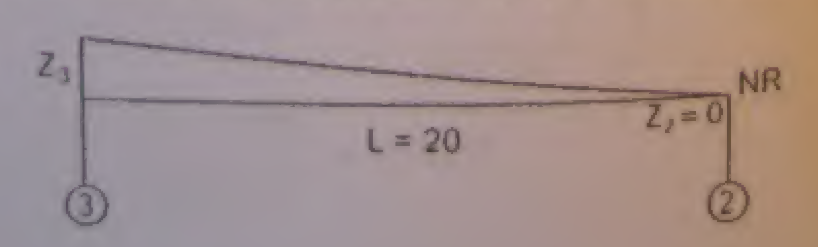
Solución

Datos:
$b = 0.60$ m
$n = 0.014$
$L = 20$ m
$S = 0.001$
$Q = 0.75$ m^3/s
$y_2 = 0.733$ m
$h_{f3\text{-}2} = S_E L$

Se pide:
$y_3 = ?$

├─0,60─┤

1. Colocando el nivel de referencia en el punto ②, se tiene:



$$Z_3 = L \times S = 20 \times 0.001$$
$$Z_3 = 0.02\,\text{m}$$

2. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre ③ y ②, se tiene:

$$Z_3 + y_3 + \frac{v_3^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_{f3-2}$$

$$0.02 + y_3 + \frac{v_3^2}{2g} = 0.733 + \frac{v_2^2}{2g} + h_{f3-2} \quad \text{... (1)}$$

3. Cálculo de v_2, v_3

$$v_2 = \frac{Q}{b \times y_2} = \frac{0.75}{0.60 \times 0.733}$$

$$v_2 = 1.7053\,\text{m/s} \quad \text{... (2)}$$

$$v_3 = \frac{Q}{b \times y_3} = \frac{0.75}{0.60 y_3}$$

$$v_3 = \frac{1.25}{y_3} \quad \text{... (3)}$$

4. Sustituyendo (2) y (3) en (1), se tiene:

$$0.02 + y_3 + \frac{1.25^2}{19.62 y_3^2} = 0.733 + \frac{1.7053^2}{19.62} + h_{f3-2}$$

$$y_3 + \frac{0.0796}{y_3^2} = 0.8612 + h_{f3-2} \quad \text{... (4)}$$

5. Cálculo de las pérdidas h_{f3-2}

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_3}{2} = \frac{1.7053 + \dfrac{1.25}{y_3}}{2}$$

$$\bar{v} = 0.85265 + \frac{0.6250}{y_3}$$

$$R_2 = \frac{0.6 \times 0.733}{0.6 + 2 \times 0.733}$$

$$R_2 = 0.2129\,\mathrm{m}$$

$$R_3 = \frac{0.6 y_3}{0.6 + 2 y_3}$$

$$\bar{R} = \frac{R_2 + R_3}{2}$$

$$\bar{R} = \frac{0.2129 + \dfrac{0.6 y_3}{0.6 + 2 y_3}}{2}$$

$$\bar{R} = 0.10645 + \frac{0.3 y_3}{0.6 + 2 y_3}$$

$$S = \left(\frac{\bar{v} \times n}{\bar{R}^{\frac{2}{3}}} \right)^2$$

$$S=\left[\frac{\left(0.85265+\frac{0.6250}{y_3}\right)\times 0.014}{\left(0.10645+\frac{0.3y_3}{0.6+2y_3}\right)^{\frac{2}{3}}}\right]^2$$

$$h_{f3\text{-}2}=S\times L=\left[\frac{0.85265+\frac{0.6250}{y_3}}{\left(0.10645+\frac{0.3y_3}{0.6+2y_3}\right)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 0.014^2\times 20$$

$$h_{f3\text{-}2}=0.0039\left[\frac{0.85265+\frac{0.625}{y_3}}{\left(0.10645+\frac{0.3y_3}{0.6+2y_3}\right)^{\frac{2}{3}}}\right]^2 \quad \ldots (5)$$

6. Sustituyendo (5) y (4), se tiene:

$$y_3+\frac{0.0796}{y_3^2}-0.0039\left[\frac{0.85265+\frac{0.625}{y_3}}{\left(0.10645+\frac{0.3y_3}{0.6+2y_3}\right)^{2/3}}\right]^2=0.8612$$

7. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_3 = 0.8215\ \text{m}$

17. Determinar el caudal que pasa por el canal de la figura 12, sabiendo que la pendiente es 0,8 ‰. Utilizar para el cálculo de la rugosidad ponderada, la fórmula de Horton y Einstein.

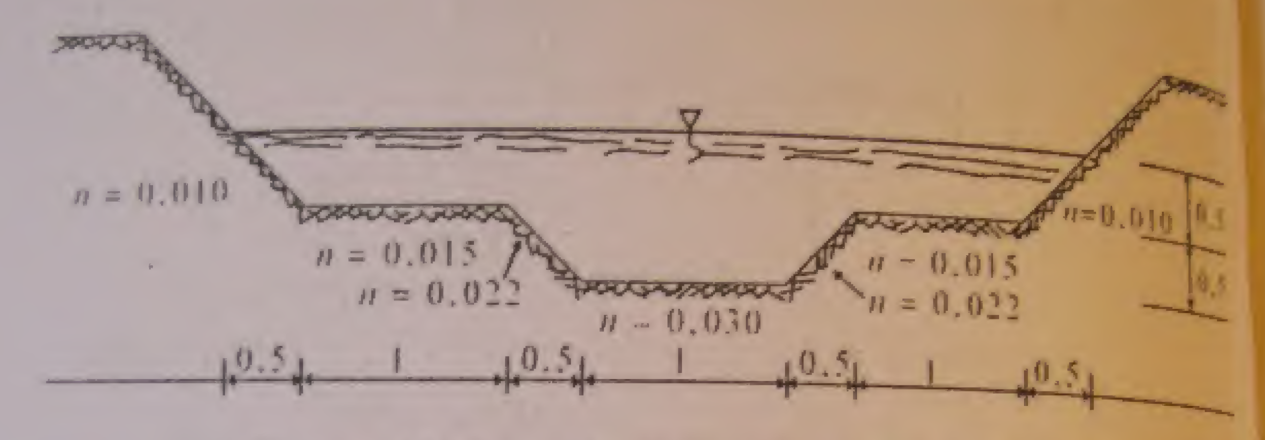


Figura 12. Sección transversal de un canal

Solución

Datos:
S = 0.8 ‰ = 0.0008

Se pide:
Q = ?

1. De acuerdo con la Ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}} \quad ...(1)$$

2. Del MPPDC, la ecuación de Horton y Einstein para la rugosidad ponderada, es:

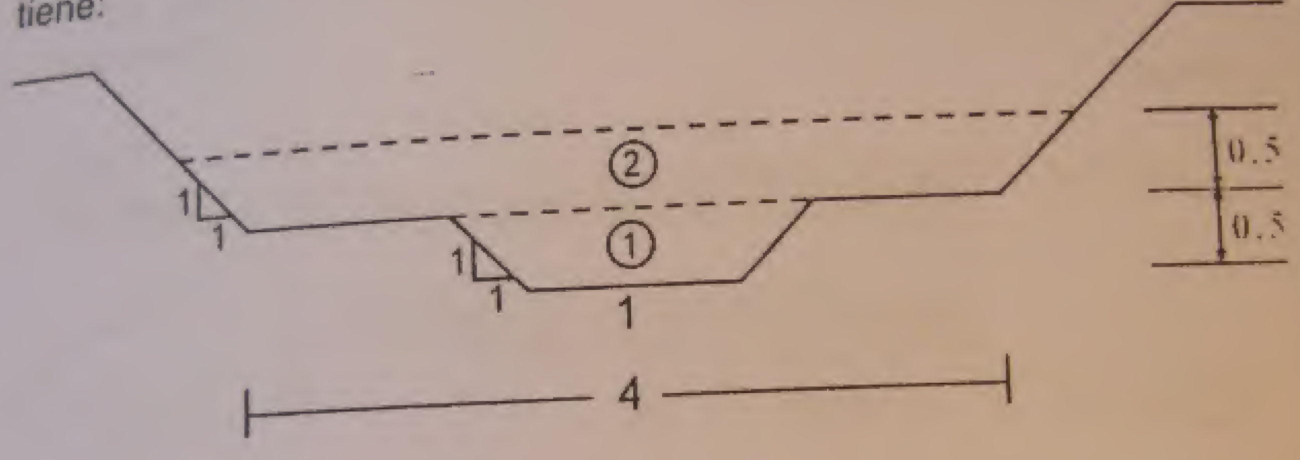
$$n = \frac{\sum (p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} \rightarrow n \times p^{\frac{2}{3}} = \sum (p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}} \quad ...(2)$$

3. Sustituyendo (2) en (1), resulta:

$$Q = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{\sum (p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}} \quad ...(3)$$

4. Cálculo de A

Descomponiendo el área transversal en dos áreas parciales, se tiene:



Para una sección trapezoidal, se tiene:

$A = (b + Zy)\, y$

$A_1 = (1 + 1 \times 0.5)\, 0.5$

$A_1 = 0.75$ m2

$A_2 = (4 + 1 \times 0.5)\, 0.5$

$A_2 = 2.25\ m^2$

luego:

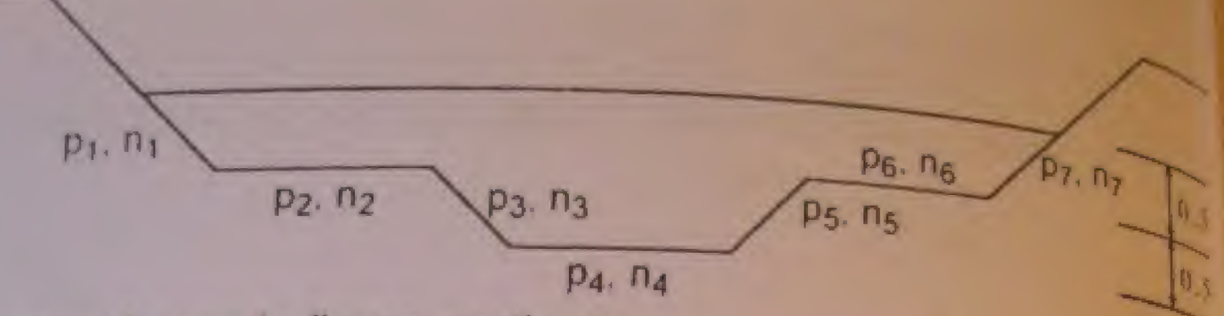
$A = A_1 + A_2$

$A = 0.75 + 2.25$

$A = 3\ m^2 \quad ...\ (4)$

5. Calculo de $\sum (p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}}$

Descomponiendo los perímetros parciales, se tiene:



De acuerdo con la figura, se tiene:

$$p_1 = p_3 = p_5 = p_7 = \sqrt{1+1} \times 0.5 = 0.7071 \text{ m}$$
$$p_2 = p_4 = p_6 = 1 \text{ m}$$

luego:

$$\sum (p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}} = (2 \times 0.7071 \times 0.010^{1.5} + 2 \times 0.7071 \times 0.022^{1.5} +$$
$$+ 2 \times 1 \times 0.015^{1.5} + 1 \times 0.030^{1.5})^{\frac{2}{3}}$$

$$\sum (p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}} = 0.0605 \quad \ldots (5)$$

6. Sustituyendo (4) y (5) en (3), resulta:

$$Q = \frac{3^{\frac{5}{3}}}{0.0605} \times 0.0008^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore Q = 2.915 \text{ m}^3/\text{s}$$

18. En cierto tramo de un canal, como se muestra en la figura 13 (vista de planta y secciones transversales), se tiene que pasar de una sección rectangular, de ancho de solera 1,10 m, a otra trapezoidal de ancho 0,90 m y talud $Z = 0{,}5$.
Sabiendo que el canal transporta un caudal de 1 m^3/s, con una pendiente de 0,5 ‰, coeficiente de rugosidad 0,015, se pide:
a. Realizar un análisis del tipo de flujo

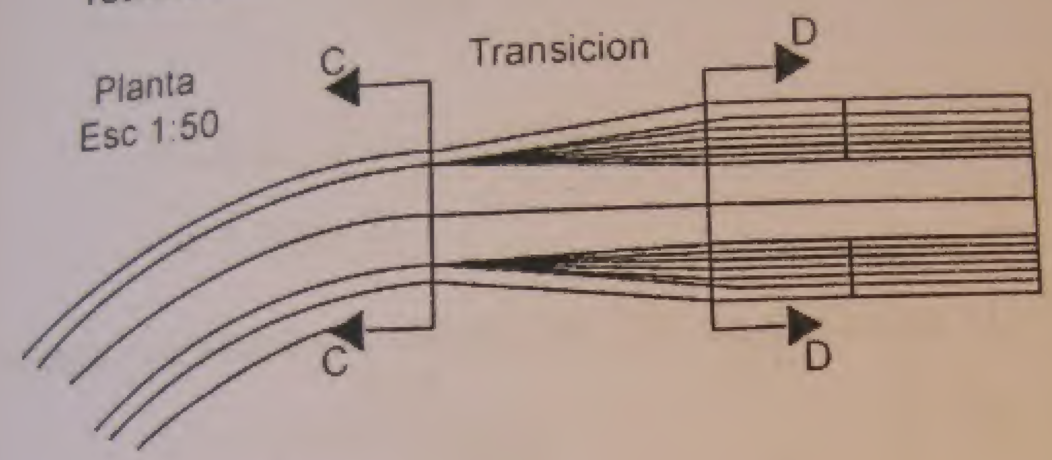
b. Calcular el tirante al inicio de la transición (sección C), considerando que:

- Las pérdidas por transición, se calculan con:

$$h_t = 0{,}2\frac{v_C^2 - v_D^2}{2g}$$

- Las pérdidas por fricción se pueden despreciar

Debe justificar el uso de las ecuaciones y los cálculos realizados.



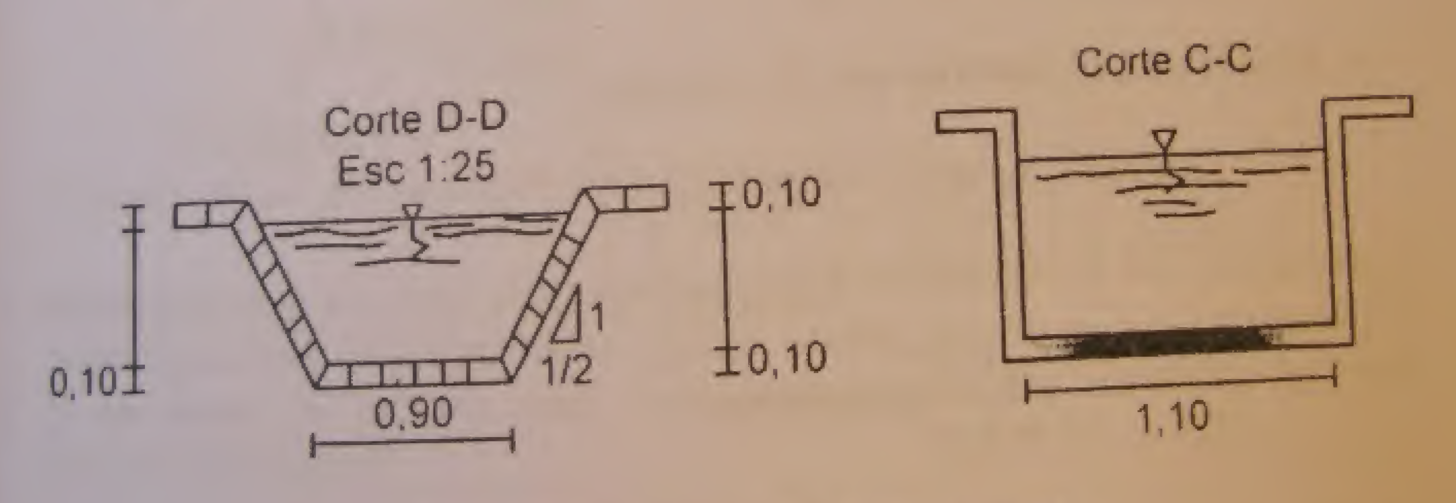


Figura 13. Tramo de un canal

Solución

Datos:

$Q = 1\ m^3/s$

$S = 0.5$ ‰ $= 0.0005$

$n = 0.015$

Se pide:

a. *Análisis de tipo de flujo*

b. y_c

1. Aplicando la ecuación de Manning en el tramo de la sección trapezoidal.

$$A = \left(0.9 + \frac{1}{2}y\right)y = (0.9 + 0.5y)\,y$$

$$p = 0.9 + 2\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}\,y = 0.9 + 2.2361y$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 \quad \ldots(1)$$

2. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$\frac{((0.9 + 0.5y)y)^5}{(0.9 + 2.2361y)^2} = \left(\frac{1 \times 0.015}{0.0005^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{((0.9 + 0.5y)y)^5}{(0.9 + 2.2361y)^2} = 0.3019$$

3. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y = 0.8943$ m

4. Análisis del tipo de flujo

De la fórmula para el número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \times \frac{A}{T}}} \quad \dots (2)$$

$$A = (0.9 + 0.5 \times 0.8943) \times 0.8943$$

$$A = 1.2048 \text{ m}^2$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{1}{1.2048} = 0.83 m/s$$

$$T = 0.9 + 2 \times \frac{1}{2} \times 0.8943$$

$$T = 1.7943 \text{ m}$$

luego, sustituyendo valores en (2), se obtiene:

$$F = \frac{0.83}{\sqrt{9.81 \times \frac{1.2048}{1.7943}}}$$

$$F = 0.2564 < 1$$

Por ser $F < 1$ en el canal trapezoidal se tiene un flujo subcrítico.

Sabemos que en toda singularidad (y la transición lo es), en un flujo subcrítico crea efectos hacia aguas arriba, por lo que en la sección D se tiene el tirante real, convirtiéndose esta sección en una sección de control.

$$\therefore y_D = y_n = 0.8943 \text{ m}$$

5. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los tramos C y D, se tiene:

$$Z_c + y_c + \frac{v_C^2}{2g} = Z_D + y_D + \frac{v_D^2}{2g} + 0.2\frac{v_C^2 - v_D^2}{2g}$$

Siendo $Z_C = Z_D = 0$, luego:

$$y_c + 0.8\frac{v_C^2}{2g} = y_D + 0.8\frac{v_D^2}{2g}$$

Además:

$v_D = 0.83$ m/s (calculado anteriormente)

$$v_C = \frac{1}{1.1y_C}$$

luego:

$$y_c + 0.8\frac{1}{19.62 \times 1.1^2 y_C^2} = 0.8943 + 0.8\frac{0.83^2}{19.62}$$

$$y_c + \frac{0.0337}{y_C^2} = 0.9224 \quad ...(2)$$

6. La ecuación (2) es transformable a una ecuación de tercer grado. Las soluciones serán, una negativa (que no tiene ningún significado físico), una que produce un flujo supercrítico y otra que produce un flujo subcrítico.
Resolviendo por tanteos, se toma la solución que produce el flujo subcrítico, puesto que si se toma la que produce el flujo supercrítico, dentro de la transición, se debe producir un resalto hidráulico.

$\therefore y_c = 0.8786$ m

7. Verificando el tipo de flujo
De la ecuación del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g \times \frac{A}{T}}}$$

donde:

$$v = \frac{1}{1.1 \times 0.8786} = 1.0347$$

$$\frac{A}{T} = \frac{by}{b} = y = 0.8786$$

luego:

$$F = \frac{1.0347}{\sqrt{9.81 \times 0.8786}}$$

$$F = 0.3424 < 1$$

∴ Como $F < 1$, en la sección C existe un flujo subcrítico

19. A lo largo del perfil longitudinal de un canal revestido (n = 0,014), trazado con una pendiente del 1‰, que conduce un caudal de 1,5 m³/s, se tiene un tramo donde se pasa de una sección rectangular a una sección trapezoidal. Este paso se realiza con una transición (figura 14).

    El canal rectangular tiene un ancho de solera de 1,20 m, mientras que el canal trapezoidal tiene un ancho de solera de 0,80 m y un talud de 0,75.

    Sabiendo que la transición tiene una longitud de 6 m y que las pérdidas en ella se calculan con la siguiente ecuación:

$$h_t = 0.2\,\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

1. Realizar el análisis del tipo de flujo (justificar el uso de las ecuaciones utilizadas).
2. Determinar la velocidad en la sección ① e indicar el tipo de flujo que se produce en esta sección.

Recordar que el número de Froude se calcula con la siguiente ecuación:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

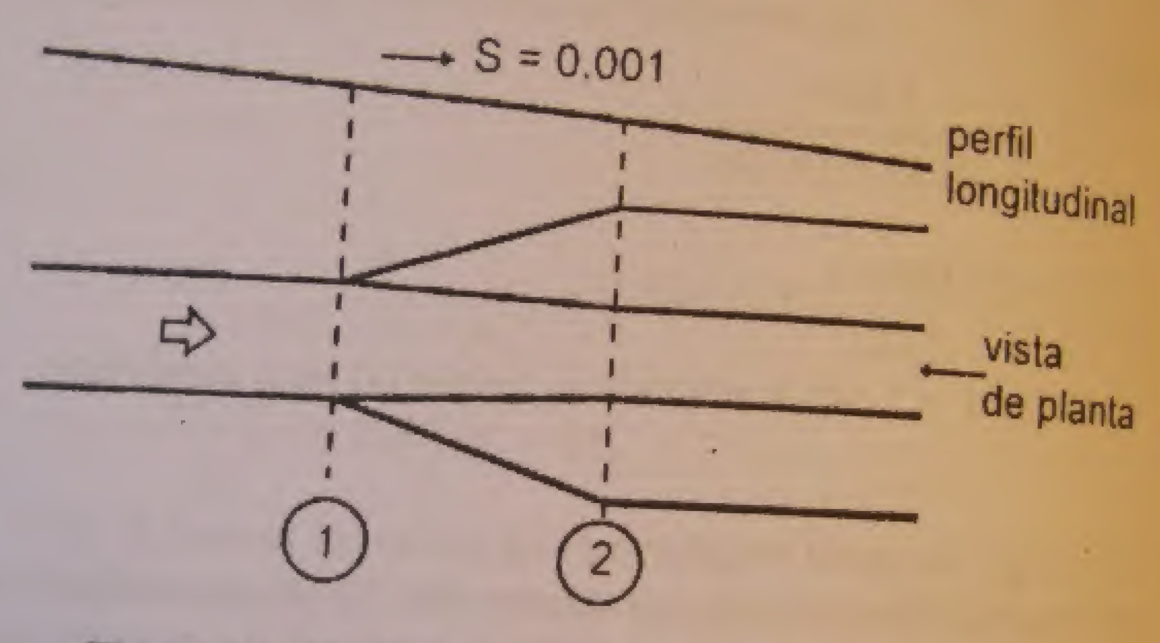


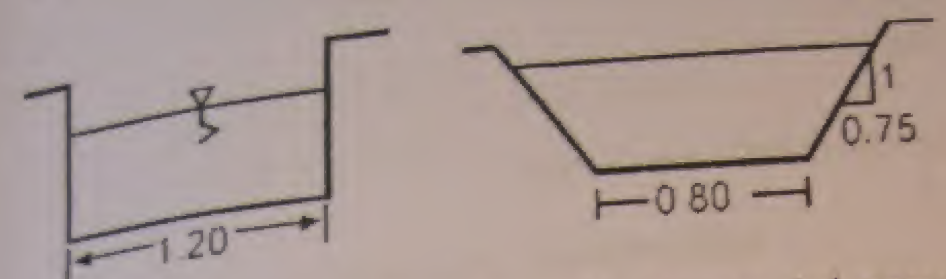
Figura 14. Perfil longitudinal y planta de un canal

Solución

Datos:
$Q = 1.5\ m^3/s$
$y = 3\ m$
$n = 0.014$
$S = 0.001$
Sección ① (rectangular):
$b = 1.20\ m$
Sección ② (trapezoidal):

Se pide:
v_1 y tipo de flujo en la sección 1

$b = 0.80$ m
$Z = 0.75$



1- Cálculo del y_n y F para cada tramo del canal
De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Qn}{S^{\frac{1}{2}}} \right)^3 \quad \ldots(1)$$

Para la sección rectangular, se tiene:

$A = by = 1.20\ y \quad \ldots\ (2)$
$p = b+2y = 1.2+2\ y$

Sustituyendo valores en (1), se obtiene:

$$\frac{1.20^5 y^5}{(1.2+2y)^2} = \left(\frac{1.5 \times 0.014}{0.001^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$\frac{y^5}{(0.6+y)^2} = \left(\frac{1.5 \times 0.014}{0.001^{\frac{1}{2}}} \right)^3 \times \frac{4}{1.20^5}$$

$$\frac{y^5}{(0.6+y)^2} = 0.47077$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_n = 1.0512$ m

De (2), se tiene:

$A = 1.20 \times 1.0512$

$A = 1.26144\ m^2$

De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{1.5}{1.26144} = 1.1891\, m/s$$

De la ecuación del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}} \quad \ldots (3)$$

Pero para una sección rectangular, se simplifica como:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

$$F = \frac{1.1891}{\sqrt{9.81 \times 1.0512}}$$

$F = 0.3703$

Como $F = 0.3703 < 1$, el flujo es subcrítico en la sección rectangular.

Para la sección trapezoidal, se tiene:

$A = (b + Z\,y)\,y = (0.8 + 0.75\,y)\,y = 0.8\,y + 0.75\,y^2 \quad \ldots (4)$

$p = b + 2\sqrt{1 + Z^2}\,y = 0.8 + 2\sqrt{1 + 0.75^2}\,y$

$p = 0.8 + 2.5\,y$

Sustituyendo valores en (1), se obtiene:

$$\frac{(0.8y + 0.75y^2)^5}{(0.8 + 2.5y)^2} = \left(\frac{1.5 \times 0.014}{0.001^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$\frac{(0.8y + 0.75y^2)^5}{(0.8 + 2.5y)^2} = 0.2929$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_n = 0.8378$ m

De (3), se tiene:

$A = 0.8 \times 0.8378 + 0.75 \times 0.8378^2$

$A = 1.1967$ m²

De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{1.5}{1.1967} = 1.2535\, m/s$$

De la ecuación del espejo de agua, se tiene:

$T = b + 2\,Z\,y$

$T = 0.8 + 2 \times 0.75 \times 0.8378$

$T = 2.0567$ m

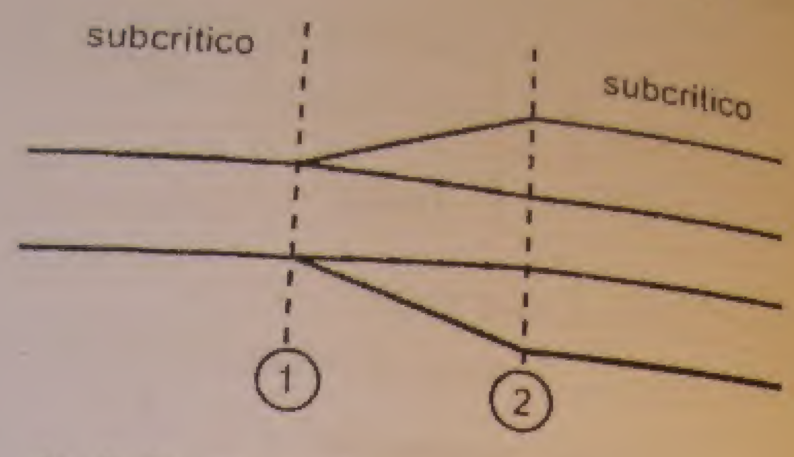
Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$F = \frac{1.2535}{\sqrt{9.81 \times \frac{1.1967}{2.0567}}}$$

$F = 0.5247$

Como $F = 0.5247 < 1$, el flujo es subcrítico en la sección trapezoidal.

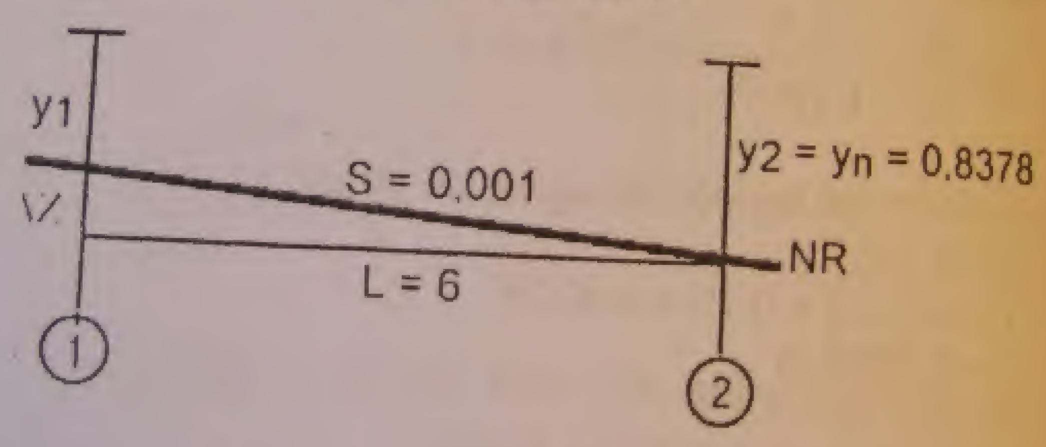
2. Análisis del tipo de flujo y sentido de cálculo



Como el tipo de flujo en ambos tramos es subcrítico, cualquier singularidad (en este caso la transición), crea efecto hacia aguas arriba, por lo tanto, en la sección ② se presenta el y_n real.

3. Cálculo de y_1

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones ① y ②, tomando como *NR* el punto ②, se tiene:



$$Z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + 0.2\,\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

Siendo $Z_2 = 0$, se tiene:

$$Z_1 + y_1 + 0.8\frac{v_1^2}{2g} = y_2 + 0.8\frac{v_2^2}{2g} \quad \dots (5)$$

donde:

$Z_1 = S \times L = 0.001 \times 6 = 0.006$

$A = (b + Z\,y)\,y$

$A_2 = (0.8 + 0.75 \times 0.8378)\;0.8378$

$A_2 = 1.1966\ m^2$

$$v_2 = \frac{1.5}{1.1966} = 1.2535\ m/s$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{1.2535^2}{19.62} = 0.0801$$

$$v_1 = \frac{Q}{1.2y_1} = \frac{1.5}{1.2y_1} = \frac{1.25}{y_1}$$

Sustituyendo valores en (5), se tiene:

$$0.006 + y_1 + \frac{1.25^2}{19.62y_1^2} \times 0.8 = 0.8378 + 0.8 \times 0.0801$$

$$y_1 + \frac{0.0637}{y_1^2} = 0.89588$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_1 = 0.79512$ m

4. Cálculo de v_1

De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v_1 = \frac{Q}{by_1}$$

$$v_1 = \frac{1.5}{1.2 \times 0.79512}$$

$v_1 = 1.5721$ m/s

5. Cálculo del número de Froude

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{1.5721}{\sqrt{9.81 \times 0.79512}} = 0.5629$$

Como $F_1 = 0.5629 < 1$, se produce un flujo subcrítico.

20. Se tiene un canal trapezoidal, revestido de concreto ($n = 0,015$) con un ancho de solera $b = 2$ m y trazado con una pendiente 0,2‰. Por este canal circula normalmente un caudal de 3 m³/s con un tirante de 1,225 m (tomar este dato solo como referencia) y talud $Z = 1$.

En este canal se tiene diseñado un vertedero lateral (figura 15), cuya cresta está a 1,30 m sobre el fondo (tomar este dato solo como referencia), cuya finalidad es extraer 3 m³/s, cuando el caudal aumenta a 8 m³/s, al incrementarse el caudal en la toma.

El canal está diseñado en condiciones de flujo subcrítico, por lo que en la sección 2 (sección final del vertedor lateral), se tiene el flujo normal.

Considerando despreciable las pérdidas a lo largo del vertedero lateral y que no hay diferencia significativa de cota entre las secciones ① y ②, determinar la velocidad en la sección ① (sección inicial del vertedero lateral).

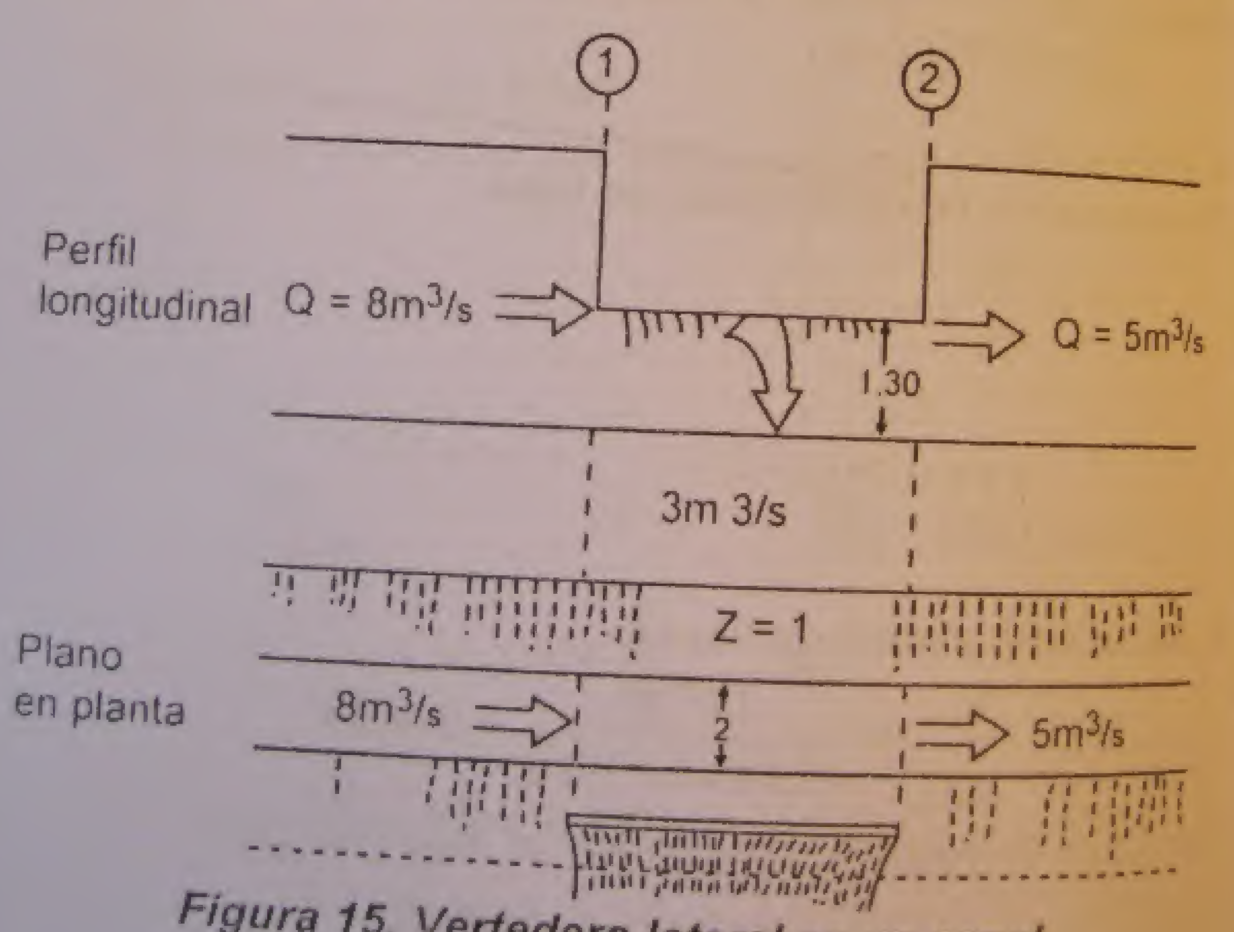


Figura 15. Vertedero lateral en un canal

Solución

Datos:
$n = 0.015$
$S = 0.2\ ‰ = 0.0002$

Se pide:
v_1

1. Cálculo de y en la sección ②

Aplicando la formula de Maninng, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{5/3}}{p^{2/3}} S^{1/2}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}} \right)^3 \quad \ldots(1)$$

donde:

1
1
y
⊢ 2 ⊣

$Q = 5\ m^3/s$
$n = 0.015$
$S = 0.0002$
$A = (2 + y)\ y$
$p = 2 + 2\sqrt{2}\ y\ = 2 + 2.8284\ y$

Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$\frac{[(2+y)y]^5}{(2+2.8384y)^2} = \left(\frac{5 \times 0.015}{0.0002^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$\frac{[(2+y)y]^5}{(2+2.8284y)^2} = 149.1553$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y = 1.60047$ m

Por ser flujo subcrítico, éste es el tirante real en la sección donde finaliza el vertedero lateral.

2. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones ① y ②, despreciando las pérdidas, se tiene:

$$Z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad \ldots (2)$$

donde:

$Z_1 = Z_2 \approx 0$

$$v_1 = \frac{8}{(2+y_1)y_1} \quad \ldots (3)$$

$$v_2 = \frac{5}{(2+1.60047)1.60047}$$

$v_2 = 0.8677$ m / s

3. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$y_1 + \frac{8^2}{19.62 \times [(2+y_1)y_1]^2} = 1.60047 + \frac{0.8677^2}{19.62}$$

$$y_1 + \frac{3.2620}{[(2+y_1)y_1]^2} = 1.6388$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_1 = 1.5262$ m

4. Sustituyendo valores en (3), ser tiene:

$$v_1 = \frac{8}{(2+1.5262)\times 1.5262}$$

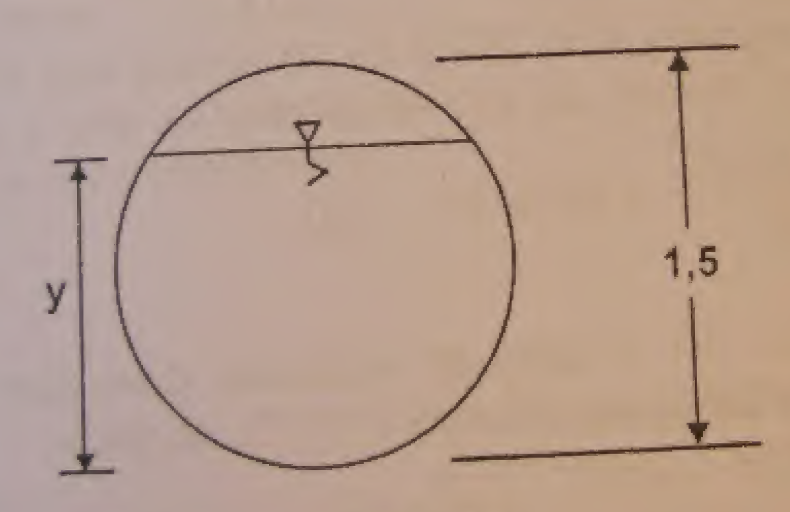
$v_1 = 1.4862$ m / s

21. Calcular la velocidad que tiene un canal de sección circular de 1,5 m de diámetro y que conduce un caudal de 1 m³/s, sabiendo que está trazado con una pendiente de 0,5 ‰, y que el material del canal tiene una rugosidad de 0,015.

Solución

Datos:
$D = 1.5$ m
$S = 0.5$ ‰ $= 0.0005$
$n = 0.015$
$Q = 1\ m^3/s$

Se pide:
v



1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\cdot\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q\times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 \quad \ldots(1)$$

2. De la Tabla 1.1 del MPPDC, para el área y perímetro, se tiene:
Área:

$$A = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta)D^2$$

$$A = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta) \times 1.5^2$$

$A = 0.2813(\theta - sen\theta)$ donde θ está en radianes

Perímetro:

$$p = \frac{1}{2}\theta D$$

$$p = 0.5 \times \theta \times 1.5$$

$p = 0.75\ \theta$

3. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$\frac{0.2813^5(\theta - sen\theta)^5}{0.75^2\theta^2} = \left(\frac{1 \times 0.015}{0.0005^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{(\theta - sen\theta)^5}{\theta^2} = 96.4035 \quad \text{... (2)}$$

En la ecuación (2), θ está en radianes, para que se ingrese en grados, se multiplica por el factor 0.0175, es decir:

$$\frac{(0.0175\theta - sen\theta)^5}{0.0175^2\theta^2} = 96.4035$$

$$\frac{(0.0175\theta - sen\theta)^5}{\theta^2} = 0.0294$$

4. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$\theta = 210.75º$

5. Sustituyendo en la fórmula del área, se tiene:

$$A = 0.2813\ (0.0175 \times 210.75 - \text{sen } 210.75)$$
$$A = 1.1813\ \text{m}^2$$

6. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$
$$v = \frac{1}{1.1813}$$
$$v = 0.8465\ \text{m/s}$$

22. Un canal de sección trapezoidal, tiene sus paredes con una inclinación de 30° con la horizontal. Este canal tiene una de sus paredes de cemento pulido (n = 0,012), la otra de concreto (n = 0,015) y la base de mampostería (n = 0,022), además un bordo libre de 0,20 m.
Si el caudal que transporta es 2,422 m^3/s, con una velocidad de 1,141 m/s y una pendiente de 0,8 ‰, indicar cuáles son sus dimensiones de construcción.

Solución

Datos:
$\alpha = 30$ º
$B.L. = 0.20$ m
$Q = 2.422\ \text{m}^3/\text{s}$
$v = 1.141$ m/s
$S = 0.8$ ‰ $= 0.0008$

Se pide:
Dimensiones de construcción
$b = ?$
$y = ?$
$H = ?$

H; $n_1 = 0{,}012$; 30°; y; B.L = 0,20; $n_2 = 0{,}015$; b; $n_3 = 0{,}022$

1. De la definición de talud, se tiene:

$$Z = ctg\ \alpha$$
$$Z = ctg\ 30$$
$$Z = 1.7321 = \sqrt{3}$$

2. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$Q = vA$$
$$A = \frac{Q}{v}$$
$$A = \frac{2.422}{1.141}$$
$$A = 2.1227\ m^2$$

3. De la fórmula del área, se tiene:

$$A = (b + Zy)y$$
$$\frac{A}{y} = (b + Zy)$$
$$b = \frac{A}{y} - Zy$$
$$b = \frac{2.1227}{y} - \sqrt{3}y \quad \ldots (1)$$

4. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q=\frac{1}{n}\cdot\frac{A^{5/3}}{p^{2/3}}S^{1/2} \quad \ldots(2)$$

5. De la fórmula de Horton y Einstein, para la rugosidad ponderada, se tiene:

$$n=\frac{(\sum p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} \rightarrow n \times p^{\frac{2}{3}} = (\sum p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}} \quad \ldots (3)$$

6. Sustituyendo (3) en (2), resulta:

$$Q=\frac{A^{\frac{5}{3}}}{(\sum p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$(\sum p_i \times n_i^{1.5})^{\frac{2}{3}} = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{Q} \times S^{\frac{1}{2}}$$

$$\sum p_i \times n_i^{1.5} = \left(\frac{A^{\frac{5}{3}}}{Q}S^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \ldots (4)$$

7. Cálculo de $\sum p_i \times n_i^{1.5}$

$$p_1 = p_2 = \sqrt{1+Z^2}\,y$$

$$p_1 = p_2 = \sqrt{1+3}\,y$$

$$p_1 = p_2 = 2y$$

$$p_3 = b = \frac{2.1227}{y} - \sqrt{3}y$$

luego:

$$\sum p_i \times n_i^{1.5} = 2y \times 0.012^{1.5} + \left(\frac{2.1227}{y} - \sqrt{3}y\right) \times 0.022^{1.5} + 2y \times 0.015^{1.5}$$

$$\sum p_i \times n_i^{1.5} = 0.00065140y + \frac{0.00692664}{y}$$

8. Sustituyendo valores en (4) resulta:

$$0.00065140y + \frac{0.00692664}{y} = \left(\frac{2.1227^{\frac{5}{3}}}{2.422} \times 0.0008^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$0.00065140y + \frac{0.00692664}{y} = 0.00828472$$

9. Multiplicando por $1000y$, se tiene:

$$6.5114\ y^2 + 69.2664 = 82.8472\ y$$

$$6.5114\ y^2 - 82.8472\ y + 69.2664 = 0$$

10. De la fórmula de la ecuación de segundo grado, se tiene:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-82.8472) \pm \sqrt{(-82.8472)^2 - 4 \times .65114 \times 69.2664}}{2 \times 6.5114}$$

de donde:

$y_1 = 11.8237$ m

$y_2 = 0.8997$ m

11. Sustituyendo valores en (1)

Para $y_1 = 11.8237$ m, se tiene:

$$b = \frac{2.1227}{11.8327} - \sqrt{3} \times 11.8237$$

$b = -20.2997$ m , valor físicamente inadecuado

Para $y_2 = 0.8997$ m, se tiene:

$$b = \frac{2.1227}{0.8997} - \sqrt{3} \times 0.8997$$

$$b = 0.8010 \text{ m}$$

$\therefore$ b = 0.80 m

$y = 0.8997$ m

12. La profundidad total, es:

$$H = y + B.L$$

$$H = 0.8997 + 0.20$$

$$H = 1.0996$$

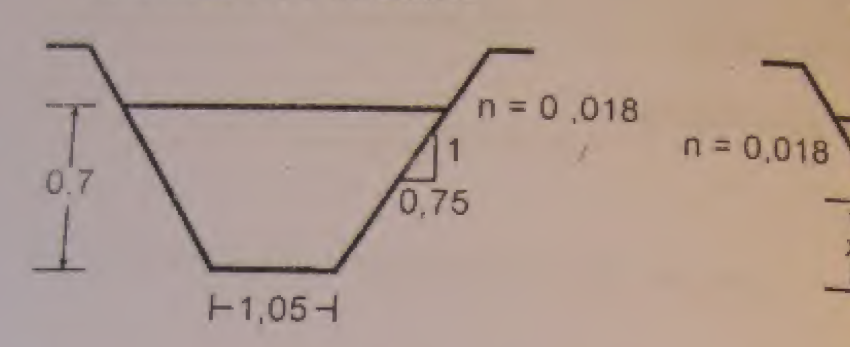
$$H \approx 1.10 \text{ m.}$$

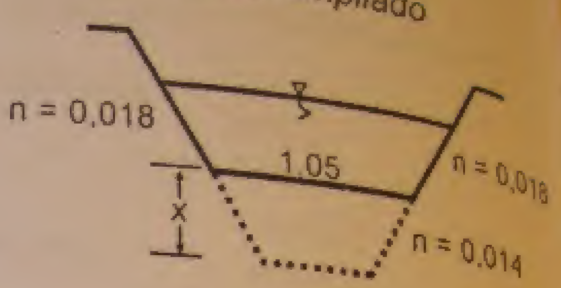
23. Un canal trapezoidal en uso, revestido de concreto (n = 0,018), de talud Z = 0,75, ancho de solera 1,05 m y tirante 0,70 m, conduce un caudal de 1,2744 m^3/s.

Se necesita ampliar este canal para transportar un caudal de 1,8508 m^3/s, para lo cual se debe profundizar el canal manteniendo el mismo talud y espejo de agua. Considerando que solo la parte excavada tiene un nuevo revestimiento (n = 0,014). Indicar cuál es la pendiente y cual es la velocidad en la nueva sección.

Solución

Datos:	*Se pide:*
Qinicial = 1.2744 m^3/s	S = ?
Qcanal ampliado =1.8508 m^3/s	v = ?





1. Para las condiciones iniciales, utilizando la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

de donde:

$$S = \left(\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}} \right)^2 \quad \ldots (1)$$

donde:

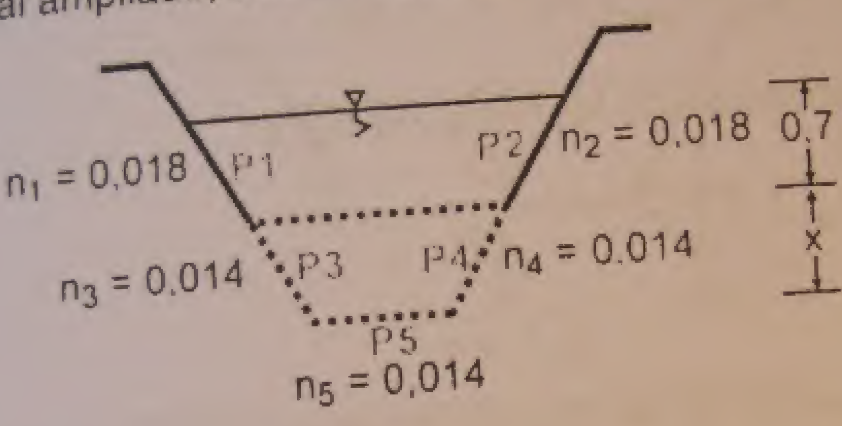
$Q = 1.2744 \text{ m}^3/\text{s}$
$n = 0.018$
$A = (b + Zy)\, y$
$A = (1.05 + 0.75 \times 0.7)\, 0.7$
$A = 1.1025 \text{ m}^2$
$p = b + 2\sqrt{1 + Z^2}\, y$
$p = 1.05 + 2 \cdot \sqrt{1 + 0.75^2} \times 0.7$
$p = 2.8 \text{ m}$

2. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$S = \left(\frac{1.2744 \times 0.018 \times 2.8^{\frac{2}{3}}}{1.1025^{\frac{5}{3}}} \right)^2$$

$S = 0.0015 = 1.5$ ‰

3. En el canal ampliado, si x es la profundidad ampliada, se tiene:



siendo:

$p_1 = p_2 = \sqrt{1 + Z^2}\, y$

$p_1 = p_2 = \sqrt{1 + 0.75^2} \times 0.7$

$p_1 = p_2 = 0.875 \text{ m}^2$

$p_3 = p_4 = \sqrt{1 + 0.75^2} \times x$

$p_3 = p_4 = 1.25\, x$

$p_5 = b$ del nuevo canal

4. Aplicando la ecuación del espejo de agua, en la parte profundizada, se tiene:

1,05
x
1
0,75
p_5

$T = b + 2Zy$

$1.05 = p_5 + 2 \times 0.75\, x$

$p_3 = 1.05 - 1.5\,x$

5. De la fórmula de Horton y Einstein para el n ponderado, se tiene:

$$n = \frac{\left(\sum p_i n_i^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}$$

$$n \times p^{\frac{2}{3}} = \left(\sum p_i n_i^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \ldots (2)$$

6. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}} \quad \ldots (3)$$

7. Sustituyendo (2) en (3), se obtiene:

$$Q = \frac{A^{\frac{5}{3}} S^{\frac{1}{2}}}{\left(\sum p_i n_i^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$\left(\sum p_i n_i^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{A^{\frac{5}{3}}}{Q} S^{\frac{1}{2}}$$

$$\sum p_i n_i^{1.5} = \left(\frac{A^{\frac{5}{3}}}{Q} S^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \ldots (4)$$

8. Cálculo de $\sum p_i n_i^{1.5}$

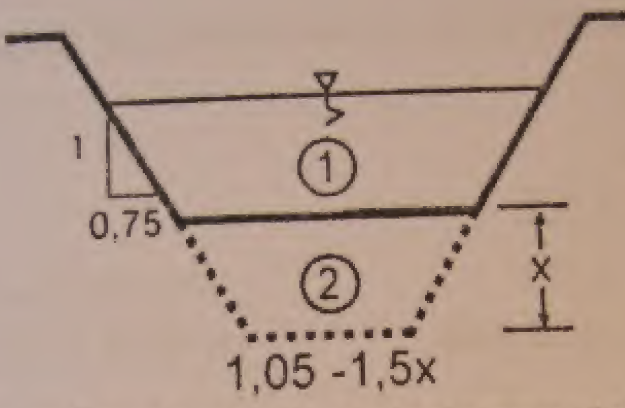
$$\sum p_i n_i^{1.5} = 0.875 \times 0.018^{1.5} + 0.875 \times 0.018^{1.5} + 1.25x \times 0.014^{1.5}$$

$$+ 1.25x \times 0.014^{1.5} + (1.05 - 1.5x)\, 0.014^{1.5}$$

$$\sum p_i n_i^{1.5} = 2 \times 0.875 \times 0.018^{1.5} + 2 \times 1.25x \times 0.014^{1.5} + 1.05 \times 0.014^{1.5} - 1.5x \times 0.014^{1.5}$$

$$\sum p_i n_i^{1.5} = 0.0060 + 0.0017x$$

9. Cálculo de A



$A_1 = 1.1025\ m^2$ (calculado anteriormente)

$A_2 = (1.05 - 1.5\,x + 0.75\,x)\,x$

$A_2 = (1.05 - 0.75\,x)\,x$

$A_2 = 1.05\,x - 0.75\,x^2$

$A = A_1 + A_2$

$A = 1.1025 + 1.05\,x - 0.75\,x^2 \quad \ldots (5)$

10. Cálculo de p

$p = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5$

$p = 0.875 + +0.875 + 1.25x + 1.25x + 1.05 - 1.5x$

$p = 2.8 + x$

11. Sustituyendo valores en (4), resulta:

$$0.0060 + 0.0017x = \left[\frac{\left(1.1025 + 1.05x - 0.75x^2\right)^{\frac{5}{3}} \times 0.0015^{\frac{1}{2}}}{1.8508} \right]^{\frac{3}{2}}$$

12. Simplificando, se obtiene:

$$0.0030\left(1.1025+1.05x-0.75x^2\right)^{\frac{5}{2}}-0.017x=0.0060$$

13. Resolviendo por tanteos, se tiene:
    $x = 0.33$ m

14. Sustituyendo valores en (5), resulta:
    $A = 1.1025 + 1.05 \times 0.33 - 0.75 \times 0.33^2$
    $A = 1.3673$ m^2

15. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{1.8508}{1.3673}$$

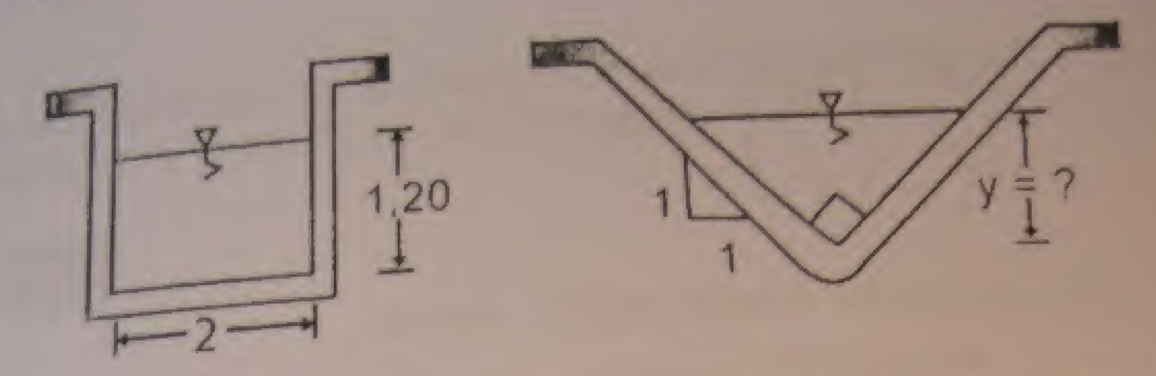
$v = 1.3536$ m/s

24. Un canal rectangular tiene un ancho de solera de 2 m y un coeficiente de rugosidad de 0,014. El tirante es 1,20 m y la pendiente 1,2 ‰.
    Calcular el tirante con el que fluirá el mismo caudal en un canal triangular de 90°, que tiene la misma rugosidad y la misma pendiente.

Solución

Datos:
canal rectangular
$b = 2$ m
$y = 1.20$ m
$n = 0.014$
$S = 1{,}2$ ‰ $= 0.0012$

Se pide:
y para el canal triangular



1. Aplicando la ecuación de Manning para una sección rectangular, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

donde:

$A = 2 \times 1.20 = 2.40\ m^2$

$p = 2 + 2 \times 1.2 = 4.40\ m$

2. Luego, sustituyendo valores en (1), resulta:

$$Q = \frac{1}{0.014} \times \frac{2.40^{\frac{5}{3}}}{4.40^{\frac{2}{3}}} \times 0.0012^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = 3.9644\ m^3/s$$

3. Para la sección triangular, se tiene:

$A = Zy^2$

$A = y^2$

$$p = 2y\sqrt{1+Z^2}$$

$$p = 2y\sqrt{2}$$

$$p = 2\sqrt{2}y$$

4. De la ecuación (1) se tiene:

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Qn}{S^{\frac{1}{2}}} \right)^3 \quad \dots (2)$$

5. Sustituyendo valores en (2), resulta:

$$\frac{(y^2)^5}{(2\sqrt{2}y)^2} = \left(\frac{3.9644 \times 0.014}{0.0012^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$\frac{y^{10}}{8y^2} = \left(\frac{3.9644 \times 0.014}{0.0012^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$y^8 = 8 \times \left(\frac{3.9644 \times 0.014}{0.0012^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$y = \sqrt[8]{8 \times \left(\frac{3.9644 \times 0.014}{0.0012^{\frac{1}{2}}} \right)^3}$$

$\therefore y = 1.5476$ m

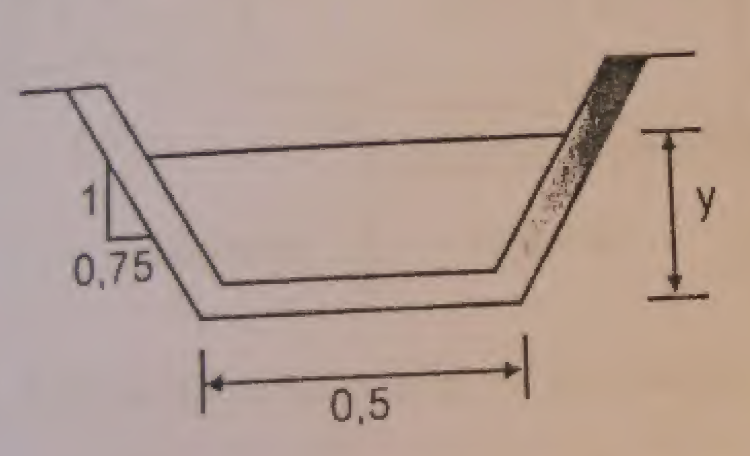
25. En un tramo del perfil longitudinal de un canal (con pendiente 1 ‰), que conduce un caudal de 0.70 m^3/s, se tiene una alcantarilla de 1.15 m de diámetro, para cruzar una carretera. Después de ella, se tiene una transición (con la misma pendiente) de 10 m de longitud, para unir con un canal trapezoidal revestido de concreto (n = 0.014), de ancho de solera de 0.50 m, talud Z = 0.75.

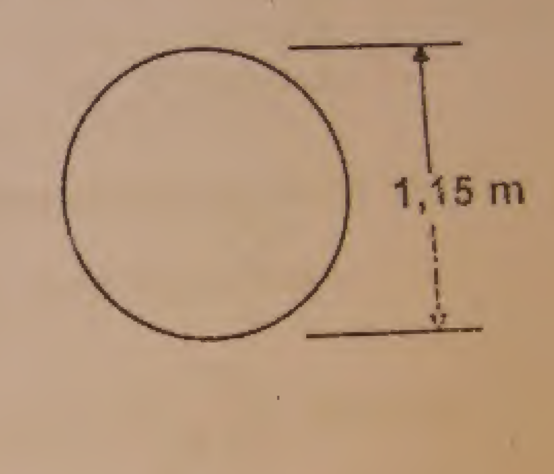
Si las pérdidas en la transición son despreciables, indicar la velocidad a la salida de la alcantarilla.

Solución

Datos:
Canal trapezoidal
$Q = 0.70\ m^3/s$
$n = 0.014$
$S = 1\ ‰ = 0.001$
$b = 0.50$ m
$Z = 0.75$
Alcantarilla
$D = 1.15$ m

Se pide:
v salida alcantarilla





1. En el canal trapezoidal, de la ecuación de Manning, se tiene:

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Qn}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 \quad ...(1)$$

donde:

$$A = (b + Zy)\,y$$
$$A = (0.5 + 0.75y)\,y \quad ...\ (2)$$

$$p = b + 2\sqrt{1+Z^2}\,y$$
$$p = 0.5 + 2\cdot\sqrt{1+0.75^2}\,y$$

$p = 0.5 + 2.5\, y$

2. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$\frac{[(0.5+0.75y)y]^5}{(0.5+2.5y)^2} = \left(\frac{0.7 \times 0.014}{0.001^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{[(0.5+0.75y)y]^5}{(0.5+2.5y)^2} = 0.0298$$

3. Resolviendo por tanteos, resulta:

$y = 0.6733$ m

4. Sustituyendo en (2), se tiene:

$A = (0.5 + 0.75 \times 0.6733)\ 0.6733$

$A = 0.6767\ m^2$

5. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{0.7}{0.6767}$$

$v = 1.0345$ m/s

6. El espejo de agua en el canal trapezoidal, es:

$T = b + 2Zy$

$T = 0.5 + 2 \times 0.75 \times 0.6733$

$T = 1.51$ m

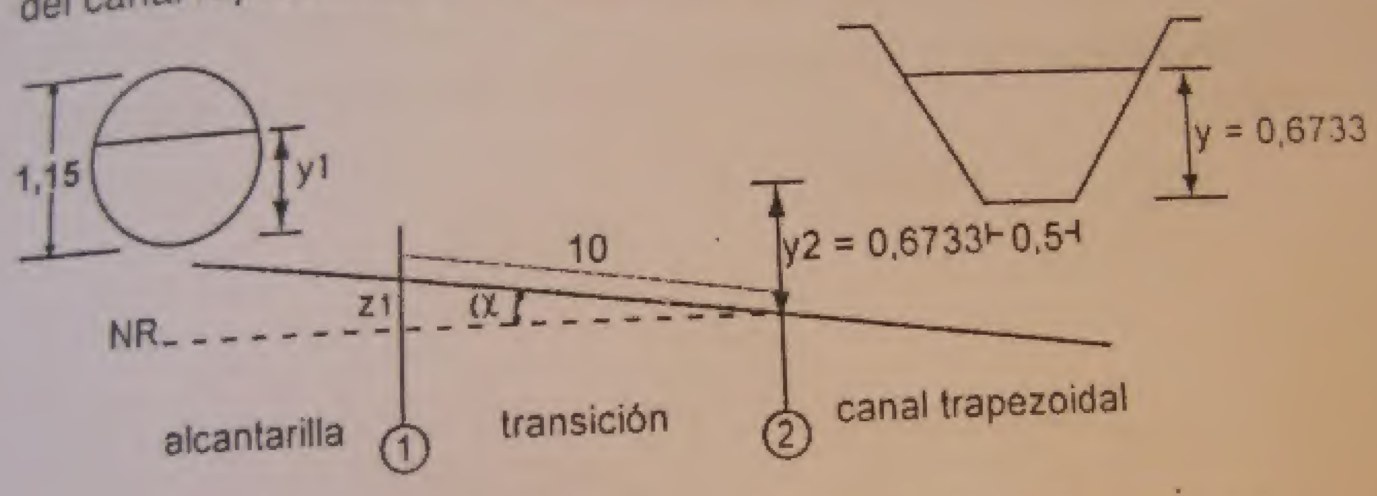
7. De la ecuación del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

$$F = \frac{1.0345}{\sqrt{9.81 \times \frac{0.6767}{1.51}}}$$

$F = 0.4934$

8. Como $F = 0.4934 < 1$, el flujo en el canal es subcrítico. En un flujo subcrítico, toda singularidad crea efectos hacia aguas arriba. Como la transición es la singularidad, al inicio del canal se tiene que el tirante real es igual al tirante normal, por lo que el inicio del canal representa una sección de control.



9. Aplicando la ecuación de la energía entre ① y ②, se tiene:

$$Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{f1-2} \quad \dots (3)$$

donde:

$Z_2 = 0$

$h_{f1\text{-}2} = 0$

Por ser el ángulo α pequeño

$$sen\alpha \approx \tan\alpha = S = \frac{Z_1}{10}$$

$Z_1 = 10\ S = 10 \times 0.001$

$Z_1 = 0.01$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1}$$

10. Sustituyendo valores en (3), resulta:

$$0.01 + y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} = 0.6733 + \frac{1.0345^2}{19.62}$$

$$y_1 + \frac{0.7^2}{19.62} \times \frac{1}{A_1^2} = 0.6733 + \frac{1.0345^2}{19.62} - 0.01$$

$$y_1 + 0.0250 \times \frac{1}{A_1^2} = 0.7178$$

11. Multiplicando y dividiendo por D a una potencia adecuada, se tiene:

$$D\left(\frac{y_1}{D}\right) + \frac{0.0250}{D^4} \times \frac{1}{\left(\frac{A_1}{D^2}\right)^2} = 0.7178$$

$$1.15\left(\frac{y_1}{D}\right) + \frac{0.0250}{1.15^4} \times \frac{1}{\left(\frac{A_1}{D^2}\right)^2} = 0.7178$$

$$f\left(\frac{y_1}{D}\right) = 1.15\left(\frac{y_1}{D}\right) + \frac{0.0143}{\left(\frac{A_1}{D^2}\right)^2} = 0.7178 \quad \dots (4)$$

12. Utilizando la tabla 1.3 del MPPDC, la ecuación (4) se resuelve por tanteos, así se obtiene:

$\left(\frac{y_1}{D}\right)$	$\left(\frac{A_1}{D^2}\right)$	$f\left(\frac{y_1}{D}\right)$
0.5	0.3927	0.6677
0.6	0.4920	0.7490
0.56	0.4526	0.7138
0.57	0.4625	0.7223
0.565	0.4576	0.7181

↑

El valor 0.4576, se ha obtenido como un valor promedio de la tabla 1.3 del MPPDC (puede calcularse con mayor aproximación)

$$\therefore \left(\frac{y_1}{D}\right) = 0.565 \rightarrow y_1 = 1.15 \times 0.565$$

$$y_1 = 0.6498 \text{ m}$$

$$\left(\frac{A_1}{D^2}\right) = 0.4576 \rightarrow A_1 = 1.15^2 \times 0.4576$$

$$A_1 = 0.6052 \text{ m}^2$$

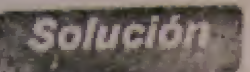
13. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$v_1 = \frac{0.7}{0.6052}$$

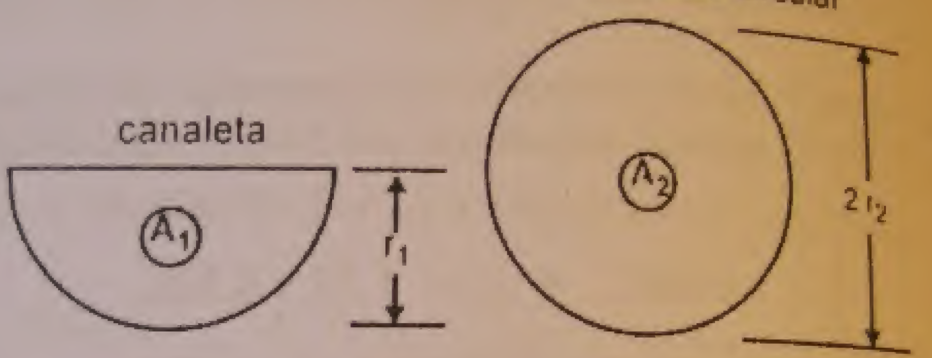
$$v_1 = 1.1567 \text{ m/s}$$

26. ¿Qué relación guardan los caudales de una canaleta semicircular abierta y un conducto circular, si ambos son de igual área, pendiente y rugosidad?



Datos:
Acanaleta = Aconducto circular
Scanaleta = Sconducto circular
n canaleta = n conducto

Se pide:
Relación de Q canaleta respecto al Q conducto circular



1. De la ecuación del perímetro y área, se tiene:

$$p_1 = \Pi r_1 \qquad p_2 = 2\Pi r_2$$

$$A_1 = \frac{\Pi}{2} r_1^2 \qquad A_2 = \Pi r_2^2$$

2. Como las áreas son iguales se tiene:

$$\frac{\Pi}{2} r_1^2 = \Pi r_2^2$$

$$r_1^2 = 2r_2^2$$

$$r_1 = \sqrt{2}r_2 \quad \ldots(1)$$

3. Utilizando la ecuación de Manning
En la canaleta

$$Q_c = \frac{1}{n} \frac{A_1^{\frac{5}{3}}}{p_1^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_c = \frac{1}{n}\frac{A_1^{\frac{5}{3}}}{(\Pi r_1)^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}} \quad \ldots(2)$$

En el conducto circular

$$Q_{cc} = \frac{1}{n}\frac{A_2^{\frac{5}{3}}}{(2\Pi r_2)^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}} \quad \ldots(3)$$

4. Dividiendo (2) entre (3), se obtiene:

$$\frac{Q_c}{Q_{cc}} = \frac{\frac{1}{n}\frac{A_1^{\frac{5}{3}}}{(\Pi r_1)^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{n}\frac{A_2^{\frac{5}{3}}}{(2\Pi r_2)^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}}$$

$$Q_c = \left(\frac{2\Pi r_2}{\Pi r_1}\right)^{\frac{2}{3}} Q_{cc}$$

$$Q_c = \left(\frac{2r_2}{r_1}\right)^{\frac{2}{3}} Q_{cc} \quad \ldots(4)$$

5. Sustituyendo (1) en (4), se tiene:

$$Q_c = \left(\frac{2r_2}{\sqrt{2}r_2}\right)^{\frac{2}{3}} Q_{cc}$$

$$Q_c = \left(\sqrt{2}\right)^{\frac{2}{3}} Q_{cc}$$

$$Q_c = \sqrt[3]{2} Q_{cc}$$

$$\therefore Q_c = 1.2599 Q_{cc}$$

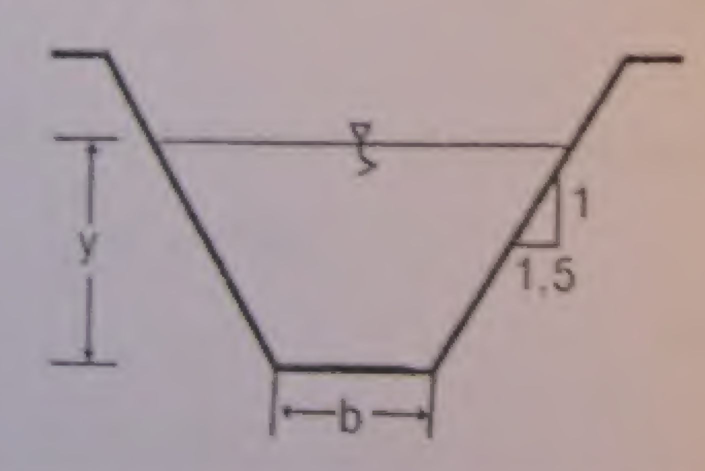
27. Un canal trapezoidal de sección de máxima eficiencia hidráulica, con talud $Z = 1,5$, conduce un caudal de 2 m^3/s.

Sabiendo que el canal está revestido ($n = 0,014$) y está trazado con una pendiente del 1‰, determinar la velocidad.

Solución

Datos:
Sección M.E.H.
$Z=1,5$
$Q = 2\ m^3/s$
$n = 0.014$
$S = 1‰ = 0.001$

Se pide:
$v = ?$



1. Por ser un canal trapezoidal de M. E. H, se cumple:

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+1.5^2} - 1.5\right)$$

$$\frac{b}{y} = 0.6056$$

$$b = 0.6056y \quad \ldots (1)$$

2. También se cumple que:

$$R = \frac{y}{2} \quad \ldots (2)$$

3. El área hidráulica, es:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$

$$A = (0.6056y + 1.5y)\,y$$

$$A = 2.1056y^2 \quad \ldots (3)$$

4. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad \ldots (4)$$

5. Sustituyendo valores en (4), se tiene:

$$2 = \frac{1}{0.014} \times \left(2.1056y^2\right) \times \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \times 0.001^{\frac{1}{2}}$$

$$y^2 y^{\frac{2}{3}} = \frac{2 \times 0.014 \times 2^{\frac{2}{3}}}{2.1056 \times 0.001^{\frac{1}{2}}}$$

$$y^{\frac{8}{3}} = 0.6675$$

$$y = 0.6675^{\frac{3}{8}}$$

$$y = 0.8594 \text{ m}$$

6. Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$A = 2.1056 \times 0.8594^2$$

$$A = 1.5550 \text{ m}^2$$

7. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{2}{1.5550}$$

$$v = 1.2862 \text{ m/s}$$

28. Hallar el talud Z y el valor de θ para un canal triangular a fin de obtener una sección de máxima eficiencia hidráulica (figura 16).

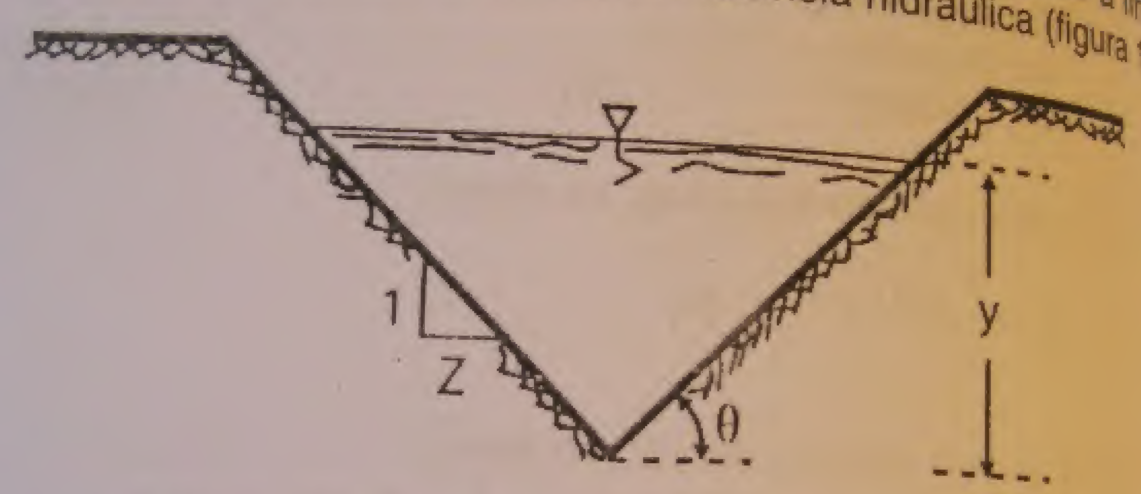


Figura 16. Sección transversal triangular

Solución

Datos:
Sección triangular de M.E.H.

Se pide:
$Z = ?$
$\theta = ?$

Una sección es de máxima eficiencia hidráulica, cuando para la misma área (constante), pendiente y rugosidad de las paredes, transporta un caudal máximo.

1. De la educación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \underbrace{\frac{A^{\frac{5}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n}}_{\text{constante}}\frac{1}{p^{\frac{2}{3}}}$$

$$Q = \frac{C}{p^{\frac{2}{3}}} \quad \ldots (1)$$

2. De la ecuación (1), si *C* es constante
   Q será máximo si *p* es mínimo

3. De la tabla 1.1 de MPPDC, para una sección triangular, se tiene:

$$p = 2y\sqrt{1+Z^2} \quad \ldots (2)$$

$$A = Zy^2$$

de donde:

$$y = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{Z}} \rightarrow \quad y = \sqrt{A}Z^{-\frac{1}{2}} \quad \ldots (3)$$

siendo *A* constante

4. Sustituyendo (3) en (2), se tiene:

$$p = \sqrt{A}Z^{-\frac{1}{2}}\sqrt{1+Z^2}$$

$$p = \sqrt{A}\sqrt{Z^{-1}+Z} \quad \ldots (4)$$

5. p será mínimo si: $\begin{cases} \dfrac{dp}{dz}=0 \\ \dfrac{d^2p}{dz^2}>0 \end{cases}$

luego:

$$\frac{dp}{dz}=\frac{d}{dz}\left(2\sqrt{A}\sqrt{Z^{-1}+Z}\right)=0$$

$$\frac{2\sqrt{A}}{\sqrt{Z^{-1}+Z}}\left(-\frac{1}{Z^2}+1\right)=0$$

$$-\frac{1}{Z^2}+1=0$$

$$\frac{1}{Z^2}=1$$

$$Z^2=1$$

$$\therefore Z=1$$

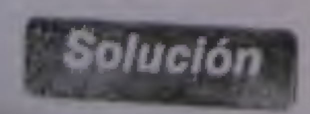
6. De la definición de talud, se tiene:

$$Z=\text{ctg}\,\theta=1$$

$$\therefore \quad \theta=45º$$

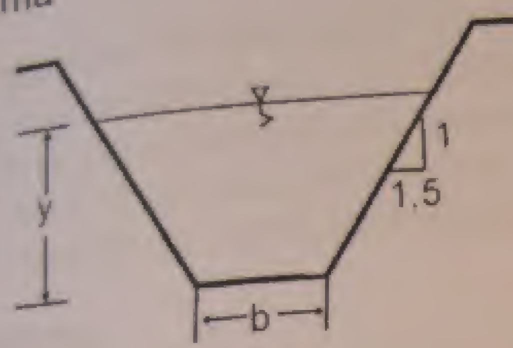
29. En una zona lluviosa, se desea construir un dren para evacuar un caudal de 2 m^3/s, el dren será construido en tierra (n = 0,030), de sección trapezoidal, con un talud de 1,5. La velocidad de agua no debe sobrepasar 0,8 m/s, para evitar deterioro de las paredes y fondo del dren.

Calcular cuál debe ser el valor de la pendiente sabiendo que es la menor posible (mínima).



Datos:
$n = 0.030$
$Z = 1.5$
$v \leq 0.8$ m/s
S mínima

Se pide:
S = ?



1. Para evitar erosión en el canal de tierra tomamos:

$$v = 0.8 m/s$$

2. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$A = \frac{Q}{v}$$

$$A = \frac{2}{0.8} = 2.5 m^2$$

3. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{5/3}}{p^{1/2}} \cdot S^{1/2}$$

$$S = \left(\frac{n \cdot Q \cdot p^{2/3}}{A^{5/3}} \right)^2$$

$$S = \frac{n^2 \cdot Q^2}{A^{10/3}} \cdot p^{4/3} \quad \ldots (1)$$

4. De la ecuación (1):

Smínimo si *p*mínimo

(116)

5. Si p es mínimo y se tiene que A es constante, se cumplen las condiciones de M.E.H. (máxima eficiencia hidráulica)

6. De la condición de M.E.H., se cumple:

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+1.5^2} - 1.5\right)$$

$$\frac{b}{y} = 0.6056$$

$$b = 0.6056y \quad \ldots (2)$$

7. De la ecuación del área hidráulica, se tiene:

$$A = (b + Zy)y$$

Sustituyendo valores, resulta:

$$2.5 = (0.6056y + 1.5y)y$$

$$2.5 = 2.1056y^2$$

$$y^2 = 1.1873$$

$$y = 1.0897m$$

8. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$b = 0.6056 \times 1.0897$$

$$b = 0.6599m$$

9. El perímetro es:

$$p = b + 2\sqrt{1+Z^2}\,y$$

$$p = 0.6599 + 2\sqrt{1+1.5^2} \times 1.0897$$

$$p = 4.5889m$$

10. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$S = \frac{0.03^2 \cdot 2^2}{2.5^{10/3}} \times 4.5889^{4/3}$$

$$S = 0.00129$$

$$S = 1.3\ ‰$$

30. A igualdad de pendiente y coeficiente de rugosidad en cuál de los siguientes casos se obtendría una mayor velocidad de flujo para el escurrimiento de un mismo caudal:
a) Usando un canal triangular de máxima eficiencia hidráulica.
b) Usando un canal rectangular de máxima eficiencia hidráulica.

Solución

Datos:
Canal triangular y canal rectangular con el mismo S, n y Q de M.E.H.

Se pide:
Relación entre vtriangular y vrectangular

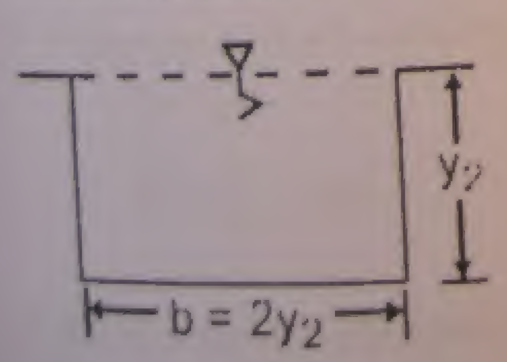
1. Una canal triangular de M.E.H. es aquel que es la mitad de un cuadrado, pero con la diagonal vertical, es decir:

1
z = 1
y_1

$$A_1 = Zy_1^2 \rightarrow A = y_1^2$$

$$p = 2\sqrt{2} \cdot y_1$$

2. Un canal rectangular de M.E.H. es aquel que es la mitad de un cuadrado, es decir:



$$A_2 = b \cdot y_2 = 2y_2 \cdot y_2 = 2y_2^2$$

$$p = b + 2y_2 = 2y_2 + 2y_2 = 4y_2$$

3. Como los caudales son los mismos, utilizando la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{n}\frac{A^{5/3}}{p^{2/3}}S^{1/2}$$

$$\frac{1}{n}\frac{\left(y_1^{\,2}\right)^{5/3}}{\left(2\sqrt{2}y_1\right)^{2/3}}S^{1/2} = \frac{1}{n}\frac{\left(2y_2^{\,2}\right)^{5/3}}{\left(4y_2\right)^{2/3}}S^{2}$$

$$\frac{y_1^{\,10/3}}{\left(2\sqrt{2}\right)^{2/3}y_1^{\,2/3}} = \frac{2^{5/3}y_2^{\,10/3}}{\left(2^2\right)^{2/3}y_2^{\,2/3}}$$

$$\frac{y_1^{\,10/3}}{y_1^{\,2/3}} = \frac{\left(2^{3/2}\right)^{2/3}2^{5/3}y_2^{\,10/3}}{2^{4/3}y_2^{\,2/3}}$$

$$y_1^{\,8/3} = 2^{4/3}y_2^{\,8/3}$$

$$y_1^{\,8} = 2^4 y_2^{\,8}$$

$$\left(\frac{y_1}{y_2}\right)^8 = 2^4$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \sqrt{2}$$

ó $\frac{y_1^{\,2}}{y_2^{\,2}} = 2$ ... (1)

4. De la ecuación de continuidad, puesto que los Q son iguales, se tiene:

$$Q = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

$$y_1^{\,2}v_1 = 2y_2^{\,2}v_2$$

$\frac{y_1^{\,2}}{y_2^{\,2}}v_1 = 2v_2$ ... (2)

5. Sustituyendo (1) en (2), resulta:

$$2v_1 = 2v_2$$

$$v_1 = v_2$$

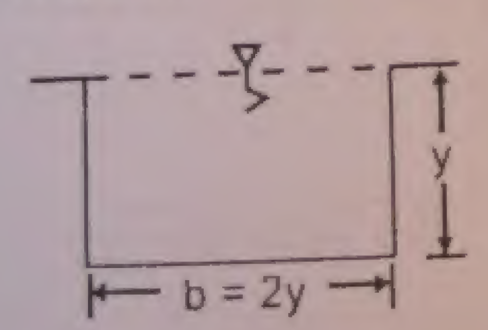
∴ Para las condiciones indicadas, las velocidades son iguales.

31. Un canal de sección rectangular, revestido de concreto (n = 0,015), debe conducir un caudal $Q = 3\ m^3/s$ con una velocidad v = 1,2 m/s,
Calcular:
a. Las dimensiones de la sección de máxima eficiencia
b. La pendiente necesaria

Solución

Datos:
$n = 0.015$
$Q = 3\ m^3/s$
$v = 1.2$ m/s
Sección M.E.H.

Se pide:
a. Dimensiones b, y = ?
b. S = ?



1. Para una sección rectangular de M.E.H. se cumple:

$$b = 2y \quad \ldots (1)$$

$$R = \frac{y}{2} \quad \ldots (2)$$

2. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$A = \frac{Q}{v}$$

$$A = \frac{3}{1.2} = 2.5m^2$$

3. El área hidráulica es:

$$A = b \cdot y$$

$$A = 2y \cdot y = 2y^2 = 2.5$$

$$y^2 = 1.25$$

$$y = 1.1180m$$

4. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$b = 2 \times 1.1180 = 2.2360 \text{ m}$$

5. Cálculo de R:

Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$R = \frac{1.1180}{2} = 0.5590 \text{ m}$$

6. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$S = \left(\frac{Q \cdot n}{A \cdot R^{2/3}} \right)^2$$

$$S = \left(\frac{3 \times 0.015}{2.5 \times 0.5590^{2/3}} \right)^2$$

$$S = 0.0007 = 0.7 \text{‰}$$

$\therefore$ b = 2.2260 m

y = 1.1180 m

S = 0.7 ‰

32. Se tiene que conducir 0,6 m^3/s de agua en un canal rectangular de sección de máxima eficiencia con pendiente de 1‰, para lo cual se estudian dos posibilidades:
a. El canal se usa directamente después de la excavación, para lo cual $n = 0{,}035$.
b. El canal será pulido de modo que $n = 0{,}013$.

Considerando que el canal fluye lleno y que el costo del m^3 de excavación es 2,5 veces el costo del m^2 de pulido, hallar la relación de costos de ambas opciones, e indicar para este caso, la opción económica que recomendaría.

Solución

Se pide:
Relación de costos

Datos:
Sección de M.E.H.
$Q = 0.6\ m^3/s$
$S = 1‰$
$C\ 1\ m^3$ excavación = $C\ 1 m^2$ pulido

n = 0.035
y_1
$b = 2y_1$

n = 0.013
y_2
$b = 2y_2$

1. Para una sección rectangular de M.E.H. se cumplen las relaciones:

$$b = 2 \cdot y \quad \ldots (1)$$

$$R = \frac{y}{2}$$

2. El área hidráulica es en este caso:

$$A = b \cdot y$$
$$A = 2y \cdot y$$
$$A = 2y^2$$

3. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3}S^{1/2}$$

Sustituyendo valores conocidos, resulta:

$$0.6 = \frac{1}{n} 2y^2 \times \left(\frac{y}{2}\right)^{2/3} \times 0.001^{1/2}$$

$$y^2 \cdot y^{2/3} = \frac{0.6 \times 2^{2/3}}{2 \times 0.001^{1/2}} n$$

$$y^{8/3} = \frac{0.6}{2^{1/3} \times 0.001^{1/2}} n$$

$$y = (15.0594 \cdot n)^{3/8} \quad \dots (2)$$

Para $n = 0.035$, en (2), se tiene:

$$y = (15.0594 \times 0.035)^{0.375}$$
$$y = 0.7865$$

Sustituyendo en (1), se tiene:

$$b = 2 \times 0.7865$$
$$b = 1.5730m$$

Para $n = 0.013$, en (2), se tiene:

$$y = (15.0594 \times 0.013)^{0.375}$$
$$y = 0.5425m$$

Sustituyendo en (1), se tiene:

$$b = 2 \times 0.5425$$

$b = 1.0850m$

4. Las dimensiones hidráulicas para ambos casos, son:

canal excavado:

$y = 0.7865m$

$b = 1.5730m$

$A = 1.2372m^2$

$p = 3.1460m$

canal excavado y pulido:

$y = 0.5425m$

$b = 1.0850m$

$A = 0.5886m^2$

$p = 2.17m$

5. Considerando 1 m de longitud del caudal, el volumen excavado en ambos casos es:

canal excavado:

$Ve = A \times 1$

$Ve = 1.2372m^3$

canal excavado y pulido:

$Ve = A \times 1$

$Ve = 0.5856m^3$

6. El área pulida en el canal excavado y pulido, es:

$Ap = p \times 1$

$Ap = 2.17m^2$

7. Si *x* es el costo de 1 m^2 de pulido, entonces según la condición del problema 2.5*x* será el costo de 1 m^3 de excavación.

8. Los costos totales para ambos casos será:

$Ca = 1.2372 \times 2.5x = 3.0930x$ ... (3)

$Cb = 0.5856 \times 2.5x + 2.17x = 3.6340x$ ... (4)

9. La relación de costos, se obtiene dividiendo (3)/(4), es decir:

$$\frac{Ca}{Cb} = \frac{3.0930x}{3.6340x}$$

$$Ca = 0.8511 \cdot Cb$$

∴ Se recomienda la primera posibilidad, por ser más económica.

33. Se diseña un canal de conducción revestido de concreto (n = 0,014), con una sección trapezoidal de modo que sea de máxima eficiencia hidráulica, para conducir un caudal de 0,75 m^3/s, con un ancho de solera de 0,80 m y una pendiente de 1 ‰. Indicar la velocidad en el canal.

Solución

Datos:

$n = 0.014$

$b = 0.80$ m

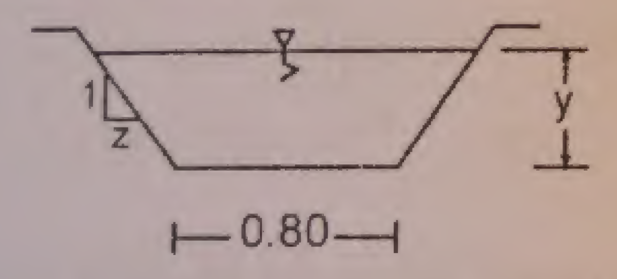
$Q = 0,75\ m^3/s$

S = 1 ‰

Sección de M.E.H.

Se pide:

$v = ?$



1. Para una sección trapezoidal de M E H, se cumple:

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right) \quad \dots (1)$$

$$R = \frac{y}{2} \quad \dots (2)$$

2. De (1), se tiene:

$$y = \frac{0.8}{2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right)} = \frac{0.4}{\sqrt{1+Z^2} - Z} \quad \dots (3)$$

3. El área hidráulica es:

$$A=(b+Zy)y$$

$$A=\left(0.8+Z\times\frac{0.4}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\right)\times\frac{0.4}{\sqrt{1+Z^2}-Z}$$

$$A=\frac{0.16}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\times\left(2+\frac{Z}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\right)\ \ldots (4)$$

4. De (2), el radio hidráulico se expresa como:

$$R=\frac{0.4}{2\left(\sqrt{1+Z^2}-Z\right)}$$

$$R=\frac{0.2}{\left(\sqrt{1+Z^2}-Z\right)}\ \ldots (5)$$

5. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q=\frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}\ \ldots (6)$$

6. Sustituyendo valores en la ecuación (6), se tiene:

$$0.75=\frac{1}{0.014}\frac{0.16}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\left(2+\frac{Z}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\right)\times\left(\frac{0.2}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\right)^{\frac{2}{3}}\times 0.001^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(2+\frac{Z}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\right)\times\frac{1}{\left(\sqrt{1+Z^2}-Z\right)^{\frac{5}{3}}}=\frac{0.75\times 0.014}{0.16\times 0.2^{\frac{2}{3}}\times 0.001^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{\left(2+\frac{Z}{\sqrt{1+Z^2}-Z}\right)}{\left(\sqrt{1+Z^2}-Z\right)^{\frac{5}{3}}}=6.0681$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{2} - 1\right)$$

b = 0.8284y ... (1)

2. El área hidráulica, es:

$$A = (b + Zy)y$$

$$A = (0.8284y + y)y$$

$$A = 1.8284y^2 \quad \ldots (2)$$

3. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

Sustituyendo valores, resulta:

$$2 = \frac{1}{0.025} \times 1.8284y^2 \times \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \times 0.0005^{\frac{1}{2}}$$

$$y^{\frac{8}{3}} = \frac{2 \times 0.025 \times 2^{\frac{2}{3}}}{1.8284 \times 0.0005^{\frac{1}{2}}}$$

$$y = \left(\frac{0.025 \times 2^{\frac{5}{3}}}{1.8284 \times 0.0005^{\frac{1}{2}}}\right)^{0.375}$$

y = 1.2824 m

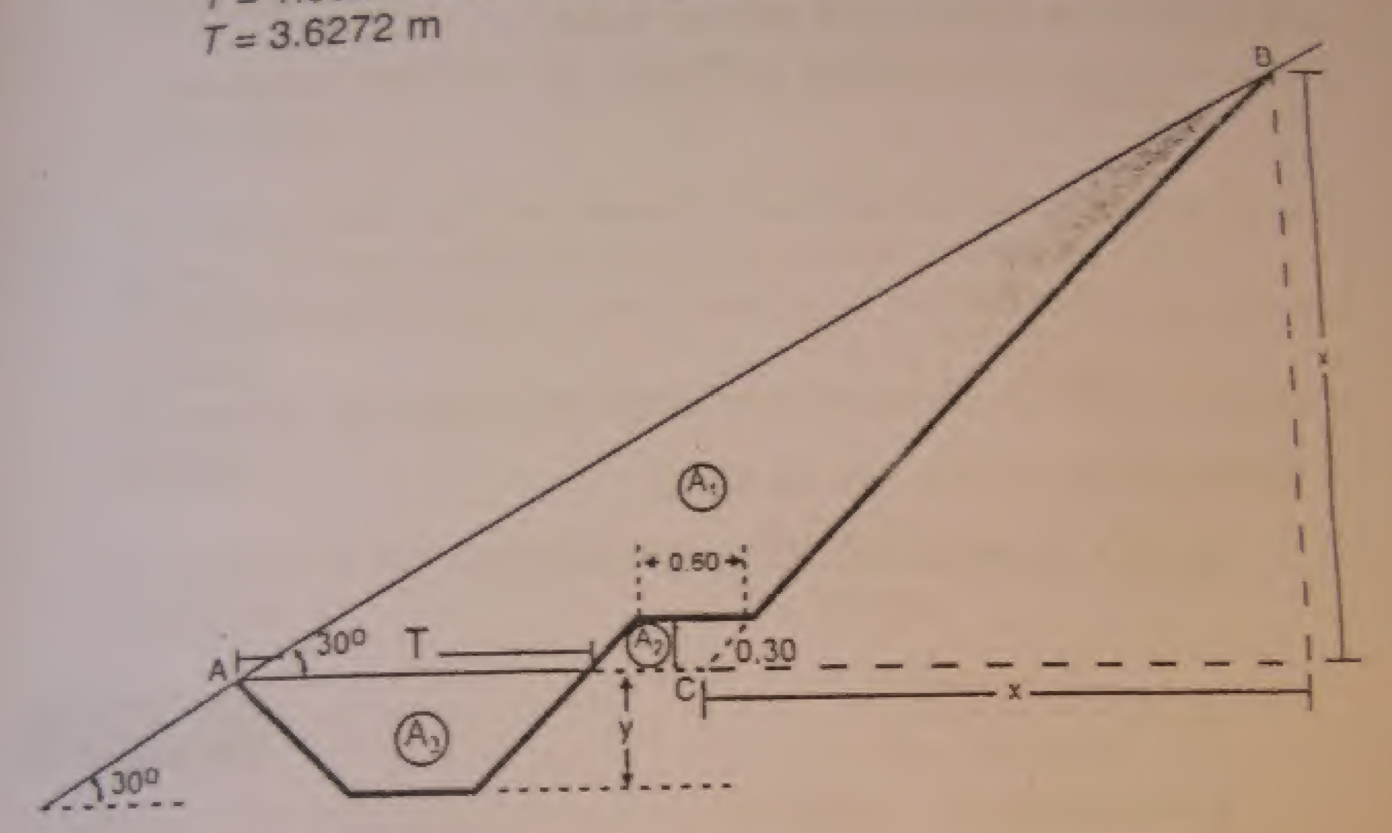
4. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

b = 0.8284 × 1.2824

b = 1.0624 m

5. Cálculo de T en el canal

$$T = b + 2Zy$$
$$T = 1.0624 + 2 \times 1 \times 1.2824$$
$$T = 3.6272 \text{ m}$$



6. De la figura, el área de corte es:

$$A = A_1 - A_2 + A_3$$

De (2) el área hidráulica A_3, es:

$$A_3 = 1.8284 \times 1.2824^2$$
$$A_3 = 3.0069 \text{ m}^2 \quad \dots (4)$$

De la figura, se observa que:

$$A_2 = b \times h$$
$$A_2 = 0.6 \times 0.3$$
$$A_2 = 0.18 \text{ m}^2 \quad \dots (5)$$

De la figura:

$$A_1 = \frac{1}{2} bh$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(T + 0.6)x \; \dots (6)$$

De la figura se cumple que para el ΔABC:

$$ctg30° = \frac{T + 0.6 + x}{x} = \frac{T + 0.6}{x} + 1$$

$$ctg30° - 1 = \frac{T + 0.6}{x}$$

$$x = \frac{T + 0.6}{ctg30° - 1} \; \dots (7)$$

7. Sustituyendo (7) en (6), se tiene:

$$A_1 = (T + 0.6) \times \frac{T + 0.6}{ctg30° - 1}$$

$$A_1 = \frac{(T + 0.6)^2}{2(ctg30° - 1)}$$

$$A_1 = 12.2049 \text{ m}^2 \; \dots (8)$$

8. Sustituyendo (4), (5), y (8) en (3), se obtiene:

$$A = 12.2049 - 0.18 + 3.0069$$

$$A = 15.0318 \text{ m}^2$$

9. El volumen de corte, para una longitud de 50 m, es:

$$V = A \times 50$$

$$V = 15.0318 \times 50$$

$$V = 751.59 \text{ m}^3$$

$$\therefore \; Vc = 751.59 \text{ m}^3$$

35. Un canal de sección trapezoidal de ancho de solera 1,50 m, está diseñado con una sección de máxima eficiencia hidráulica y tiene el talud más eficiente.

El canal está trazado con una pendiente de 0,5 ‰ y construido en tierra con un coeficiente de rugosidad de 0,025, además posee un bordo libre de 0,20 m.

Este canal necesita ser ampliado para transportar un caudal 30% mayor.

1. Indique cuál sería la solución más económica, es decir la que tendría el menor volumen de excavación, por metro lineal.
a. Profundizar el canal, conservando el mismo espejo de agua y taludes.
b. Ampliar el espejo de agua, conservando el mismo tirante y taludes.

2. Indicar si las velocidades para los casos *a* y *b* son o no erosivas.

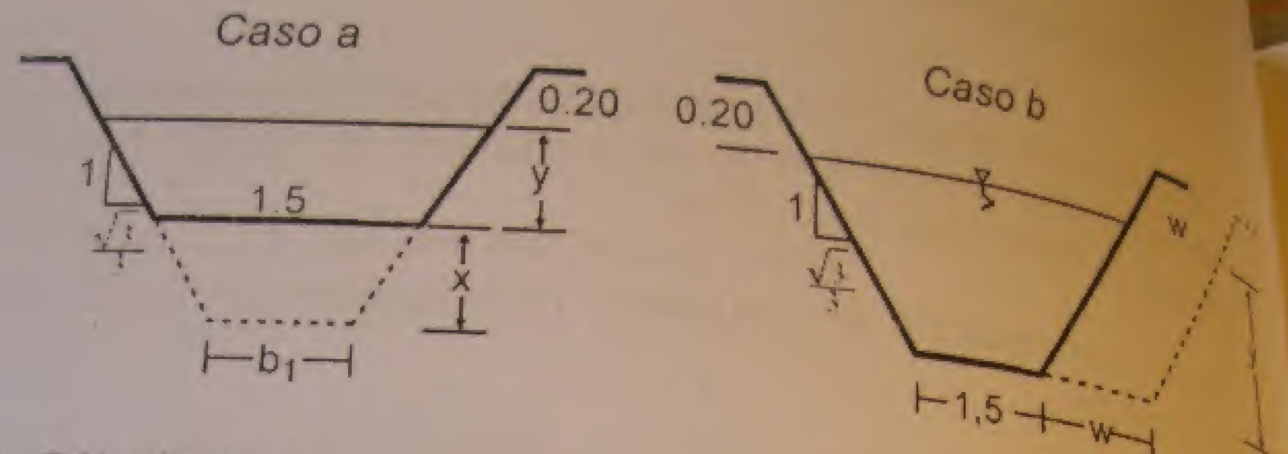
Solución

Datos:
$b = 1.50$ m
$S = 0.5$
$n = 0.025$
$BL = 0.2$
M E H con talud más eficiente

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Cuando se amplia:
$Q_2 = 1.3Q$

Se pide:
1. Solución más económica entre a y b
2. Si v_a, v_b son erosivas o no



1. Cálculo de *y*

Por ser una sección trapezoidal de M E H con talud más eficiente, se cumple que:

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+\frac{1}{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\frac{b}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}b}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{3} \times 1.5}{2}$$

$$y = 1.2990 \text{ m}$$

2. Cálculo de *A* y *R* para un caudal inicial

$$A = (b + Zy)y$$

$$A = \left(1.5 + \frac{1}{\sqrt{3}} \times 1.2990\right)1.299$$

$$A = 2.9227 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{y}{2}$$

$$R = \frac{1.2990}{2} = 0.6495m$$

3. Para las condiciones iniciales, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

4. Después de la excavación, se tiene:

$$Q_2 = \frac{1}{n} A_2 R_2^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

5. Por condición del problema, se tiene:

$$Q_2 = 1.3Q$$

$$\frac{1}{n} A_2 R_2^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} = 1.3 \frac{1}{n} A \; R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$A_2 R_2^{\frac{2}{3}} = 1.3 A \; R^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{A_2^{\frac{5}{3}}}{p_2^{\frac{2}{3}}} = 1.3 A \; R^{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{A_2^{5}}{p_2^{2}} = \left(1.3 A \; R^{\frac{2}{3}}\right)^3 \; \ldots (1)$$

Caso a

6. Relación entre *x* y *b*

De la ecuación del espejo de agua, se tiene:

$$1.5 = b_1 + 2\frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$b_1 = 1.5 - 2\frac{\sqrt{3}}{3}x \quad \ldots (2)$$

7. Cálculo de A_2

$$A_2 = \left(b_1 + \frac{\sqrt{3}}{3}(1.299 + x)\right)(1.299 + x) \quad \ldots (3)$$

8. Sustituyendo (2) en (3), se tiene:

$$A_2 = \left(1.5 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}(1.299 + x)\right)(1.299 + x)$$

$$A_2 = (2.25 - 0.5774x)(1.299 + x) \quad \ldots (4)$$

9. Cálculo de p_2

$$p_2 = b_1 + 2\sqrt{1 + \frac{1}{3}}(1.299 + x) \quad \ldots (5)$$

10. Sustituyendo (2) en (5), resulta:

$$p_2 = 1.5 - \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{4}{\sqrt{3}}(1.299 + x)$$

$$p_2 = 4.4999 + 1.1547x \quad \ldots (6)$$

11. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$\frac{[(2.25 - 0.5774x)(1.299 + x)]^5}{(4.4999 + 1.1547x)^2} = \left(1.3 \times 2.9227 \times 0.6495^{\frac{2}{3}}\right)^3$$

$$\frac{[(2.25 - 0.5774x)(1.299 + x)]^5}{(4.4999 + 1.1547x)^2} = 23.1388$$

12. Resolviendo por tanteos, resulta:

$x = 0.61635$ m

13. Cálculo del nuevo ancho de solera b_1:
Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$b_1 = 1.5 - \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 0.61635$$

$$b_1 = 0.7883m$$

14. Cálculo del área de excavación, caso a:

$$A_{ea} = \left(0.7883 + \frac{\sqrt{3}}{3}0.61635\right)0.61635$$

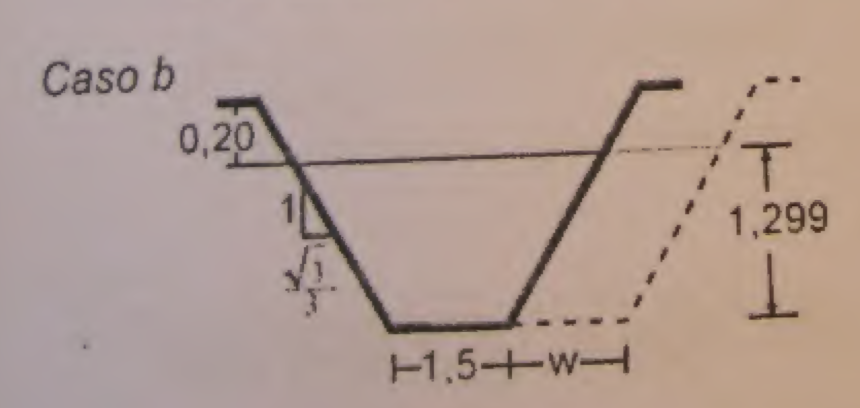
$$A_{ea} = 0.7052 \text{ m}^2$$

15. Volumen de corte
Tomando 1 m lineal de canal, se tiene:

$$V_{ea} = A_{ea} \times 1$$

$$V_{ea} = 0.7052 \text{ m}^3 \quad \ldots (6)$$

Caso b



16. Cálculo del área y el perímetro de la sección excavada

$$A_3 = \left(1.5 + w + \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1.299\right)1.299$$

$$A_3 = 1.299(2.25 + w) \quad \ldots (7)$$

$$p_3 = 1.5 + w + 2\sqrt{1+\frac{1}{3}} \times 1.299$$

$$p_3 = 4.4999 + w \quad \ldots (8)$$

17. De la relación de caudales, se obtiene:

$$\frac{A_3^5}{p_3^2} = \left(1.3AR^{\frac{2}{3}}\right)^3$$

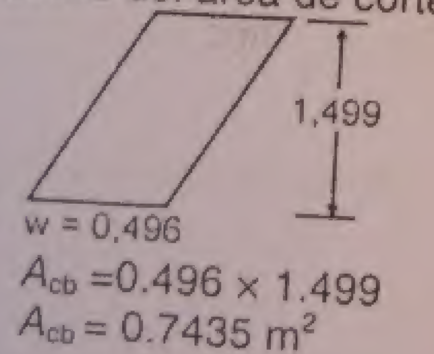
18. Sustituyendo valores, resulta:

$$\frac{\left[1.299(2.25 + w)\right]^5}{(4.4999 + w)^2} = 23.1388$$

19. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$w = 0.496$

20. Cálculo del área de corte



$A_{cb} = 0.496 \times 1.499$

$A_{cb} = 0.7435\ m^2$

21. Cálculo del volumen de corte, tomando 1 m lineal de canal

$V_{cb} = A_{cb} \times 1$

$V_{cb} = 0.7435\ m^3 \quad \ldots (9)$

22. Comparando los valores de (6) y (9), se tiene:

$V_{ca} = 0.7052\ m^3 < V_{cb} = 0.7435\ m^3$

∴ La solución más económica es la "*a*"

23. Cálculo de las velocidades

Caso a:

- Sustituyendo valores en (4), se tiene:

$$A_2 = (2.25 - 0.5774 \times 0.61635)\ (1.299 + 0.61635)$$
$$A_2 = 3.6279\ \text{m}^2$$

- Sustituyendo valores en (6), se tiene:

$$p_2 = 4.4999 + 1.1547 \times 0.61635$$
$$p_2 = 5.2116$$

- Siendo R:

$$R_2 = \frac{A_2}{p_2}$$
$$R_2 = \frac{3.6279}{5.2116}$$
$$R_2 = 0.6961\ \text{m}$$

- De la fórmula de Manning, se tiene:

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$
$$v = \frac{1}{0.025} \times 0.6961^{\frac{2}{3}} \times 0.0005^{\frac{1}{2}}$$
$$v = 0.7025\ \text{m/s} \quad \text{(velocidad no erosiva)}$$

Caso b:

- Sustituyendo valores en (7), se tiene:

$$A_3 = 1.299\ (2.25 + 0.496)$$
$$A_3 = 3.5671\ \text{m}^2$$

- Sustituyendo valores en (8), se tiene:

$$p_3 = 4.4999 + 0.496$$
$$p_3 = 4.9959\ \text{m}$$

- Siendo R:

$$R_3 = \frac{A_3}{P_3}$$

$$R_3 = \frac{3.5671}{4.9959}$$

$$R_3 = 0.7140 \text{ m}$$

- Sustituyendo valores en la ecuación de Manning, se tiene:

$$v = \frac{1}{0.025} \times 0.7140^{\frac{2}{3}} \times 0.0005^{\frac{1}{2}}$$

$v = 0.7145$ m/s (velocidad no erosiva)

∴ Para ambos casos la velocidad no es erosiva.

36. Un canal de tierra tiene una sección transversal como la que se índica en la figura 18. Siendo los ángulos $\alpha = 70°$, $\beta = 20°$, el área hidráulica $A = 3 \text{ m}^2$, pendiente $S = 0,5$ ‰ y el coeficiente de rugosidad $n = 0,030$, Sabiendo que el caudal que lleva es máximo:

a. Calcular las dimensiones del canal:
   - Tirante
   - Espejo de agua
   - Perímetro mojado
   - Bordo libre, sabiendo que es 1/3 del tirante.

b. Indicar si la velocidad para este caudal máximo es o no erosiva.

c. Indicar con qué pendiente debe trazarse el canal, para las mismas condiciones (de caudal, sección transversal y dimensiones del canal), a fin de que la velocidad sea 0,80 m/s.

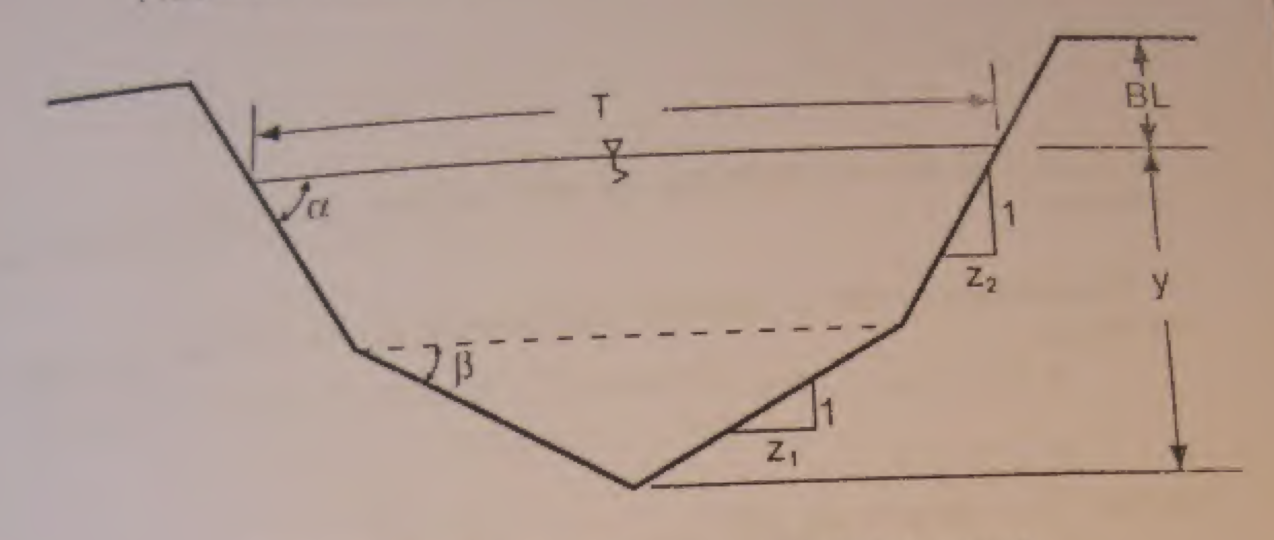
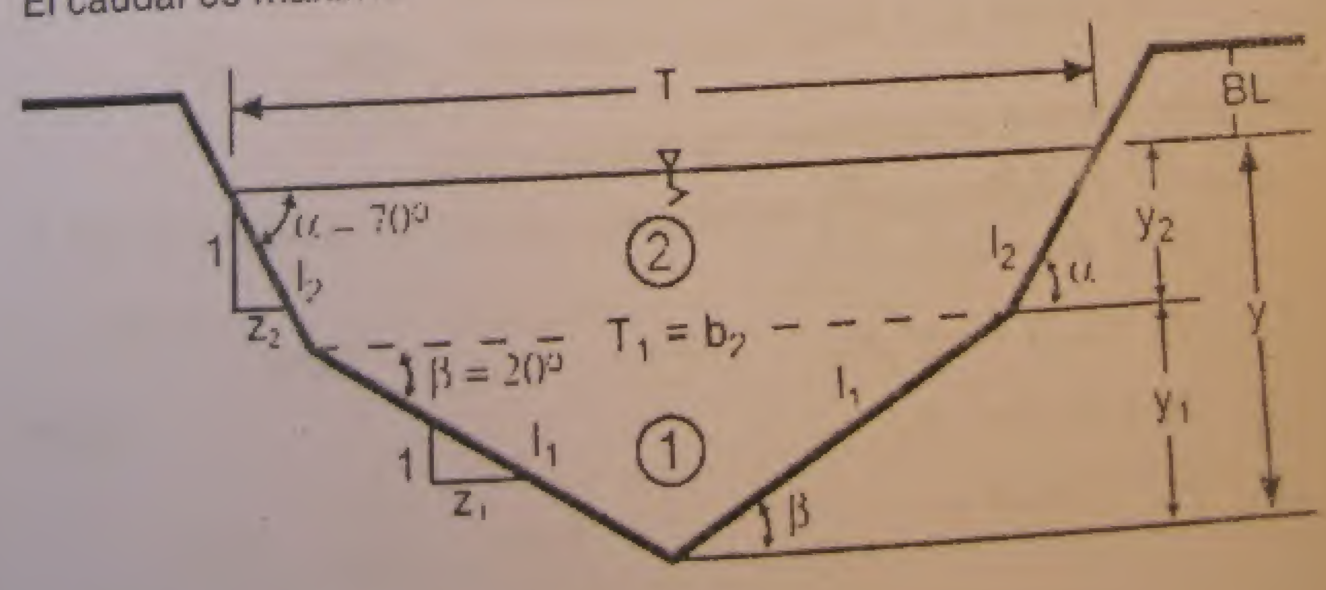


Figura 18. Sección transversal del canal

Solución

Datos:
$\alpha = 70^{o}$
$\beta = 20^{o}$
$A = 3\ m^2$
$S = 0.5$ ‰
$n = 0.030$
El caudal es máximo

Se pide:
a. *Dimensiones del canal y, T, p, BL*
b. *Si v es erosiva o no*
c. *S de modo que v = 0.80 m/s*



1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

Si A, n y S son constantes, Q será máximo si el perímetro p es mínimo.

2. Descomponiendo la sección transversal en dos áreas parciales, se tiene:

$$A = A_1 + A_2 \quad \ldots (1)$$

$$A_1 = Z_1\, y_1^2$$

Siendo: $Z_1 = \text{ctg}\ \beta = \text{ctg}\ 20º$

$$A_1 = \text{ctg}\ \beta\ y_1^2$$

$$T1 = 2\, Z_1\, y_1 = 2\ \text{ctg}\ \beta\ y_1 = b_2$$

$$A_2 = (b_2 + Z_2 y_2)y_2$$

Siendo: $Z_2 = \text{ctg}\ \alpha = \text{ctg}\ 70º$

$$A_2 = (2ctg\beta\ y_1 + ctg\alpha\ y_2)y_2$$

Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$A = ctg\beta\ y_1^2 + (2ctg\beta\ y_1 + ctg\alpha\ y_2)y_2$$

$$A = ctg\beta\ y_1^2 + 2ctg\beta\ y_1 y_2 + ctg\alpha\ y_2^2 \quad \ldots (2)$$

De igual manera el perímetro se calcula como:

$$p = p_1 + p_2 \quad \ldots (3)$$

$$p_1 = 2l_1 = 2\sqrt{1+Z_1^2}\, y_1$$

$$p_1 = 2\sqrt{1+ctg^2\beta}\, y_1$$

$$p_1 = 2\sqrt{\csc^2\beta}\, y_1$$

$$p_1 = 2\csc\beta\ y_1$$

$$p_2 = 2l_2 = 2\sqrt{1+Z_2^2}\, y_2$$

$$p_2 = 2\sqrt{1+ctg^2\alpha}\, y_2$$

$$p_2 = 2\sqrt{\csc^2\alpha}\, y_2$$

$$p_2 = 2\csc\alpha\ y_2$$

3. Sustituyendo valores en (3), resulta:

$$p = 2\csc\beta\ y_1 + 2\csc\alpha\ y_2 \ \ldots (4)$$

p será mínimo si
$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dy} = 0 \\ \dfrac{d^2p}{dy^2} \rangle 0 \end{cases}$$

4. Tomando la derivada de p de la ecuación (4), se tiene:

$$\frac{dp}{dy} = 2\csc\beta\frac{dy_1}{dy} + 2\csc\alpha\frac{dy_2}{dy} = 0$$

$$\csc\beta\frac{dy_1}{dy} = -\csc\alpha\frac{dy_2}{dy}$$

$$\frac{dy_1}{dy} = -\frac{\csc\alpha}{\csc\beta}\times\frac{dy_2}{dy}$$

5. De las propiedades de las identidades trigonométricas, se tiene:

$$\csc\beta = \frac{1}{sen\beta}, \qquad \csc\alpha = \frac{1}{sen\alpha}$$

luego:

$$\frac{\csc\alpha}{\csc\beta} = \frac{\frac{1}{sen\alpha}}{\frac{1}{sen\beta}} = \frac{sen\beta}{sen\alpha}$$

entonces:

$$\frac{dy_1}{dy} = -\frac{sen\beta}{sen\alpha} \times \frac{dy_2}{dy} \quad \ldots (5)$$

6. Por otro lado, como A = cte, entonces $\frac{dA}{dy} = 0$ luego de (2) se tiene:

$$\frac{dA}{dy} = ctg\beta \times 2y_1 \frac{dy_1}{dy} + 2ctg\beta\left(y_1 \frac{dy_2}{dy} + y_2 \frac{dy_1}{dy}\right) + ctg\alpha \times 2y_2 \frac{dy_2}{dy} = 0$$

$$ctg\beta \times y_1 \frac{dy_1}{dy} + ctg\beta \times y_1 \frac{dy_2}{dy} + ctg\beta \times y_2 \frac{dy_1}{dy} + ctg\alpha \times y_2 \frac{dy_2}{dy} = 0$$

$$(y_1 + y_2)ctg\beta \frac{dy_1}{dy} + (y_1\, ctg\beta + y_2\, ctg\alpha)\frac{dy_2}{dy} = 0 \quad \ldots (6)$$

Sustituyendo (5) en (6), se obtiene:

$$(y_1 + y_2)ctg\beta\left[-\frac{sen\beta}{sen\alpha}\right]\frac{dy_2}{dy} + (y_1\, ctg\beta + y_2\, ctg\alpha)\frac{dy_2}{dy} = 0$$

$$\left[-(y_1 + y_2) \times \frac{\cos\beta}{sen\beta} \times \frac{sen\beta}{sen\alpha} + y_1 \frac{\cos\beta}{sen\beta} + y_2 \frac{\cos\alpha}{sen\alpha}\right]\frac{dy_2}{dy} = 0$$

$$-y_1 \frac{\cos\beta}{sen\alpha} + y_1 \frac{\cos\beta}{sen\beta} - y_2 \frac{\cos\beta}{sen\alpha} + y_2 \frac{\cos\alpha}{sen\alpha} = 0$$

$$y_1 \cos\beta\left(\frac{1}{sen\beta} - \frac{1}{sen\alpha}\right) - \frac{y_2}{sen\alpha}(\cos\beta - \cos\alpha) = 0$$

$$y_1 \cos\beta\left(\frac{sen\alpha - sen\beta}{sen\alpha\, sen\beta}\right) = \frac{y_2}{sen\alpha}(\cos\beta - \cos\alpha)$$

$$y_1 = \frac{sen\beta}{\cos\beta} \times \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{sen\alpha - sen\beta}\, y_2$$

$$y_1 = tg\beta \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{sen\alpha - sen\beta} y_2 \quad \ldots (7)$$

7. Como α =70º y β = 20º, entonces α y β son complementarios,

$$\therefore \cos\alpha = sen\beta$$

$$\cos\beta = sen\alpha$$

Luego la ecuación (7) se pude escribir como:

$$y_1 = tg\beta \frac{sen\alpha - sen\beta}{sen\alpha - sen\beta} y_2$$

$$y_1 = tg\beta\ y_2 \ \ldots (8)$$

8. Sustituyendo (8) en (2), se tiene:

$$A = ctg\beta \times tg^2\beta\ y_2^2 + 2ctg\beta \times tg\beta\ y_2^2 + ctg\alpha\ y_2^2$$

pero:

$$tg\beta \times ctg\beta = \frac{seb\beta}{\cos\beta} \times \frac{\cos\beta}{sen\beta} = 1$$

luego:

$$A = tg\beta\ y_2^2 + 2y_2^2 + ctg\alpha\ y_2^2$$

$$A = (tg\beta + 2 + ctg\alpha)y_2^2$$

$$y_2 = \sqrt{\frac{A}{tg\beta + ctg\alpha + 2}}$$

Como α y β son complementarios, entonces ctg α = tg β, luego:

$$y_2 = \sqrt{\frac{A}{tg\beta + tg\beta + 2}} = \sqrt{\frac{A}{2tg\beta + 2}}$$

$$y_2 = \sqrt{\frac{A}{2(tg\beta + 1)}} \quad \ldots (9)$$

9. Sustituyendo (9) en (8), se obtiene:

$$y_1 = tg\beta\sqrt{\frac{A}{2(tg\beta+1)}}$$

10. Cálculo del tirante

De la figura, el tirante es:

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = tg\beta\sqrt{\frac{A}{2(tg\beta+1)}} + \sqrt{\frac{A}{2(tg\beta+1)}}$$

$$y = (tg\beta+1)\sqrt{\frac{A}{2(tg\beta+1)}}$$

$$y = \sqrt{\frac{A(tg\beta+1)}{2}} \quad \ldots (10)$$

11. Sustituyendo los valores de A y β en (10), se tiene:

$$y = \sqrt{\frac{3(tg20°+1)}{2}}$$

$$y = 1.4304 \text{ m}$$

12. Cálculo del bordo libre

Por condición del problema, se tiene:

$$B.\ L = \frac{y}{3}$$

$$B.\ L = 0.4768 \text{ m}$$

13. Cálculo del espejo de agua

$$T = b_2 + 2Z_2 y_2$$

$$T = 2ctg\beta\ y_1 + 2ctg\alpha\ y_2 \quad \ldots (11)$$

Sustituyendo (8) en (11), resulta:

$$T = 2\,ctg\beta \times tg\beta\ y_2 + 2\,ctg\alpha\ y_2$$

$$T = 2y_2 + 2ctg\alpha\ y_2$$

$$T = 2(1 + ctg\alpha)y_2 \quad \ldots (12)$$

Sustituyendo (9) en (12), se tiene:

$$T = 2(1 + ctg\alpha)\sqrt{\frac{A}{2(tg\beta + 1)}}$$

Como α y β son complementarios, entonces ctg α = tg β, luego:

$$T = 2(tg\beta + 1)\sqrt{\frac{A}{2(tg\beta + 1)}}$$

$$T = \sqrt{2A(tg\beta + 1)}$$

Sustituyendo los valores de *A* y β, se tiene:

$$T = \sqrt{2 \times 3(tg\,20° + 1)}$$

$T = 2.8607$ m

14. Cálculo del perímetro mojado

De la ecuación (4), se tiene:

$$p = \frac{2}{sen\beta}y_1 + \frac{2}{sen\alpha}y_2 \quad \ldots (13)$$

Sustituyendo (8) en (13), resulta:

$$p = \frac{2}{sen\beta}tg\beta\, y_2 + \frac{2}{sen\alpha}y_2$$

$$p = 2\left(\frac{1}{sen\beta} \times \frac{sen\beta}{\cos\beta} + \frac{1}{sen\alpha}\right)y_2$$

$$p = 2\left(\frac{1}{\cos\beta} + \frac{1}{sen\alpha}\right)y_2$$

$$p = 2\left(\frac{sen\alpha + \cos\beta}{sen\alpha\cos\beta}\right)y_2$$

Por ser α y β complementarios, sen α = cos β, luego:

$$p = 2\left(\frac{\cos\beta + \cos\beta}{sen\alpha \cos\beta}\right) y_2$$

$$p = 4\frac{\cos\beta}{sen\alpha \cos\beta} y_2$$

$$p = \frac{4}{sen\alpha} y_2 \quad \ldots (14)$$

Sustituyendo (9) en (14), resulta:

$$p = \frac{4}{sen\alpha}\sqrt{\frac{A}{2(tg\beta + 1)}}$$

Sustituyendo los valores de *A*, α y β, se tiene:

$$p = \frac{4}{sen70°}\sqrt{\frac{3}{2(tg20° + 1)}}$$

$p = 4.4639$ m

15. Cálculo de velocidad

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$v = \frac{1}{n}\left(\frac{A}{p}\right)^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$v = \frac{1}{0.030}\left(\frac{3}{4.4639}\right)^{\frac{2}{3}} \times 0.0005^{\frac{1}{2}}$$

$v = 0.5719$ m/s

∴ velocidad no erosiva

16. Cálculo del radio hidráulico

$$R = \frac{A}{p}$$

Sustituyendo valores, se tiene:

$$R = \frac{3}{4.4639}$$

$$R = 0.6721 \text{ m}$$

17. Cálculo de la pendiente si $v = 0.8$ m/s

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \left(\frac{v\,n}{R^{\frac{2}{3}}} \right)^2$$

$$S = \left(\frac{0.8 \times 0.030}{0.6721^{\frac{2}{3}}} \right)^2$$

$$S = 0.0001 = 1 \text{ ‰}$$

∴a. $y = 1.4304$ m ; $T = 2.8607$ m ; $p = 4.4639$ m ;

B. $L = 0.4768$ m

b. $v = 0.5719$ m/s

c. $S = 1$ ‰

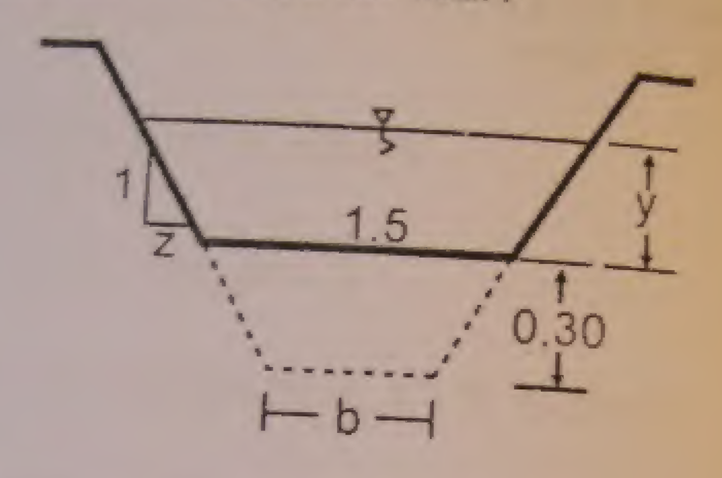
37. Un canal trapezoidal construido en tierra (n = 0,025) tiene un ancho de solera de 1,5 m, con una pendiente del 0,5 ‰, conduce un caudal de 0,9052 m^3/s.

Este canal, se profundiza en 0.30 m, conservando el mismo espejo de agua y taludes, y se consigue una sección de máxima eficiencia hidráulica. Indicar si la velocidad en el canal excavado es o no erosiva.

Solución

Datos:
$n = 0.025$
$b = 1.5$ m
$S = 0.5$ ‰
$Q = 0.9052$ m^3/s
Sección excavada es de MEH

Se pide:
Indicar si v en el canal excavado es o no erosiva



1. Aplicando la ecuación de Manning, en el canal antes de profundizar, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 = \frac{A^5}{p^2}$$

donde:

$$A = (1.5 + Zy)y$$

$$p = 1.5 + 2\sqrt{1 + Z^2}\,y$$

luego:

$$\frac{[(1.5 + Zy)y]^5}{\left(1.5 + 2\sqrt{1 + Z^2}\,y\right)^2} = \left(\frac{0.9052 \times 0.025}{0.0005^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{[(1.5 + Zy)y]^5}{\left(1.5 + 2\sqrt{1 + Z^2}\,y\right)^2} = 1.0366 \; \ldots \; (1)$$

2. Cálculo del nuevo ancho solera del canal con la nueva profundidad.

$$1.5 = b + 2 \times Z \times 0.30$$

$$b = 1.5 - 0.6\,Z \quad \ldots (2)$$

3. Por condición de problema, el canal con la nueva profundidad es de MEH, por lo cual se cumple:

$$\frac{b}{0.30 + y} = 2\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{1.5 - 0.6Z}{0.30 + y} = 2\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{1.5 - 0.6Z}{2\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)} = 0.30 + y$$

$$y = \frac{0.75 - 0.3Z}{\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)} - 0.30 \quad \ldots (3)$$

4. Sustituyendo (3) en (1), se tiene:

$$\frac{\left\{\left[1.5 + Z\left(\frac{0.75 - 0.3Z}{\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)} - 0.3\right)\right] \times \left(\frac{0.75 - 0.3Z}{\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)} - 0.3\right)\right\}^5}{\left[1.5 + 2\sqrt{1 + Z^2}\left(\frac{0.75 - 0.3Z}{\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)} - 0.3\right)\right]^2} = 1.0366$$

5. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$$Z = 1.5$$

6. Cálculo del tirante antes de profundizar:
Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$y = \frac{0.75 - 0.3 \times 1.5}{\left(\sqrt{1 + 1.5^2} - 1.5\right)} - 0.3$$

$y = 0.6908$ m

7. Cálculo del tirante después de profundizar:

$y_t = 0.6908 + 0.30$

$y_t = 0.9908$ m

8. Cálculo del radio hidráulico

Por condición de *MEH* en un canal trapezoidal, se cumple:

$$R = \frac{y}{2}$$

$$R = \frac{0.9908}{2}$$

$R = 0.4954$ m

9. Cálculo de la velocidad

De la ecuación de Manning, se tiene:

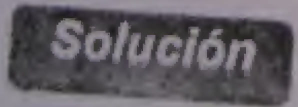
$$v = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$v = \frac{1}{0.025} \times 0.4954^{\frac{2}{3}} \times 0.0005^{\frac{1}{2}}$$

$\therefore$ $v = 0.56$ m/s (velocidad no erosiva)

38. Un canal trapezoidal en tierra (n = 0,025), con ancho de solera 1,2 m, conduce un caudal de 1,4342 m^3/s, con una pendiente del 1 ‰.

Si al profundizar el canal en 0,20 m., conservando el mismo espejo de agua y taludes se consigue una sección de máxima eficiencia hidráulica, indicar la relación de la capacidad del canal de esta nueva sección con respecto a la inicial.



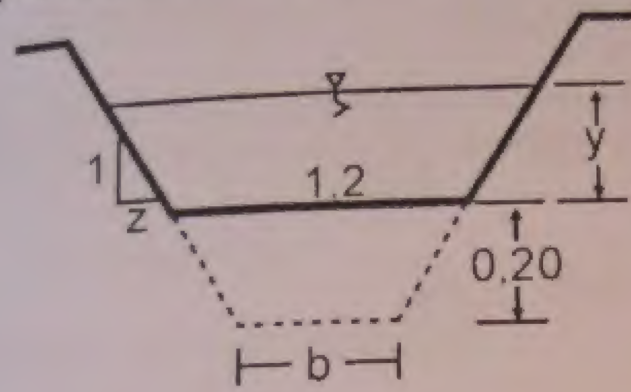
Datos:

$n = 0.025$

Se pide:

$b = 1.2$ m
$Q_1 = 1.4342$ m³/s
$S = 1$ ‰
Se profundiza 0.20 m y se consigue una sección de *MEH*

$$\frac{Q_2}{Q_1} = ?$$



1. Aplicando la ecuación de Manning en el canal antes de profundizar, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{Qn}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 = \frac{A^5}{p^2}$$

donde:

$$A = (1.2 + Zy)y$$
$$p = 1.2 + 2\sqrt{1+Z^2}\,y$$

luego:

$$\frac{[(1.2+Zy)y]^5}{\left(1.2+2\sqrt{1+Z^2}\,y\right)^2} = \left(\frac{1.4342 \times 0.025}{0.001^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{[(1.2+Zy)y]^5}{\left(1.2+2\sqrt{1+Z^2}\,y\right)^2} = 1.4576 \quad \ldots (1)$$

2. Cálculo del ancho de solera al profundizar el canal

$$1.2 = b + 2Z \times 0.20$$

$$b = 1.2 - 0.4\,Z \quad \ldots (2)$$

3. Por condición del problema, el canal con la nueva profundidad de *MEH*, por lo cual se cumple:

$$\frac{b}{y + 0.20} = 2\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{1.2 - 0.4Z}{y + 0.20} = 2\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{1.2 - 0.4Z}{2\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)} = y + 0.20$$

$$y = \frac{0.6 - 0.2Z}{\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)} - 0.20 \quad \ldots (3)$$

4. Sustituyendo (3) en (1), se tiene:

$$\frac{\left\{\left[1.2 + Z\left(\frac{0.6 - 0.2Z}{\sqrt{1 + Z^2} - Z} - 0.20\right)\right] \times \left(\frac{0.6 - 0.2Z}{\sqrt{1 + Z^2} - Z} - 0.20\right)\right\}^5}{\left[1.2 + 2\sqrt{1 + Z^2}\left(\frac{0.6 - 0.2Z}{\sqrt{1 + Z^2} - Z} - 0.20\right)\right]^2} = 1.4576$$

5. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$Z = 1.4975$$

6. Cálculo del tirante antes de profundizar
Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$y = \frac{0.6 - 0.2 \times 1.4975}{\sqrt{1 + 1.4975^2} - 1.4975} - 0.2$$

$$y = 0.7911 \text{ m}$$

7. Cálculo del tirante después profundizar

$$y_1 = 0.7911 + 0.20$$

$$y_1 = 0.9911 \text{ m}$$

8. Cálculo de radio hidráulico
Por condición de *MEH* en un canal trapezoidal, se cumple que:

$$R = \frac{y}{2} = \frac{0.9911}{2}$$

$R = 0.4956$ m

9. Cálculo de ancho de solera después de profundizar
Sustituyendo valores en (2), resulta:

$b = 1.2 - 0.4 \times 1.4975$

$b = 0.6010$ m

10. Cálculo del área hidráulica

$A = (b + Z\,y)\,y$

$A = (0.6010 + 1.4975 \times 0.9911)\,0.9911$

$A = 2.0666$ m^2

11. Cálculo del caudal después de profundizar
De la ecuación de Manning, se tiene

$$Q_2 = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

Sustituyendo valores, se tiene:

$$Q_2 = \frac{1}{0.025} \times 2.0666 \times 0.4956^{\frac{2}{3}} \times 0.001^{\frac{1}{2}}$$

$Q_2 = 1.6371$ m^3/s

12. La relación de caudales, es:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1.6371}{1.4342}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 1.1415$$

∴ La relación de caudales es 1.1415

39. Un canal trapezoidal conduce un caudal de 16,6 m^3/s, cuando el área es $A = 8{,}2687\ m^2$, espejo de agua $T = 7{,}1451$ m y coeficiente de rugosidad $n = 0{,}014$. Indicar cuál debe ser la pendiente de fondo del canal, sabiendo que ésta es mínima.

Solución

Datos:

$Q = 16{,}6\ m^3/s$

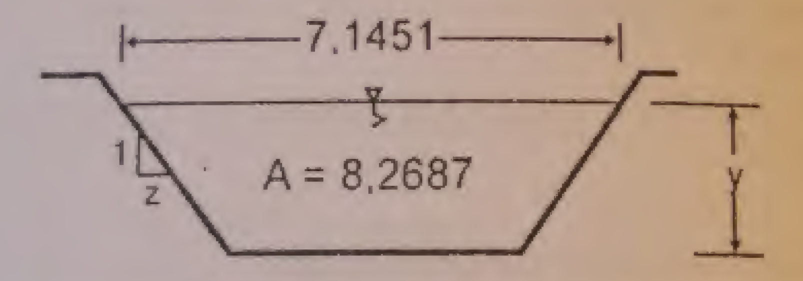
$A = 8{,}2687\ m^2$

$T = 7{,}1451$ m

$n = 0{,}014$

Se pide:

S mín=?



1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{5/3}}{p^{2/3}} \cdot S^{1/2}$$

ó

$$S = \left(\frac{Q \cdot n \cdot p^{2/3}}{A^{5/3}} \right)^2 \quad \ldots (1)$$

2. Como Q, n y A son constantes, S será mínima si p es mínimo, es decir:

si $\frac{dp}{dy} = 0$

3. De las relaciones geométricas, se tiene.

$$p = b + 2y\sqrt{1 + Z^2} \quad \ldots (2)$$

4. [illegible]

5.

6

$$A = (b + Zy)y = cte \quad ...(3)$$
$$T = b + 2Zy = cte \quad ...(4)$$

4. De la ecuación (4), se tiene:

$$b = T - 2Zy \quad ...(5)$$

5. Sustituyendo (5) en (2), resulta:

$$p = T - 2Zy + 2y\sqrt{1+Z^2} \quad ...(6)$$

6. Derivando la ecuación (6), resulta:

$$\frac{dp}{dy} = -2Z - 2y\frac{dZ}{dy} + 2\sqrt{1+Z^2} + \frac{2y}{\sqrt{1+Z^2}}\left(\frac{1}{2}\right)\left(2Z\frac{dZ}{dy}\right) = 0$$

$$-Z - y\frac{dz}{dy} + \sqrt{1+Z^2} + \frac{Zy}{\sqrt{1+Z^2}}\frac{dZ}{dy} = 0$$

$$-Z + \sqrt{1+Z^2} = \left(y - \frac{Zy}{\sqrt{1+Z^2}}\right)\frac{dZ}{dy}$$

$$\sqrt{1+Z^2} - Z = y\left(\frac{\sqrt{1+Z^2} - Z}{\sqrt{1+Z^2}}\right)\frac{dZ}{dy}$$

$$\frac{dZ}{dy} = \frac{\sqrt{1+Z^2}}{y} \quad ...(7)$$

7. Sustituyendo (5) en (3), se tiene:

$$A = (T - 2Zy + Zy)y$$
$$A = (T - Zy)y$$
$$A = Ty - Zy^2 = cte \quad ...(8)$$

8. Derivando la ecuación (8), resulta:

$$\frac{dA}{dy} = T - Z \times 2y - y^2\frac{dZ}{dy} = 0$$

$$y^2\frac{dZ}{dy} = T - 2Zy$$

$$\frac{dZ}{dy} = \frac{T - 2Zy}{y^2} \quad \ldots (9)$$

9. Igualando las ecuaciones (7) y (9), se obtiene:

$$\frac{\sqrt{1+Z^2}}{y} = \frac{T - 2Zy}{y^2}$$

$$\sqrt{1+Z^2} = \frac{T - 2Zy}{y}$$

$$\sqrt{1+Z^2} = \frac{T}{y} - 2Z$$

$$\sqrt{1+Z^2} + 2Z = \frac{T}{y}$$

$$y = \frac{T}{\sqrt{1+Z^2} + 2Z} \quad \ldots (10)$$

10. Sustituyendo (10) en (8), se tiene:

$$A = T \times \frac{T}{\sqrt{1+Z^2} + 2Z} - Z \times \frac{T^2}{\left(\sqrt{1+Z^2} + 2Z\right)^2}$$

$$\frac{A}{T^2} = \frac{\sqrt{1+Z^2} + 2Z - Z}{\left(\sqrt{1+Z^2} + 2Z\right)^2}$$

$$\frac{A}{T^2} = \frac{\sqrt{1+Z^2} + Z}{\left(\sqrt{1+Z^2} + 2Z\right)^2}$$

11. Sustituyendo los valores de *A* y *T*, se tiene.

$$\frac{\sqrt{1+Z^2}+Z}{\left(\sqrt{1+Z^2}+2Z\right)^2}=\frac{8.2687}{7.1451^2}$$

$$f(Z)=\frac{\sqrt{1+Z^2}+Z}{\left(\sqrt{1+Z^2}+2Z\right)^2}=0.1620$$

12. Resolviendo por tanteo, se obtiene:

$$Z=1.3134$$

13. Sustituyendo valores en (10), resulta:

$$y=\frac{7.1451}{\sqrt{1+1.3134^2}+2\times1.3134}$$

$$y=1.6704m$$

14. Sustituyendo valores en (5), se tiene:

$$b=7.1451-2\times1.3134\times1.6704$$

$$b=2.7574m$$

15. Sustituyendo valores en (2), resulta:

$$p=2.7574+2\times1.6704\times\sqrt{1+1.3134^2}$$

$$p=8.2723m$$

16. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$S=\left(\frac{16.6\times0.014\times8.2723^{2/3}}{8.2687^{5/3}}\right)^2$$

$$S=0.0008$$

$$\therefore\ S=0.8\ ‰$$

40. Se tiene que construir un tramo de un canal, de sección trapezoidal, de máxima eficiencia hidráulica, con el talud más

eficiente, que conduzca un caudal de 1,2 m^3/s, en un terreno plano rocoso, cuya pendiente en el sentido del trazo es 0,5 ‰.

Indique qué solución es más conveniente económicamente:
1. Construir el canal sin revestimiento en cuyo caso el coeficiente de rugosidad es 0,030.
2. Revestirlo de concreto de espesor 0,15 m, en cuyo caso el coeficiente de rugosidad es 0,014.

Suponga que el precio de 1 m^3 de excavación en roca es 2 veces el precio de 1 m^3 de revestimiento de concreto.

Considere en ambas soluciones 0,40 m. adicionales de altura como bordo libre. En el caso del canal revestido no olvide considerar los 0,15 m. adicionales en el ancho de excavación (figura 19).

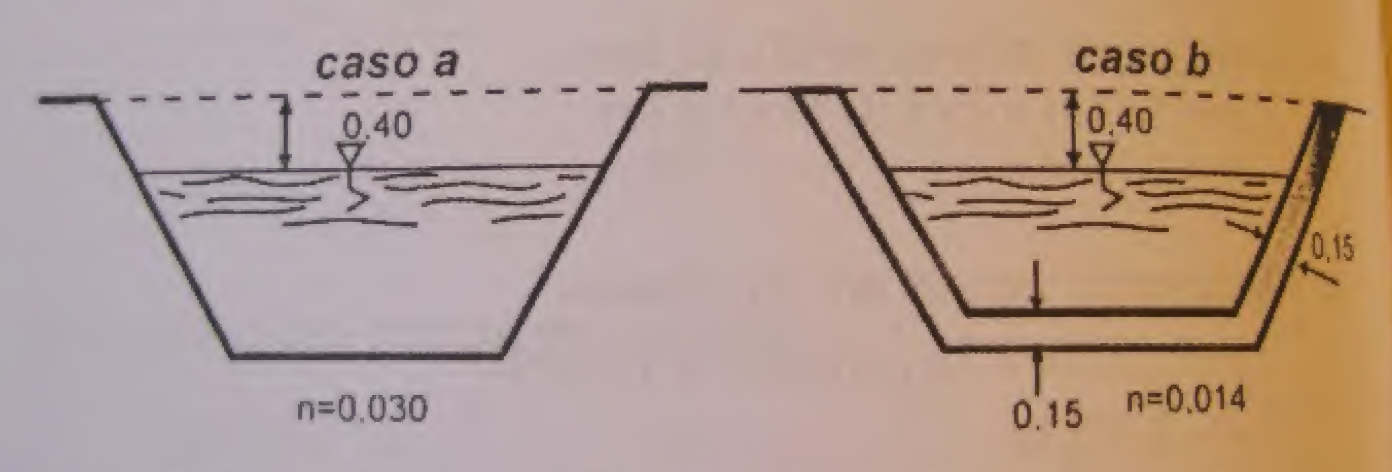


Figura 19. Posibilidades de la sección transversal de un canal

Solución

Datos:
MEH con talud más eficiente
$Q = 1,2\ m^3/s$
$S = 0,5$ ‰
Costo 1 m^3 excavación = 2
Costo 1m^3 revestimiento

Se pide:
Cual es la solución más económica

1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$\frac{Qn}{S^{1/2}} = A R^{2/3} \quad \ldots (1)$$

2. De la condición del problema, la sección trapezoidal es de M.E.H. con talud más eficiente, por lo cual se cumple:

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \text{ó} \qquad \theta = 60°$$

$$\frac{b}{y} = 2\,tg\,\frac{\theta}{2} = 2\,tg\,\frac{60°}{2} = 2\,tg\,30°$$

$$\frac{b}{y} = 2\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$b = 2\frac{\sqrt{3}}{3}y \quad \ldots (2)$$

$$R = \frac{y}{2} \quad \ldots (3)$$

3. De la ecuación para el área, se tiene:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$

$$A = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}y + \frac{\sqrt{3}}{3}y\right)y$$

$$A = \sqrt{3} \cdot y^2$$

$$A = 1.7321y^2 \quad \ldots (4)$$

4. Sustituyendo (3) y (4) en (1), resulta:

$$\frac{1\cdot 2n}{0.0005^{1/2}} = 1.7321y^2\left(\frac{y}{2}\right)^{2/3}$$

$$y^{8/3} = \frac{1.2\times 2^{2/3}}{0.0005^{1/2}\times 1.7321}\times n$$

$$y = \left(\frac{1.2\times 2^{2/3}}{0.0005^{1/2}\times 1.7321}n\right)^{3/8}$$

$$y = (49.1824\,n)^{0.375} \qquad \ldots(5)$$

5. Cálculos para el canal sin revestir

Para $n = 0.030$ en (5), se tiene:

$$y = (49.1824\times 0.030)^{0.375}$$

$$y = 1.1570m$$

Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$b = \frac{2\sqrt{3}}{3}\times 1.1570$$

$$b = 1.3360m$$

El área de excavación es:

0,40

1,1570

1,5570

1,3360

$$Ae = \left(1.3360 + \frac{\sqrt{3}}{3}\times 1.5570\right)\times 1.5570$$

$$Ae = 3.4798m^2$$

Considerando 1 m de longitud, el volumen de excavación será:

$$Ve = Ae \times 1$$
$$Ve = 3.4798 m^3$$

Sea x el costo del m^3 de excavación, por lo que el costo del m lineal de excavación será:

$$Ce = 3.4798\ x$$

En este caso no hay revestimiento, por lo que el costo total corresponde sólo al de excavación, es decir:

$$C_{T1} = 3.4798\ x$$

6. Cálculos para el canal revestido

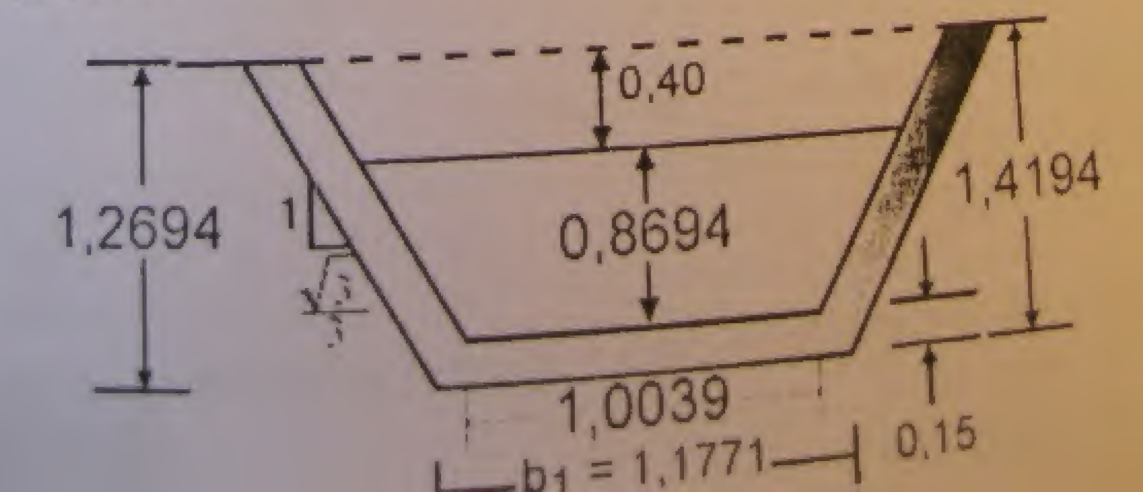
Para $n = 0.014$ en (5), se tiene:

$$y = (49.1824 \times 0.014)^{0.375}$$
$$y = 0.8694 m$$

Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 0.8694$$
$$b = 1.0039 m$$

Considerando el espesor de revestimiento de 0.15 m y el bordo libre se tiene:



La nueva base que se tiene que excavar, para hacer revestimiento se calcula como si fuese el espejo de agua, es decir:

$$b_1 = 1.0039 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times 0.015$$

$$b_1 = 1.1771m$$

El área total de excavación, será:

$$Ae = \left(1.1771 + \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1.4194\right) \times 1.4194$$

$$Ae = 2.8340m^2 \quad \ldots (6)$$

El volumen total de excavación para 1 m de longitud de canal, es:

$$Ve = Ae \times 1$$

$$Ve = 2.8340m^3$$

El costo de excavación, será:

$$Ce = 2.8340\,x$$

El área transversal de revestimiento, es:

$$Ar = Ae - Ac \quad \ldots (7)$$

$$Ac = \left(1.0039 + \frac{3}{3} \times 1.2694\right) \times 1.2694$$

$$Ac = 2.2047m^2 \quad \ldots (8)$$

Sustituyendo (6) y (8) en (7), se obtiene:

$$Ar = 2.8340 - 2.2047$$

$$Ar = 0.6293m^3$$

El volumen de revestimiento para 1 m de longitud del canal, es:

$$Vr = Ar \times 1$$

$$Vr = 0.6293m^2$$

Si x es el costo de 1 m³ de excavación, por condición del problema, $x/2$ será el costo de 1 m³ del revestimiento, por lo cual el costo del revestimiento, es:

$$Cr = 0.6293 \times \frac{x}{2}$$

$$Cr = 0.3147\ x$$

El costo total será:

$$C_{T2} = Ce + Cr$$

$$C_{T2} = 2.8340 + 0.3147\ x$$

$$C_{T2} = 3.1487\ x$$

7. La relación de costos será:

$$\frac{C_{T1}}{C_{T2}} = \frac{3.4798\ x}{3.1487\ x}$$

$$C_{T1} = 1.1052\ C_{T2}$$

∴ La solución más conveniente económicamente es la del canal revestido

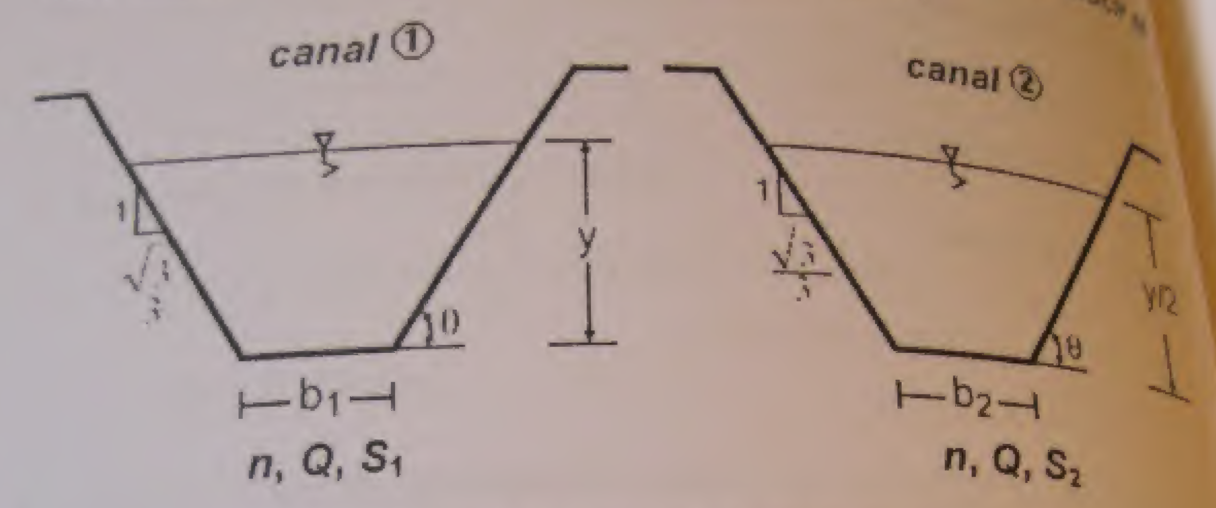
41. Se tiene un canal trapezoidal de máxima eficiencia hidráulica, con talud más eficiente, de tirante y. Se quiere construir otro canal trapezoidal también de máxima eficiencia hidráulica con talud más eficiente, pero de tirante $y/2$.

¿Qué pendiente debe tener éste segundo canal, comparado con la del primero, para conducir el mismo caudal, teniendo ambos canales igual coeficiente de rugosidad?

Solución

Datos:
Secciones de MEH con talud más eficiente

Se pide:
Relación de S para conducir el mismo caudal



1. Por ser canales de *MEH* con talud más eficiente, se cumple:

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad ó \quad \theta = 60^o$$

$$\frac{b}{y} = 2tg\frac{\theta}{2} = 2tg\frac{60^0}{2} = 2tg30^0$$

$$\frac{b}{y} = 2\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$b = 2\frac{\sqrt{3}}{3}y \quad \dots (1)$$

$$R = \frac{y}{2} \quad \dots (2)$$

2. De la ecuación del área hidráulica, se tiene:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$

$$A = \left(2\frac{\sqrt{3}}{3}y + \frac{\sqrt{3}}{3}y\right)y$$

$$A = \sqrt{3}y^2 \quad \dots (3)$$

3. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

Para el canal ①, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \sqrt{3} y^2 \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} S_1^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{S_1^{\frac{1}{2}}}{n} \frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{2}{3}}} y^{\frac{8}{3}} \quad \ldots (4)$$

Para el canal ②, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} A_2 R_2^{\frac{2}{3}} S_2^{\frac{1}{2}}$$

$$A_2 = \sqrt{3}\left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} y^2$$

$$R_2 = \frac{\frac{y}{2}}{2} = \frac{y}{4}$$

luego:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{\sqrt{3}}{4} y^2 \times \left(\frac{y}{4}\right)^{\frac{2}{3}} S_2^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{S_2^{\frac{1}{2}}}{n} \frac{\sqrt{3}}{4 \times 4^{\frac{2}{3}}} y^{\frac{8}{3}}$$

$$Q = \frac{S_2^{\frac{1}{2}}}{n} \frac{\sqrt{3}}{4^{\frac{5}{3}}} y^{\frac{8}{3}}$$

$$Q=\frac{S_2^{\frac{1}{2}}}{n}\frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{10}{3}}}y^{\frac{8}{3}} \quad \ldots(5)$$

4. Igualando (4) y (5), resulta:

$$\frac{S_1^{\frac{1}{2}}}{n}\frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{2}{3}}}y^{\frac{8}{3}}=\frac{S_2^{\frac{1}{2}}}{n}\frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{10}{3}}}y^{\frac{8}{3}}$$

$$\frac{2^{\frac{10}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}=\frac{S_2^{\frac{1}{2}}}{S_1^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{S_2}{S_1}=\left(2^{\frac{8}{3}}\right)^2$$

$$\frac{S_2}{S_1}=2^{\frac{16}{3}}$$

$$S_2=2^5\times\sqrt[3]{2}S_1$$

$$S_2=32\sqrt[3]{2}S_1$$

$$\therefore\ S_2=40.3175S_1$$

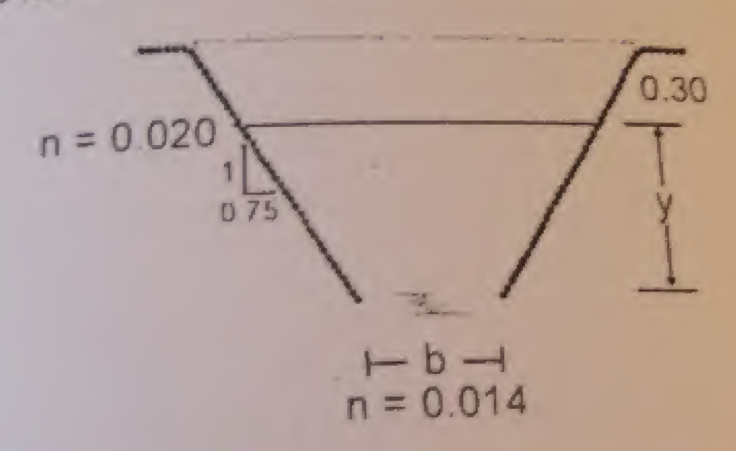
42. Se le encarga a usted diseñar un canal con las siguientes condiciones:
    1. Sección trapezoidal con talud 0,75 y bordo libre 0.30 m.
    2. Sección de máxima eficiencia hidráulica.
    3. Fondo revestido de concreto (n = 0,014) y las paredes de mampostería (n = 0,020).
    4. Pendiente 0,0008

    Para un caudal de 3 m^3/s, indicar:
    a. Dimensiones del canal
    b. Velocidad en el canal

Solución

Datos:
$Z = 0.75$
$BL = 0.30$ m
Canal de *MEH*
fondo concreto: $n = 0.014$
paredes mampostería $n = 0.020$
$S = 0.0008$
$Q = 3$ m³/s

Se pide:
a. dimensiones del canal
b. *v*



1. Por ser una sección de *MEH*, se cumple:

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+0.75^2} - 0.75\right)$$

$$\frac{b}{y} = 1$$

$$b = y \quad \dots (1)$$

2. El área hidráulica es:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$

$$A = (y + 0.75\,y)\,y$$

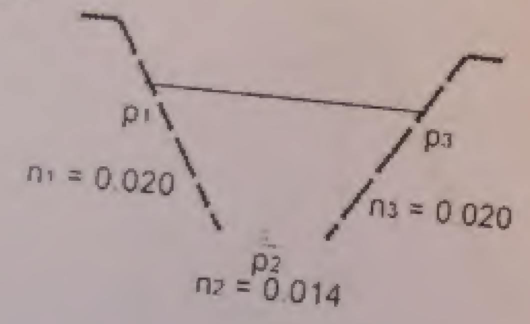
3. De la fórmula de Horton y Einsten, la rugosidad ponderada se calcula como:

$$n = \frac{\sum \left(p_i n_i^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}$$

$$n \times p^{\frac{2}{3}} = \sum \left(p_i n_i^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$n \times p^{\frac{2}{3}} = \left(p_1 \times n_1^{1.5} + p_2 \times n_2^{1.5} + p_3 \times n_3^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \ldots (3)$$

donde:



$$p_1 = p_3 = \sqrt{1 + Z^2}\, y = \sqrt{1 + 0.75^2}\, y = 1.25y$$

$$p_2 = b = y$$

Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$n \times p^{\frac{2}{3}} = \left(1.25y \times 0.20^{1.5} + y \times 0.014^{1.5} + 1.25y \times 0.020^{1.5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$n \times p^{\frac{2}{3}} = 0.008728^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{3}} \quad \ldots (4)$$

4. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$n\times p^{\frac{2}{3}}=\frac{A^{\frac{5}{3}}\times S^{\frac{1}{2}}}{Q}$$

Sustituyendo valores, resulta:

$$n\times p^{\frac{2}{3}}=\frac{\left(1.75y^{2}\right)^{\frac{5}{3}}\times 0.0008^{\frac{1}{2}}}{3}$$

$$n\times p^{\frac{2}{3}}=\frac{1.75^{\frac{5}{3}}\times 0.0008^{\frac{1}{2}}}{3}y^{\frac{10}{3}} \quad \ldots (5)$$

Igualando (4) con (5), resulta:

$$0.008728^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}=\frac{1.75^{\frac{5}{3}}\times 0.0008^{\frac{1}{2}}}{3}y^{\frac{10}{3}}$$

$$\frac{0.008728^{\frac{2}{3}}\times 3}{1.75^{\frac{5}{3}}\times 0.0008^{\frac{1}{2}}}=\frac{y^{\frac{10}{3}}}{y^{\frac{2}{3}}}=y^{\frac{8}{3}}$$

$$y=\left(\frac{0.008728^{\frac{2}{3}}\times 3}{1.75^{\frac{5}{3}}\times 0.0008^{\frac{1}{2}}}\right)^{0.375}$$

$y = 1.2386$ m

luego:

$b = 1.2386$ m

La profundidad total, es:

$H = y + 0.30$
$H = 1.2386 + 0.30$
$H = 1.5386$ m
$H \approx 1.55$ m

5. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$A = 1.75 \times 1.2386^2$
$A = 2.6847\ m^2$

6. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{3}{2.6847}$$

$\therefore\ v = 1.1174\ m/s$

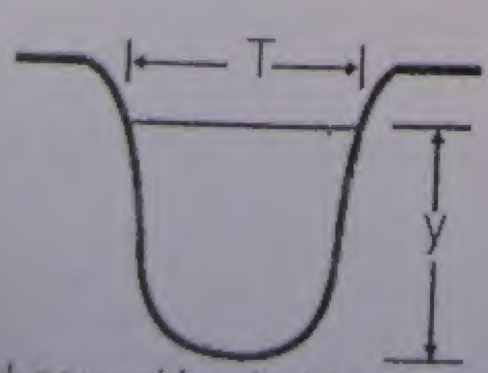
43. Calcular el caudal máximo que puede transportarse en un canal de sección parabólica de área 1,8856 m^2, si la pendiente del canal es l,5 ‰ y el coeficiente de rugosidad 0,025.

Nota: A fin de simplificar cálculos usar las fórmulas más sencillas para el perímetro y el radio hidráulico.

Solución

Datos:
$A = 1.8556\ m^2$
$S = 1{,}5$ ‰
$n = 0.025$
Usar fórmulas sencillas para *p* y *R*

Se pide:
Q máx



1. De al ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}} \ldots (1)$$

Como *A*, *S* y *n* son constantes, de la ecuación (1), Q será máximo si *p* es mínimo, es decir si:

$$\frac{dp}{dy} = 0$$

y $$\frac{d^2 p}{dy^2} \rangle 0$$

2. De las relaciones geométricas para la sección parabólica, se tiene:

$$A = \frac{2}{3} Ty \quad \ldots (2)$$

$$T = \frac{3A}{2y} \quad \ldots (3)$$

$$p = T + \frac{8y^2}{3T} \quad \ldots (4)$$

3. Sustituyendo (3) en (4), se obtiene:

$$p = \frac{3A}{2y} + \frac{8y^2}{3 \times \frac{3A}{2y}}$$

$$p = \frac{3}{2} Ay^{-1} + \frac{16}{9A} y^3 \quad \ldots (5)$$

4. Derivando la ecuación (5), resulta:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{3}{2} A \times (-1) \times y^{-2} + \frac{16}{9A} \times \left(3y^2\right) = 0$$

$$-\frac{3A}{2y^2}+\frac{16}{3A}y^2=0$$

$$\frac{16}{3A}y^2=\frac{3A}{2y^2}$$

$$y^4=\frac{9}{32}A^2$$

$$y=\sqrt[4]{\frac{9}{32}A^2}=\sqrt[4]{\frac{9}{32}1.8856^2}$$

$y = 1$ m

5. Sustituyendo valores en (3), se obtiene:

$$T=\frac{3\times 1.8856}{2\times 1}$$

$T = 2.8284$ m

6. Sustituyendo valores en (4), se tiene:

$$p=2.8284+\frac{8\times 1}{3\times 2.8284}$$

$p = 3.7712$ m

7. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$Q=\frac{1}{0.025}\times\frac{1.8856^{\frac{5}{3}}}{3.7712^{\frac{2}{3}}}\times 0.0015^{\frac{1}{2}}$$

$\therefore Q = 1.8402$ m^3/s

44. Una alcantarilla de sección cuadrada se instala según se indica en la figura 20. Indicar cuál es la relación entre el tirante y el lado del cuadrado que produce:
   a. La velocidad máxima
   b. El caudal máximo

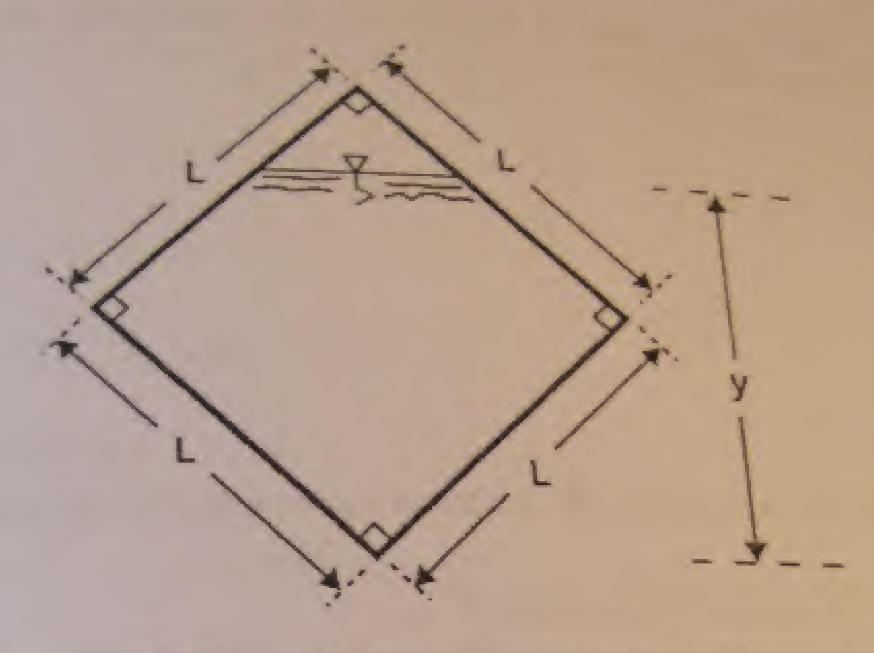


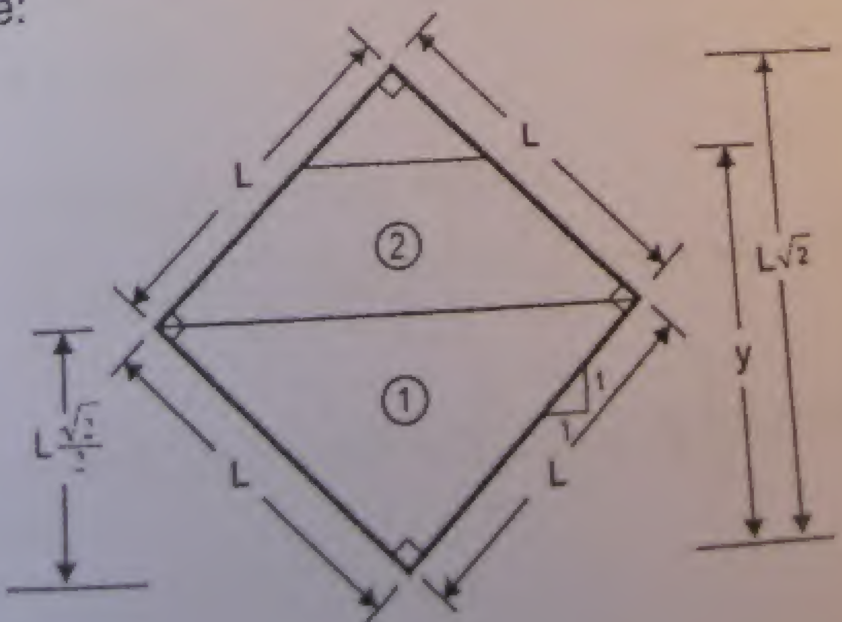
Figura 20. Sección transversal de la alcantarilla

Solución

Datos:
$r = 2$ m
$y = 3$ m

Se pide:
Relación entre y y L para v_{max}
Relación entre y y L para Q_{max}

1. Descomponiendo la sección transversal en dos áreas parciales, se tiene:



2. De la figura para la sección ①, de la ecuación para el área y el perímetro se tiene:

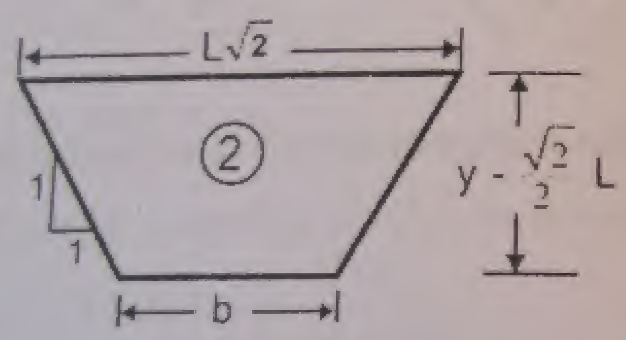
$$A_1 = Zy^2$$

$$A_1 = 1 \times \left(L \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2$$

$$A_1 = \frac{L^2}{2} \quad \ldots (1)$$

$$p_1 = 2L$$

3. Girando la sección ②, sobre el eje horizontal, se tiene la figura:



4. Cálculo de *b*

$$T = b + 2Zy$$

$$L\sqrt{2} = b + 2\left(y - \frac{\sqrt{2}}{2} L \right)$$

$$b = L\sqrt{2} - 2y + \sqrt{2}L$$

$$b = 2\sqrt{2}L - 2y$$

$$A_2 = \left(2\sqrt{2}L - 2y + y - \frac{\sqrt{2}}{2} L \right) \times \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2} L \right)$$

$$A_2 = \left(\frac{3}{2}\sqrt{2}L - y \right)\left(y - \frac{\sqrt{2}}{2} L \right)$$

$$A_2 = \frac{3}{2}\sqrt{2}Ly - \frac{3}{2}L^2 - y^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}Ly$$

$$A_2 = -\frac{3}{2}L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2$$

$$p_2 = 2\sqrt{2}\left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}L\right)$$

$$p_2 = 2\sqrt{2}y - 2L$$

5. El área total es:

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = \frac{L^2}{2} - \frac{3}{2}L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2$$

$$A = -L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2 \quad \dots (2)$$

6. Derivando el área, resulta:

$$\frac{dA}{dy} = 2\sqrt{2}L - 2y \qquad \dots (3)$$

7. El perímetro total, es:

$$p = p_1 + p_2$$

$$p = 2L + 2\sqrt{2}y - 2L$$

$$p = 2\sqrt{2y} \quad \dots (4)$$

8. Derivando el perímetro, resulta:

$$\frac{dp}{dy} = 2\sqrt{2} \quad \dots (5)$$

9. De acuerdo con el MPPDC, para que la velocidad sea máxima, se cumple:

$$A\frac{dp}{dy} = p\frac{dA}{dy} \quad \ldots (6)$$

10. Sustituyendo (2), (3), (4), y (5) en (6), obtiene:

$$\left(-L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2\right) \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \times \left(2\sqrt{2}L - 2y\right)$$

$$-L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2 = 2\sqrt{2}Ly - 2y^2$$

$$y^2 = L^2$$

Tomando la solución positiva, se tiene:

$\therefore \; y = L$ (condición para la velocidad máxima)

11. De acuerdo con el MPPDC, para que el caudal sea máximo, se cumple:

$$2A\frac{dp}{dy} = 5p\frac{dA}{dy} \quad \ldots (7)$$

12. Sustituyendo (2), (3), (4) y (5) en (7), se obtiene:

$$2\left(-L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2\right)2\sqrt{2} = 5 \times 2\sqrt{2}y\left(2\sqrt{2}L - 2y\right)$$

$$2\left(-L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2\right) = 2 \times 5y\left(\sqrt{2}L - y\right)$$

$$-L^2 + 2\sqrt{2}Ly - y^2 = 5\sqrt{2}Ly - 5y^2$$

$$4y^2 - 3\sqrt{2}Ly - L^2 = 0$$

13. Aplicando la fórmula para encontrar las raíces de la ecuación de 2º grado, se tiene:

$$y = \frac{3\sqrt{2}L \pm \sqrt{18L^2 + 4 \times 4L^2}}{2 \times 4} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{34}}{8}L$$

Tomando la solución positiva, se tiene:

$$y = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{34}}{8}L$$

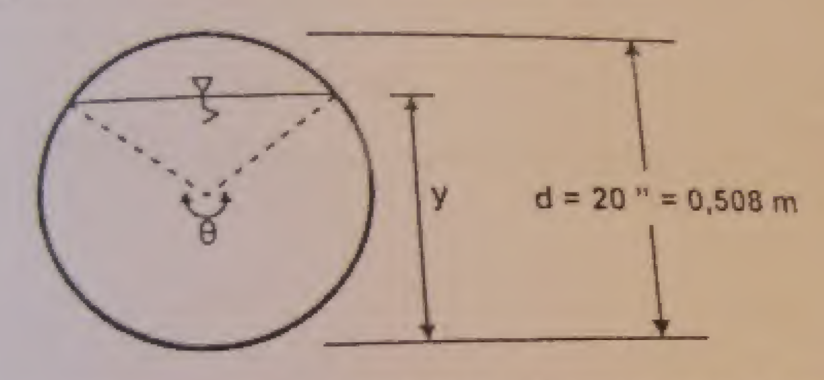
$\therefore \; y = 1.2592$ L

45. Con fines de diseño de una alcantarilla de sección circular, se desea averiguar cuál es el caudal máximo que puede transportarse por una tubería de concreto (n = 0,014) de 20" de diámetro y trazada con una pendiente de 1 ‰

Solución

Datos:
$S = 1‰ = 0.001$
$n = 0.014$

Se pide:
Q máx



1. De la tabla 1.1 del MPPDC se tiene que el área hidráulica, es:

$$A = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta)D^2 \text{ , } \theta \text{ en radianes}$$

$$A = \frac{0.508^2}{8}(\theta - sen\theta) \text{ ... (1)}$$

Tomando la derivada del área, se tiene:

$$\frac{dA}{d\theta} = \frac{0.508^2}{8}(1 - \cos\theta) \text{ ... (2)}$$

De igual manera el perímetro mojado, es:

$$p = \frac{1}{2}\theta D$$

$$p = \frac{0.508}{2}\theta$$

$p = 0.254\ \theta$ ... (3)

Tomando la derivada del perímetro, se tiene:

$$\frac{dP}{dy} = 0.254 \quad \ldots (4)$$

2. De acuerdo al MPPDC, para que el caudal sea máximo, se cumple:

$$2A\frac{dp}{dy} = 5p\frac{dA}{dy} \quad \ldots (5)$$

3. Sustituyendo (1), (2), (3) y (4) en (5), resulta:

$$2 \times \frac{0.508^2}{8}(\theta - sen\theta) \times 0.254 = 5 \times 0.254\theta \times \frac{0.508^2}{8}(1-\cos\theta)$$

$$\frac{2}{5} = \frac{\theta(1-\cos\theta)}{\theta - sen\theta}$$

$$f(\theta) = \frac{\theta(1-\cos\theta)}{\theta - sen\theta} = 0.40 \quad \ldots (6)$$

4. Resolviendo la ecuación (6) por tanteos, se obtiene

θ = 5.278 rad = 302.407124º

5. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$A = \frac{0.508^2}{8}(5.278 - \text{sen } 302.407124º)$$

$A = 0.1975\ m^2$

6. Sustituyendo valores en (3), resulta:

$p = 0.254 \times 5.278$

$p = 1.3406$ m

7. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1}{0.014}\times\frac{0.1975^{\frac{5}{3}}}{1.3406^{\frac{2}{3}}}\times 0.001^{\frac{1}{2}}$$

$Q = 0.1244\ m^3/s$

$\therefore\ Q = 124.4$ lps

46. Un túnel de concreto bien acabado (n = 0,01.3), tiene la forma mostrada en la figura 21, con pendiente S = 0,2 ‰.

Sabiendo que el caudal máximo que conduce es 2 m^3/s, determinar:

- El ancho de solera b
- El tirante
- La velocidad media

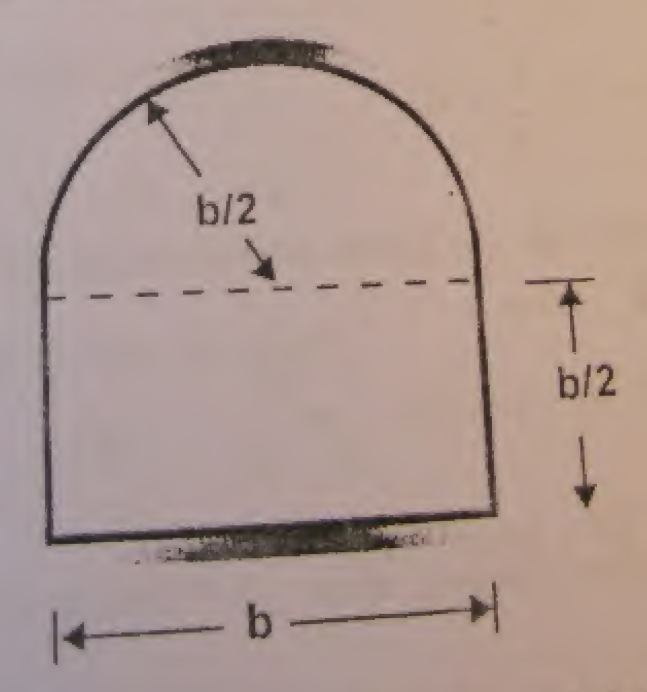


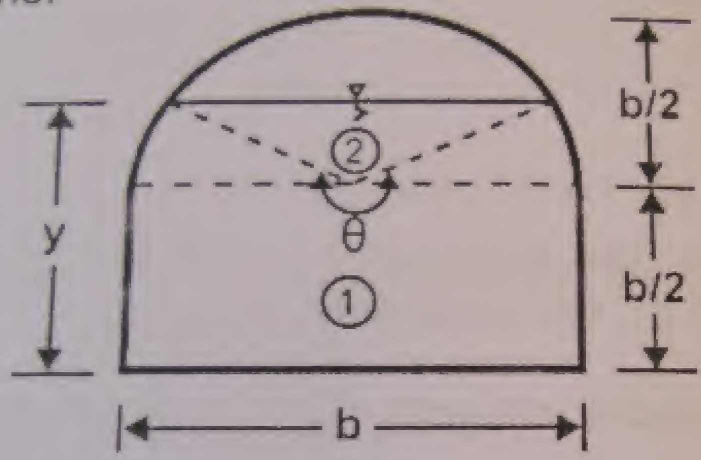
Figura 21. Sección transversal del túnel

Solución

Datos:
$n = 0.013$
$S = 0{,}2$ ‰
$Q = 2\ m^3/s$

Se pide:
a. $b = ?$
b. $y = ?$
c. $v = ?$

1. Descomponiendo la sección transversal en dos áreas parciales, se tiene:



2. Para la sección ①, de forma rectangular, se tiene:

$$A_1 = b \times \frac{b}{2} = \frac{b^2}{2}$$

$$p_1 = b + 2 \times \frac{b}{2} = 2b$$

3. Para la sección ②, de forma semicircular, se tiene:

$$A_2 = A_{\heartsuit} - A_{\triangledown}$$

$$A_2 = \frac{1}{8} b^2 (\theta - sen\theta) - \frac{1}{2} \pi \frac{b^2}{4}$$

$$A_2 = \frac{1}{8} b^2 (\theta - sen\theta - \pi)$$

$$p_2 = p_{\heartsuit} - p_{\triangledown}$$

$$p_2 = \frac{1}{2}b\theta - \pi\frac{b}{2}$$

$$p_2 = \frac{1}{2}b(\theta - \pi)$$

4. El área total, es:

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = \frac{b^2}{2} + \frac{1}{8}b^2(\theta - sen\theta - \pi)$$

$$A = \frac{1}{8}b^2(4 + \theta - sen\theta - \pi) \; \dots \; (1)$$

5. Derivando el área, se tiene:

$$\frac{dA}{d\theta} = \frac{1}{8}b^2(1 - \cos\theta) \; \dots \; (2)$$

6. El perímetro total, es:

$$p = p1 + p2$$

$$p = 2b + \frac{1}{2}b(\theta - \pi)$$

$$p = \frac{1}{2}b(4 + \theta - \pi) \; \dots \; (3)$$

7. Derivando el perímetro, se tiene:

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{1}{2}b \; \dots \; (4)$$

8. De acuerdo con el MPPDC, para que el caudal sea máximo, se cumple:

$$2A\frac{dp}{d\theta} = 5p\frac{dA}{d\theta} \; \dots \; (5)$$

9. Sustituyendo (1), (2), (3) y (4) en (5), se obtiene:

$$2\times\frac{1}{8}b^2(4+\theta-sen\theta-\pi)\times\frac{1}{2}b=5\times\frac{1}{2}b(4+\theta-\pi)\times\frac{1}{8}b^2(1-\cos\theta)$$

$$2(4+\theta-sen\theta-\pi)=5(4+\theta-\pi)(1-\cos\theta)$$

$$\frac{2}{5}=\frac{(\theta+0.8584)(1-\cos\theta)}{\theta+0.8584-sen\theta}$$

$$\frac{(\theta+0.8584)(1-\cos\theta)}{\theta+0.8584-sen\theta}=0.40$$, donde θ está en radianes

10. Para trabajar en grados, aplicando la regla de tres, se tiene:

$$\left.\begin{matrix}\pi rad\rightarrow 180^{o}\\ x\rightarrow\theta^{o}\end{matrix}\right\}\rightarrow x=\frac{\pi}{180}\theta^{o}$$

$$x = 0.0175\ \theta^{o}$$

11. Multiplicando por el factor 0.0175, se tiene:

$$f(\theta)=\frac{(0.0175\theta+0.8584)(1-\cos\theta)}{0.0175\theta+0.8584-sen\theta}=0.40$$

12. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$\theta = 303^{o} = 5.2883 \text{ rad}$$

13. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$A=\frac{1}{8}b^2(4+5.2883-sen303^{o}-\pi)$$

$$A = 0.8732\ b^2\ m^2 \quad \ldots (6)$$

14. Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$p=\frac{1}{2}b(4+5.2883-\pi)$$

$$p = 3.0734\ b \quad \ldots (7)$$

15. De la formula de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

16. Sustituyendo valores, se obtiene:

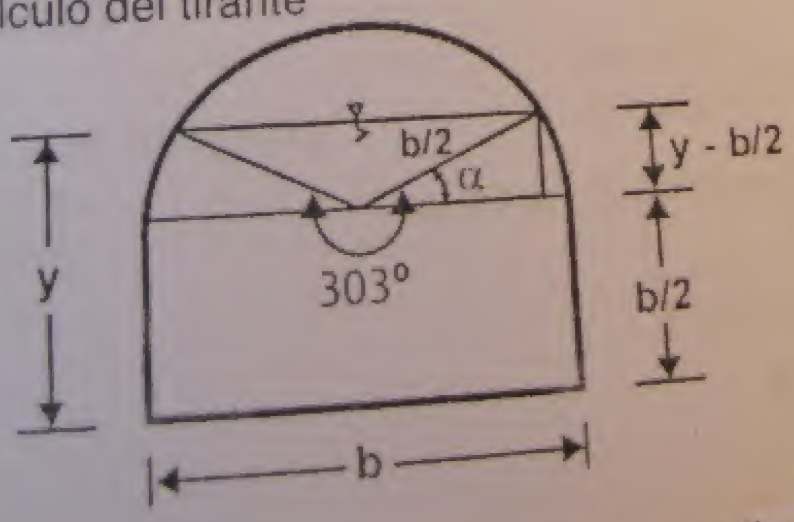
$$\frac{\left(0.8732\,b^2\right)^5}{\left(3.0734\,b\right)^2} = \left(\frac{2 \times 0.013}{0.0002^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$b^8 = \left(\frac{2 \times 0.013}{0.0002^{\frac{1}{2}}}\right)^3 \times \frac{3.0734^2}{0.8732^5}$$

$$b = \sqrt[8]{\left(\frac{2 \times 0.013}{0.0002^{\frac{1}{2}}}\right)^3 \times \frac{3.0734^2}{0.8732^5}}$$

$b = 1.8108$ m (este valor también representa el diámetro)

17. Cálculo del tirante



de la figura para el triángulo achurado, se tiene:

$$sen\alpha = \frac{y - \frac{b}{2}}{\frac{b}{2}}$$

de donde:

$$y = \frac{b}{2}(sen\alpha + 1) \quad \dots (9)$$

pero de la figura, se tiene:

$$303 = 180 + 2\alpha$$

$$\alpha = \frac{303° - 180°}{2}$$

$$\alpha = 61.5°$$

luego, sustituyendo valores en (9), se obtiene:

$$y = \frac{1.8108}{2}(sen\,61.5° + 1)$$

$$y = 1.7011 \text{ m}$$

18. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A} \quad \dots (10)$$

19. Sustituyendo valor de Q y el del área de la ecuación (6) en (10), resulta:

$$v = \frac{2}{0.8732\,b^2}$$

20. Sustituyendo el valor de b, se tiene:

$$v = \frac{2}{0.8732 \times 1.8108^2}$$

$$\therefore\ v = 0.6985 \text{ m/s.}$$

47. El proyecto Orosí tiene una estructura que permite llevar agua desde el Río Macho a San José. En cierto tramo hay un acueducto cuya sección transversal es en forma de herradura, como se muestra en la figura 22.

El acueducto está trazado con una pendiente del 0,8 ‰ y tiene un coeficiente de rugosidad de 0,015. Si D = 2 m, indicar el caudal máximo que se transporta por éste acueducto.

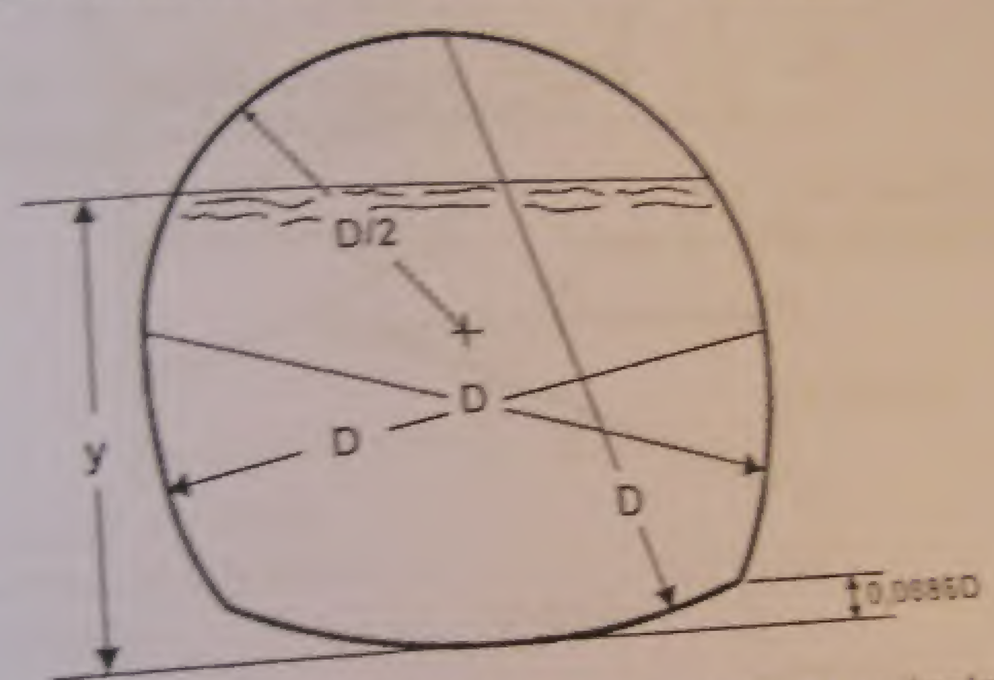
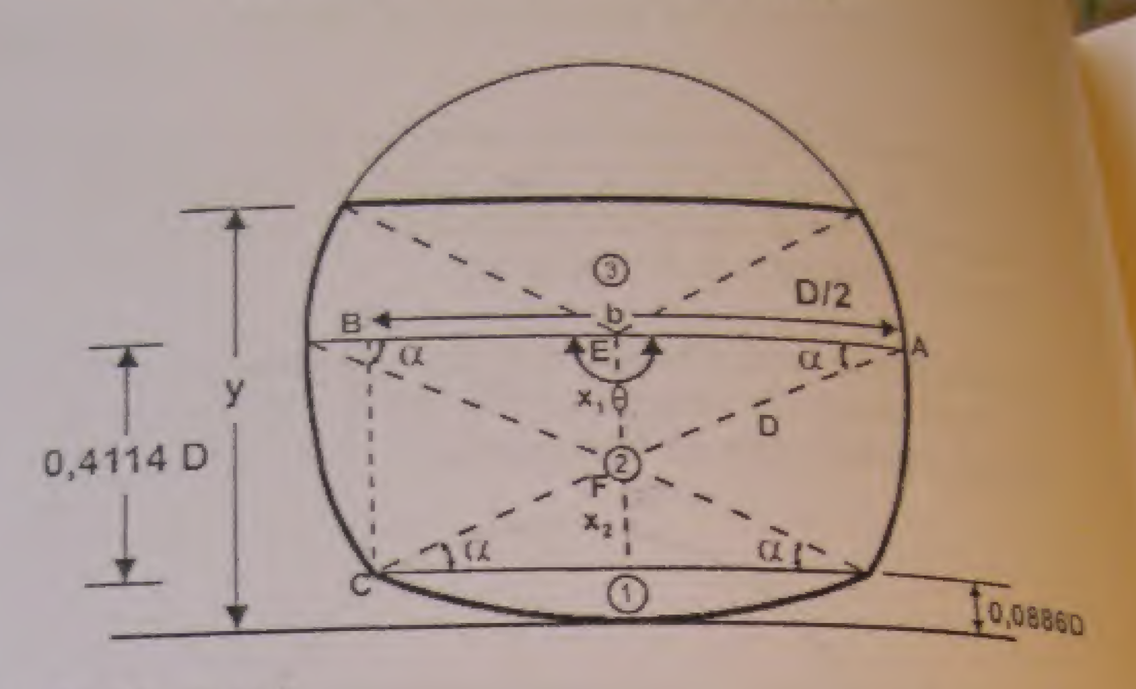


Figura 22. Sección transversal del acueducto

Solución

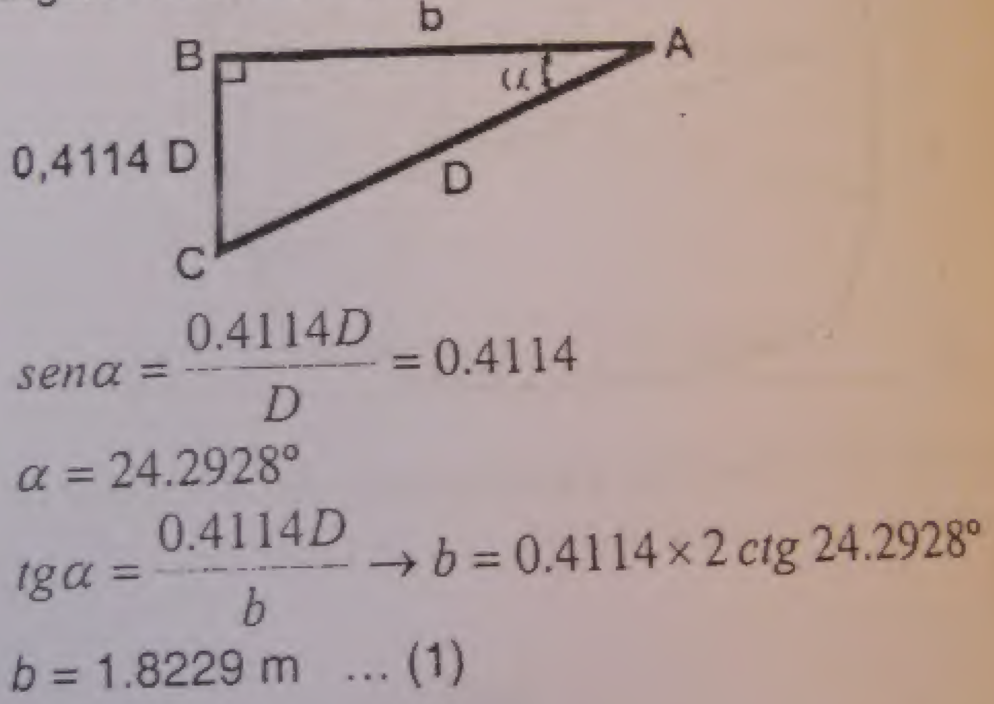
Datos:
Sección de herradura
$S = 0{,}8$ ‰
$n = 0.015$
$D = 2$ m

Se pide:
Q máximo



1. Cálculo de α y b

Del triangulo BAC, se tiene:



$$sen\alpha = \frac{0.4114D}{D} = 0.4114$$

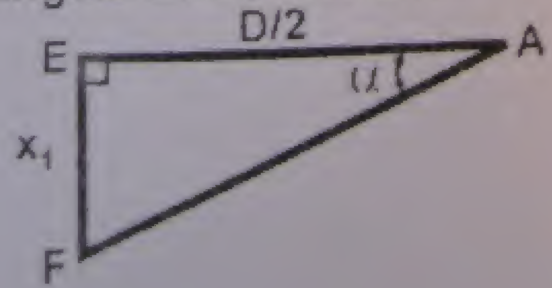
$$\alpha = 24.2928°$$

$$tg\alpha = \frac{0.4114D}{b} \rightarrow b = 0.4114 \times 2\, ctg\, 24.2928°$$

$b = 1.8229$ m ... (1)

2. Cálculo de x_1

Del triángulo EAF, se tiene:



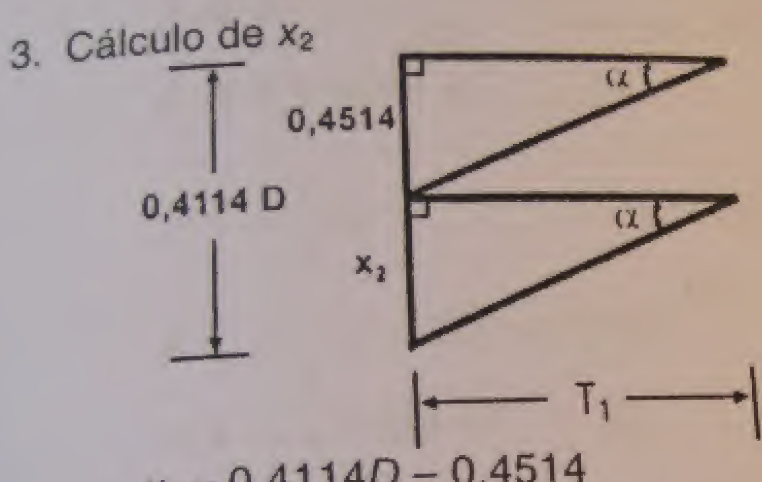
$$tg\alpha = \frac{x_1}{D/2}$$

$$x_1 = \frac{D}{2} tg\alpha$$

$$x_1 = \frac{2}{2} tg 24.2928°$$

$$x_1 = 0.4514 \text{ m}$$

3. Cálculo de x_2



$$x_2 = 0.4114D - 0.4514$$

$$x_2 = 0.4114 \times 2 - 0.4514$$

$$x_2 = 0.3714 \text{ m}$$

4. Cálculo de T_1

$x_2 = 0,3714$

α

T_1

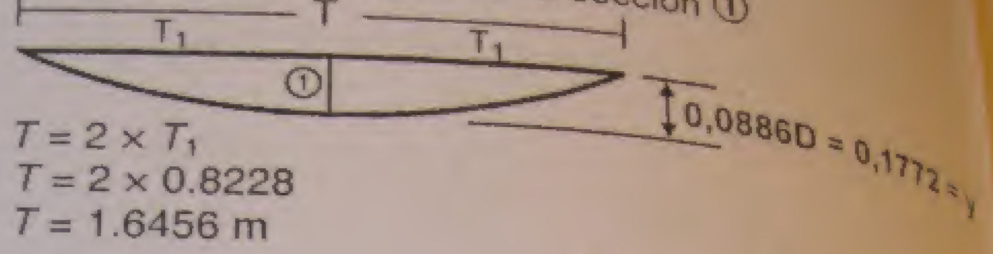
$$tg\alpha = \frac{0.3717}{T_1}$$

$$T_1 = 0.3714\, ctg\alpha$$

$$T_1 = 0.3714\, ctg\, 24.2928°$$

$$T_1 = 0.8228 \text{ m}$$

5. Cálculo del espejo de agua de la sección ①



$T = 2 \times T_1$

$T = 2 \times 0.8228$

$T = 1.6456$ m

6. Cálculo de A_1 y p_1

De la tabla 1.1 del MPPDC, se tiene:

$$A_1 = \frac{2}{3} Ty$$

$$A_1 = \frac{2}{3} \times 1.6456 \times 0.1772$$

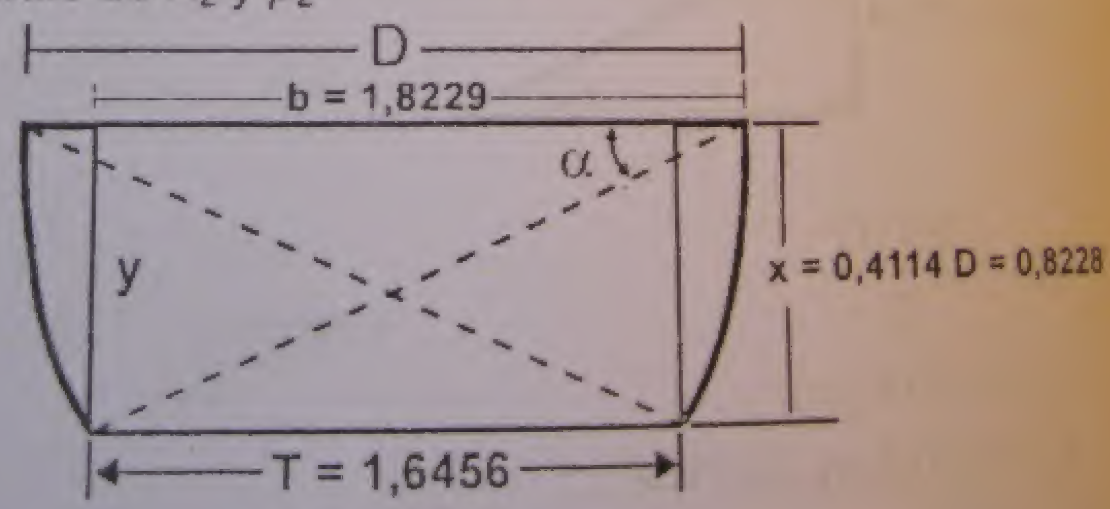
$$A_1 = 0.1944 \text{ m}^2 \quad \dots (2)$$

$$p_1 = T + \frac{8y^2}{3T}$$

$$p_1 = 1.6456 + \frac{8 \times 0.1772^2}{3 \times 1.6456}$$

$$p_1 = 1.6965 \text{ m} \quad \dots (3)$$

7. Cálculo de A_2 y p_2



$$A_2 = A_{\blacksquare} + 2A_{\blacktriangledown} \quad \dots (4)$$

$$A_{\blacksquare} = T \times x$$

A▬ $= 1.6456 \times 0.8228$

A▬ $= 1.3540\ m^2$ ... (5)

A◥ $=$ A◆ $-$ A◥ ... (6)

A◆ $= \dfrac{\pi D^2 \alpha}{360}$

A◆ $= \dfrac{\pi \times 4 \times 24.2928}{360}$

A◆ $= 0.8480\ m^2$ ... (7)

A◥ $= \dfrac{1}{2} bx$

A◥ $= \dfrac{1}{2} \times 1.8229 \times 0.8228$

A◥ $= 0.7499\ m^2$ ... (8)

Sustituyendo (7) y (8) en (6), se tiene:

A◥ $= 0.8480 - 0.7499$

A◥ $= 0.0981\ m^2$ ... (9)

Sustituyendo (5) y (9) en (4), resulta:

$A_2 = 1.3540 + 2 \times 0.0981$

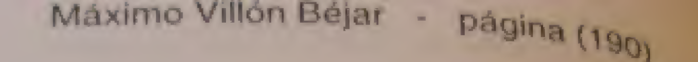
$A_2 = 1.5502\ m^2$ ... (10)

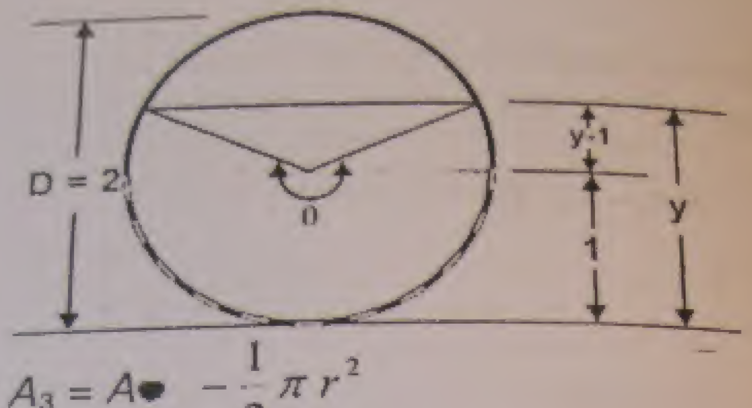
$p_2 = 2 \times \dfrac{\pi}{180} D\alpha$

$p_2 = 2 \times \dfrac{\pi}{180} \times 2 \times 24.2928$

$p_2 = 1.6960\ m$ ... (11)

8. Cálculo de A_3 y p_3





$$A_3 = A_{\bullet} - \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$A_3 = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta)D^2 - \frac{1}{2}\pi \times 1$$

$$A_3 = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta) \times 4 - \frac{1}{2}\pi$$

$$A_3 = \frac{1}{2}(\theta - sen\theta - \pi) \quad \ldots (12)$$

$$p_3 = p_{\bullet} - \frac{1}{2} \times 2\pi r$$

$$p_3 = \frac{1}{2}\theta D - \frac{1}{2} \times 2\pi \times 1$$

$$p_3 = \frac{1}{2}\theta \times 2 - \pi$$

$$p_3 = \theta - \pi \quad \ldots (13)$$

9. Cálculo de A y p total:

Área total:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \quad \ldots (14)$$

Sustituyendo (2), (10) y (12) en (14), se tiene:

$$A = 1.7446 - \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}(\theta - sen\theta)$$

Probl

A

Derivan

Perím

Susti

De

1

C

$$A = 0.1738 + \frac{1}{2}(\theta - sen\theta) \quad \ldots (15)$$

Derivando el área, se tiene:

$$\frac{dA}{d\theta} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta) \quad \ldots (16)$$

Perímetro total:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 \quad \ldots (17)$$

Sustituyendo (3), (11) y (13) en (17), resulta:

$$p = 1.6965 + 1.6960 + \theta - \pi$$

$$p = 0.2509 + \theta \quad \ldots (18)$$

Derivando el perímetro, se obtiene:

$$\frac{dP}{d\theta} = 1 \quad \ldots (19)$$

10. De acuerdo con el MPPDC, para que el caudal sea máximo se cumple:

$$2A\frac{dp}{d\theta} = 5p\frac{dA}{d\theta} \quad \ldots (20)$$

11. Sustituyendo (15), (16), (18) y (19) en (20) se tiene:

$$2\left(0.1738 + \frac{1}{2}(\theta - sen\theta)\right) \times 1 = 5 \times (0.2509 + \theta) \times \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$$

$$0.3476 + (\theta - sen\theta) = 2.5(0.2509 + \theta)(1 - \cos\theta)$$

$$2.5(0.2509 + \theta)(1 - \cos\theta) - \theta + sen\theta = 0.3476$$

donde θ está en radianes, para que θ entre en grados, se debe multiplicar por el factor:

$$\frac{\pi}{180} = 0.0175$$

luego trabajando en grados, se tiene:

$$f(\theta) = 2.5(0.2509 + 0.01750\theta)(1 - \cos\theta) - 0.0175\theta + sen\theta = 0.3\text{[illegible]}$$

12. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

θ = 302.13º = 5.2732 rad ... (21)

13. Sustituyendo (21) en (15) , se tiene:

$$A = 0.1738 + \frac{1}{2}(5.2732 - sen302.13^\circ)$$

A = 3.2338 m²

14. Sustituyendo (21) en (18), se tiene:

p = 0.2509 + 5.2732

p = 5.5241 m

15. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

16. Sustituyendo valores, resulta:

$$Q = \frac{1}{0.015} \times \frac{3.2338^{\frac{5}{3}}}{5.5241^{\frac{2}{3}}} \times 0.0008^{\frac{1}{2}}$$

Q = 4.2671 m³/s

48. Se tiene un túnel como se muestra en la figura 23, sabiendo que el coeficiente de rugosidad es 0,015, que está trazado con una pendiente del 0,8 ‰, y que *R* = 0,90 m, indicar el caudal máximo que transporta.

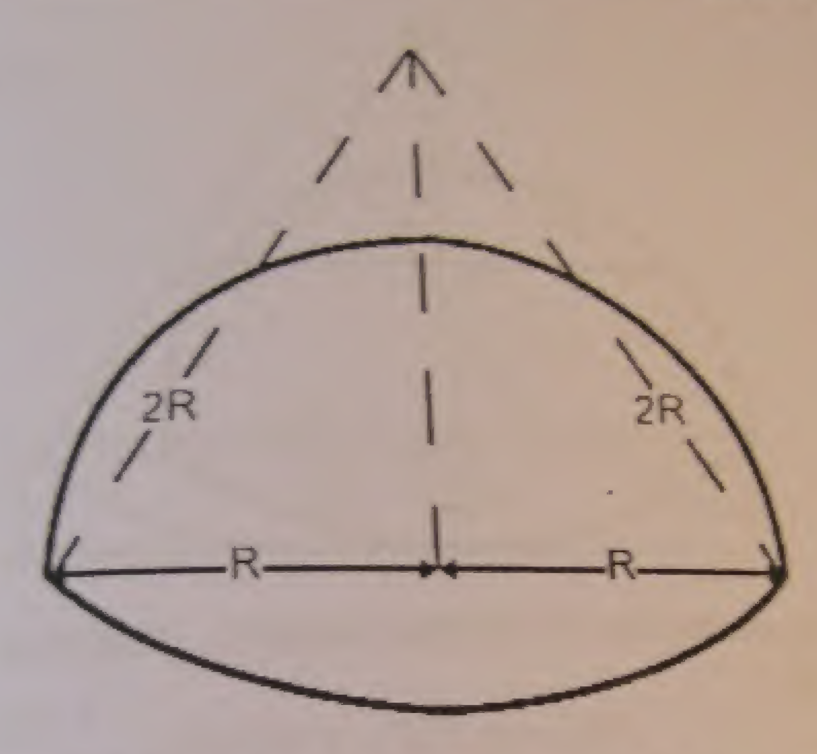


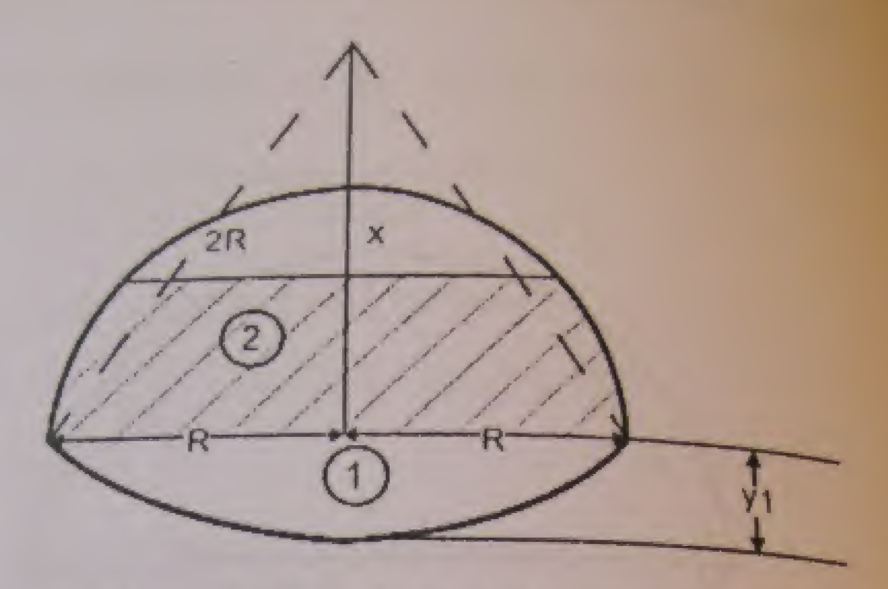
Figura 23. Sección transversal de un túnel

Solución

Datos:
$R = 0.90$ m
$n = 0.015$
S = 0.8 ‰

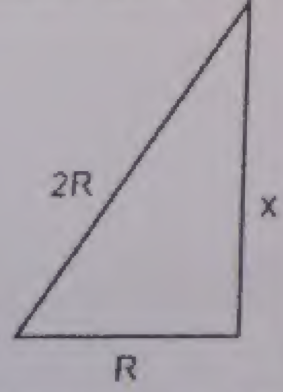
Se pide:
El caudal máximo que se transporta

1. Descomponiendo la sección transversal en 2 áreas parciales, se tiene:



Para que se produzca el caudal máximo, el tirante se encuentra en la sección ②.

2- Cálculo de x



Por Pitágoras, se tiene:

$$x = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

3. Cálculo de y_1

De la figura, se tiene:

$$y_1 = 2R - x = 2R - R\sqrt{3}$$

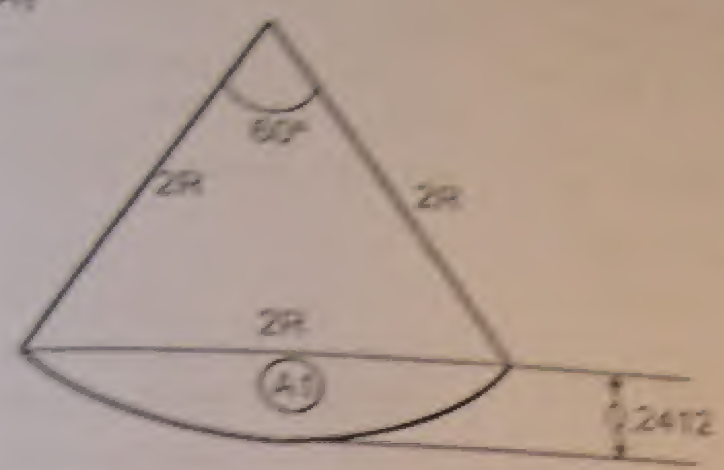
$$y_1 = (2 - \sqrt{3})\,R$$

para $R = 0.90$m, resulta:

$$y_1 = (2 - \sqrt{3}) \times 0.90$$

$$y_1 = 0.2412\text{m}$$

4- Cálculo de A_1



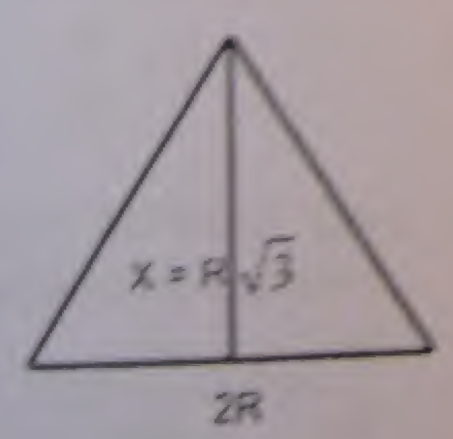
$A_1 = A_{\blacklozenge} - A_{\blacktriangle}$ .... (1)

$A_{\blacklozenge} = \dfrac{\alpha\pi r^2}{360}$, donde: $r = 2R$, $\alpha = 60º$

$A_{\blacklozenge} = \dfrac{60}{360}\pi(2R)^2$

$A_{\blacklozenge} = \dfrac{1}{6}\pi \times 1.8^2 = 1.6965\, m^2$

$A_{\blacktriangle} = \dfrac{1}{2} \times 2R\, x$



$A_{\blacktriangle} = \dfrac{1}{2} \times 2R \times R\sqrt{3}$

$A_{\blacktriangle} = 0.9^2\sqrt{3}$

$A_{\blacktriangle} = 1.4030\ m^2$

Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$A_1 = 1.6965 - 1.4030$

$A_1 = 0.2935\ m^2$

5. Cálculo de p_1

Si:

$2\pi r \rightarrow 360$

$p_1 \rightarrow 60$

entonces:

$$p_1 = \frac{2\pi r \times 60}{360} \qquad \text{siendo: } r = 2R$$

$$p_1 = \frac{2\pi \times 2R}{6} = \frac{2\pi R}{3}$$

$$p_1 = \frac{2 \times \pi \times 0.9}{3} = 0.6\,\pi$$

$p_1 = 1.8850\ m$

6- Cálculo de A_2

$$A_2 = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta)D^2 - \frac{1}{2}\pi R^2$$

$$A_2 = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta)\times 1.8^2 - \frac{1}{2}\pi \times 0.9^2$$

$$A_2 = 0.4050(\theta - sen\theta) - 1.2723$$

7. Cálculo de p_2

$$p_2 = \frac{1}{2}\theta D - \pi R$$

$$p_2 = \frac{1}{2}\times\theta\times 1.8 - \pi\times 0.9$$

$$p_2 = 0.9\theta - 2.8274$$

8. Cálculo de A_T

$A = A_T = A_1 + A_2$ ... (2)

Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$A = 0.2935 + 0.4050(\theta - sen\theta) - 1.2723$$

$$A = 0.4050(\theta - sen\theta) - 0.9788 \quad \ldots (3)$$

9. Cálculo de $p_T = p$

$p = p_T = p_1 + p_2$ ... (4)

Sustituyendo valores en (4), se tiene:

$$p = 1.8850 + 0.9\theta - 2.8274$$

$$p = 0.9\theta - 0.9424 \quad \ldots (5)$$

10. Cálculo de $\frac{dA}{d\theta}$

Derivando (3), se tiene:

$$\frac{dA}{d\theta} = 0.4050(1 - \cos\theta)$$

11. Cálculo de $\frac{dp}{d\theta}$

Derivando (5), se tiene:

$$\frac{dp}{d\theta} = 0.9$$

12. Del MPPDC para que ocurra el Qmáx en un conducto abovedado se cumple:

$$2A\frac{dp}{d\theta} = 5p\frac{dA}{d\theta} \quad \ldots (6)$$

13. Sustituyendo valores en (6), resulta:

$$2[0.4050(\theta - sen\theta) - 0.9788] \times 0.9 = 5(0.9\theta - 0.9424) \times 0.4050(1 - \cos\theta)$$

$$1.8[0.4050(\theta - sen\theta) - 0.9788] = 2.0250(1 - \cos\theta)(0.9\theta - 0.9424)$$

$$\frac{0.4050(\theta - sen\theta) - 0.9788}{(1-\cos\theta)(0.9\theta - 0.9424)} = \frac{2.025}{1.8} = 1.1250 \quad \ldots (7)$$

14. En la ecuación (7), θ esta en radianes, para que ingrese en grados, se tiene:

$$\begin{matrix} \pi - 180 \\ x - \theta \end{matrix} \quad \rightarrow \quad x = \frac{\pi \times \theta}{180} = 0.0175\theta$$

luego multiplicando por el factor 0.0175, se tiene:

$$\frac{0.4050(0.0175\theta - sen\theta) - 0.9788}{(1-\cos\theta)(0.9 \times 0.0175\theta - 0.9424)} = 0.1250$$

$$\frac{0.4050(0.0175\theta - sen\theta) - 0.9788}{(1-\cos\theta)(0.0157\theta - 0.9424)} = 0.1250$$

15. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$\theta = 310.87°$

16. Cálculo de *A*

Sustituyendo valores en (3), resulta:

$A = 0.4050(0.0175 \times 310.87 - sen310.87) - 0.9788$

$A = 1.5308$ m²

17. Cálculo de *p*

Sustituyendo valores en (5), resulta:

$p = 0.9 \times 0.0175 \times 310.87 - 0.9424$

$p = 3.9538$ m

18. Cálculo del caudal máximo

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

luego:

$$Q = \frac{1}{0.015} \times \frac{1.5308^{\frac{5}{3}}}{3.9538^{\frac{2}{3}}} \times 0.0008^{\frac{1}{2}}$$

$Q_{max} = 1.5333\ m^3/s$

49. Un canal cuya sección transversal es triangular, pero con un fondo redondeado con un arco de círculo, como se muestra en la figura 24, está construido en tierra con $n = 0{,}025$ y con una pendiente del I ‰. Si $\alpha = 30°$ y el espejo de agua es de 4 m, indicar:

a. El radio del círculo r, que produce la velocidad máxima.
b. Si esta velocidad máxima es o no erosiva para el canal de tierra.
c. La profundidad total del canal, si el bordo libre es la tercera parte del tirante.

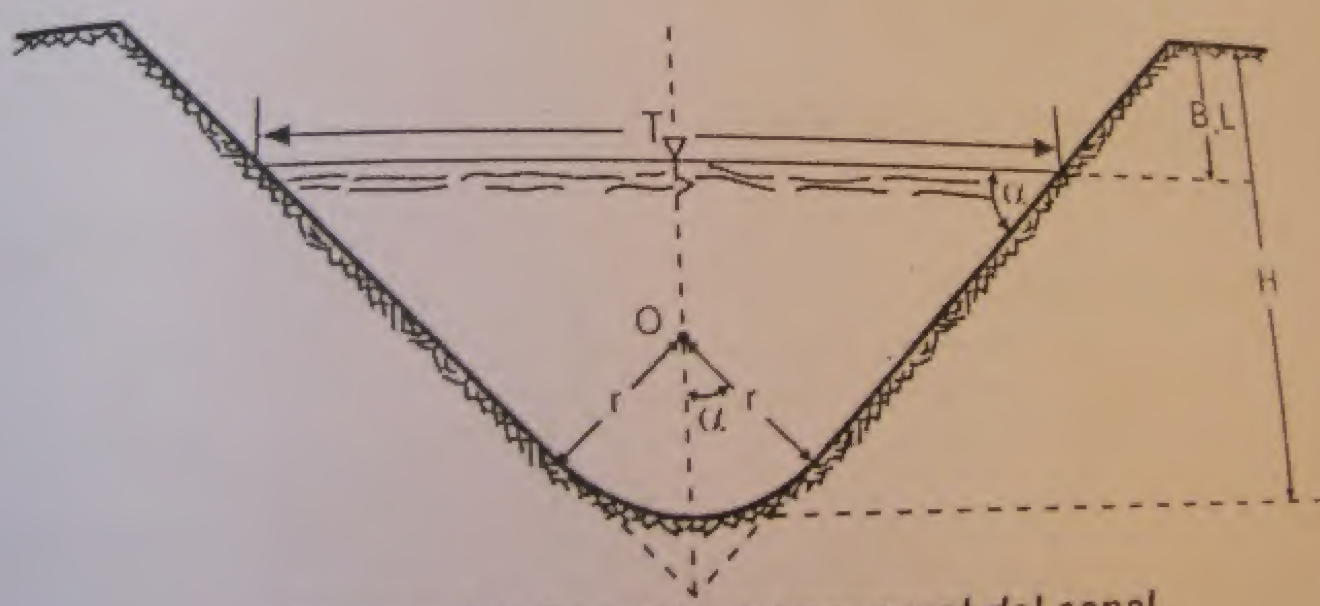


Figura 24. Sección transversal del canal

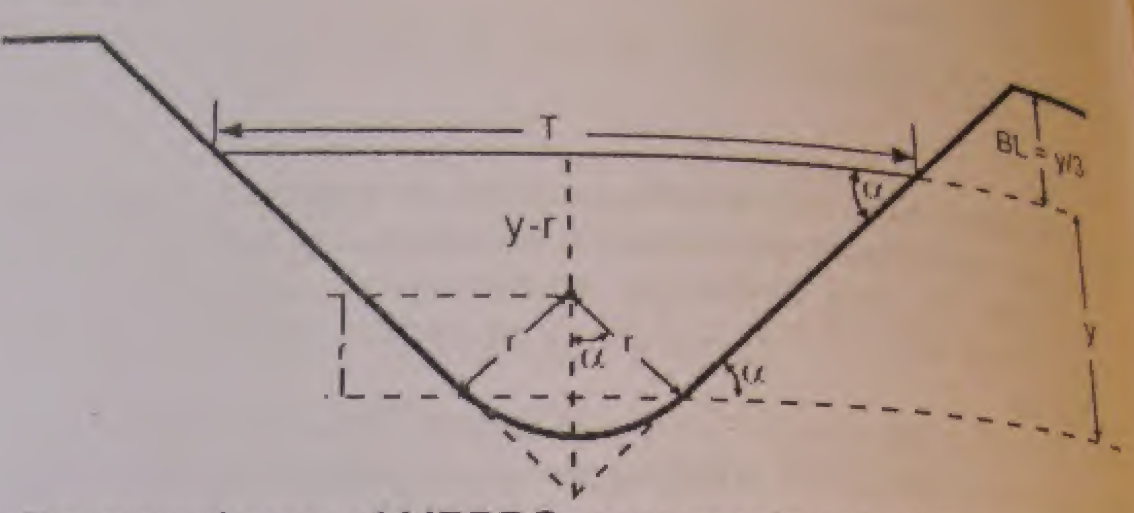
Solución

Datos:
$n = 0.25$
$S = $ I ‰

Se pide:
a. *R que produce vmáx*
b. *Si vmáx es o no erosiva*

$\alpha = 30^{\circ}$
$T = 4$ m
$BL = y/3$

c. $H = y + BL$



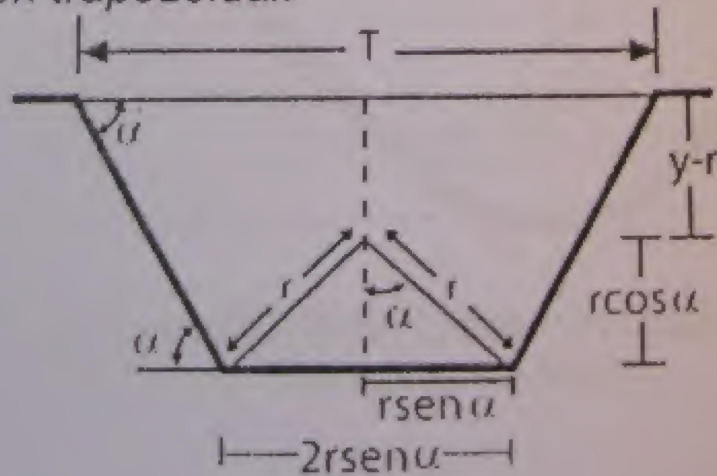
1. De acuerdo con el MPPDC, para que la velocidad sea máxima, se cumple:

$$A\frac{dp}{dr} = p\frac{dA}{dr} \quad ... (1)$$

2. De la figura, se observa que:

$A = A_{\blacktriangledown} + A_{\blacklozenge} - A_{\blacktriangle}$

Sección trapezoidal:



donde:

base: $2r\text{sen}\,\alpha$
tirante: $y - r + r\cos\alpha \;= y - r(1\text{-}\cos\alpha)$
talud: $Z = \text{ctg}\,\alpha$

luego el área, es:

$$A_{\blacktriangledown} = \{2rsen\alpha + ctg\alpha[y - r(1-\cos\alpha)]\}[y - r(1-\cos\alpha)] \quad \ldots (3)$$

De la fórmula del espejo de agua, se tiene:

$$T = 2rsen\alpha + 2ctg\alpha\,[y - r(1-\cos\alpha)]$$

luego:

$$y - r(1-\cos\alpha) = \frac{tg\alpha}{2}(T - 2rsen\alpha) \quad \ldots (4)$$

Sustituyendo (4) en (3) el área trapezoidal, se expresa como:

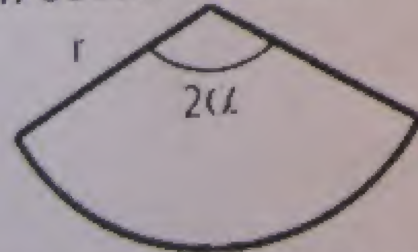
$$A_{\blacktriangledown} = \left\{2r\,sen\alpha + ctg\alpha \times \frac{tg\alpha}{2}(T - 2r\,sen\alpha)\right\}\left[\frac{tg\alpha}{2}(T - 2r\,sen\alpha)\right]$$

$$A_{\blacktriangledown} = \left[2r\,sen\alpha + \frac{T}{2} - r\,sen\alpha\right]\left[\frac{tg\alpha}{2}(T - 2r\,sen\alpha)\right]$$

$$A_{\blacktriangledown} = \left[\frac{T}{2} + r\,sen\alpha\right]\frac{tg\alpha}{2}(T - 2r\,sen\alpha)$$

$$A_{\blacktriangledown} = \frac{tg\alpha}{4}\left(T^2 - 4r^2sen^2\alpha\right) \quad \ldots (5)$$

Sección sector circular:

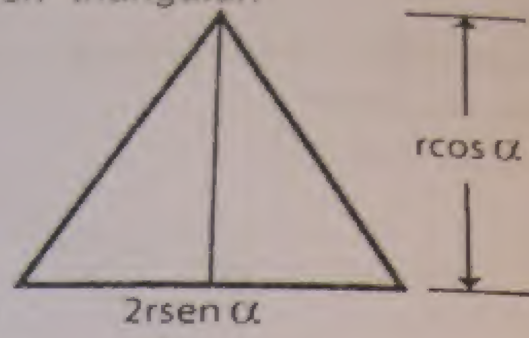


Aplicando la regla de tres:

$$\left.\begin{array}{l} \pi r^2 \quad \rightarrow 2\pi \\ Asector \rightarrow 2\alpha \end{array}\right\} \rightarrow A_{\blacklozenge} = \frac{\pi r^2 \times 2\alpha}{2\pi} = \alpha r^2 \text{ (α en radianes)}$$

$$\therefore A_{\blacklozenge} = \alpha r^2 \quad \ldots (6)$$

Sección triangular:



$$A_{\blacktriangle} = \frac{1}{2} 2r sen\alpha \times r\cos\alpha$$

$$A_{\blacktriangle} = r^2 sen\alpha\cos\alpha \quad \ldots (7)$$

Sustituyendo (5), (6) y (7) en (2), se obtiene:

$$A = \frac{tg\alpha}{4}\left(T^2 - 4r^2 sen^2\alpha\right) + \alpha r^2 - r^2 sen\alpha\cos\alpha$$

$$A = \frac{tg\alpha}{4}T^2 - r^2 tg\alpha\, sen^2\alpha + \alpha r^2 - r^2 \frac{sen\alpha}{\cos\alpha}\cos^2\alpha$$

$$A = \frac{tg\alpha}{4}T^2 - r^2\left[tg\alpha\, sen^2\alpha + tg\alpha\cos^2\alpha - \alpha\right]$$

$$A = \frac{tg\alpha}{4}T^2 - r^2\left[tg\alpha\left(\underbrace{sen^2\alpha + \cos^2\alpha}_{1}\right) - \alpha\right]$$

$$A = \frac{tg\alpha}{4}T^2 - r^2\left(tg\alpha - \alpha\right) \quad \ldots (8)$$

Derivando el área, resulta:

$$\frac{dA}{dr} = -2r\left(tg\alpha - \alpha\right) \quad \ldots (9)$$

3. De la misma figura inicial el perímetro es:

$$p = p_{\smile\!\smile} + p_{\smile} \quad \ldots (9.1)$$

Sección trapezoidal:

$$p_{\vee} = 2\sqrt{1+ctg^2\alpha}\ \frac{tg\alpha}{2}\left(T - 2r\ sen\alpha\right)$$

$$p_{\vee} = \sqrt{\csc^2\alpha}\ tg\alpha\left(T - 2r\ sen\alpha\right)$$

$$p_{\vee} = \csc\alpha\ tg\alpha\left(T - 2r\ sen\alpha\right)$$

$$p_{\vee} = \frac{1}{sen\alpha}\times\frac{sen\alpha}{\cos\alpha}\left(T - 2r\ sen\alpha\right)$$

$$p_{\vee} = \frac{1}{\cos\alpha}\left(T - 2r\ sen\alpha\right) \quad \ldots (10)$$

Sección sector circular:

$$\left.\begin{array}{ll} 2\pi r & \rightarrow 2\pi \\ p\,sector\ cirular & \rightarrow 2\alpha \end{array}\right\} \rightarrow \quad p_{\smile} = \frac{2\pi\, r\times 2\alpha}{2\pi}$$

$p_{\smile} = 2r\alpha$ (α en radianes) ... (11)

Sustituyendo (10) y (11) en (9.1), se tiene:

$$p = \frac{1}{\cos\alpha}\left(T - 2r\ sen\alpha\right) + 2r\alpha$$

$$p = \frac{T}{\cos\alpha} - 2r\frac{sen\alpha}{\cos\alpha} + 2r\alpha$$

$$p = \frac{T}{\cos\alpha} - 2r\left(tg\alpha - \alpha\right) \quad \ldots (12)$$

Derivando el perímetro con respecto a *r*, se obtiene:

$$\frac{dp}{dr} = -2\left(tg\alpha - \alpha\right) \quad \ldots (13)$$

4. Sustituyendo (8), (9), (12) y (13) en (1), se obtiene:

$$\left[\frac{tg\alpha}{4}T^2 - r^2\left(tg\alpha-\alpha\right)\right]\left[-2\left(tg\alpha-\alpha\right)\right] = \left[\frac{T}{\cos\alpha} - 2r\left(tg\alpha-\alpha\right)\right]\left[-2r\left(tg\alpha-\alpha\right)\right]$$

$$\frac{tg\alpha}{4}T^2 - r^2\left(tg\alpha-\alpha\right) = r\left[\frac{T}{\cos\alpha} - 2r\left(tg\alpha-\alpha\right)\right]$$

$$\frac{tg\alpha}{4}T^2 - r^2(tg\alpha - \alpha) = \frac{T}{\cos\alpha}r - 2r^2(tg\alpha - \alpha)$$

$$r^2(tg\alpha - \alpha) - \frac{T}{\cos\alpha}r + \frac{tg\alpha}{4}T^2 = 0$$

5. Aplicando la fórmula para obtener las raíces de una ecuación de 2º grado, se tiene:

$$r = \frac{\dfrac{T}{\cos\alpha} \pm \sqrt{\dfrac{T^2}{\cos^2\alpha} - 4\cdot(tg\alpha - \alpha)\times\dfrac{tg\alpha}{4}\times T^2}}{2(tg\alpha - \alpha)}$$

$$r = \frac{\dfrac{T}{\cos\alpha} \pm T\sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - tg^2\alpha + \alpha\, tg\alpha}}{2(tg\alpha - \alpha)}$$

$$r = \frac{T}{2}\left[\frac{\dfrac{1}{\cos\alpha} \pm \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - \dfrac{sen^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \alpha\cdot\dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha}}}{\dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha} - \alpha}\right]$$

$$r = \frac{T}{2}\left[\frac{\dfrac{1}{\cos\alpha} \pm \dfrac{1}{\cos\alpha}\sqrt{1 - sen^2\alpha + \alpha\cdot sen\alpha\cdot\cos\alpha}}{\dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha} - \alpha}\right]$$

$$r = \frac{T}{2}\left[\frac{1 \pm \sqrt{(1 - sen^2\alpha) + \alpha\cdot sen\alpha\cdot\cos\alpha}}{\cos\alpha\left(\dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha} - \alpha\right)}\right]$$

$$r = \frac{T}{2}\left[\frac{1 \pm \sqrt{\cos^2\alpha + \alpha\cdot sen\alpha\cdot\cos\alpha}}{sen\alpha - \alpha\cos\alpha}\right] \quad \ldots (14)$$

De los datos del problema, se tiene:

$T = 4\ m$

$\alpha = 30° = \frac{\pi}{6} = 0.5236\ rad.$

6. Sustituyendo valores en (14), resulta:

Para el signo (+):

$$r = \frac{4}{2}\left[\frac{1 + \sqrt{\cos^2 30° + 0.5236 \cdot sen30° \cdot \cos 30°}}{sen30° - 0.5236 \cdot \cos 30°}\right]$$

$r = 85.4259\ m$

$r >> T$, por lo que este valor se descarta

Para el signo (-):

$$r = \frac{4}{2}\left[\frac{1 - \sqrt{\cos^2 30° + 0.5236 \cdot sen30° \cdot \cos 30°}}{sen30° - 0.5236 \cdot \cos 30°}\right]$$

$r = 0.5029\ m$

7. Sustituyendo valores conocidos en (8), se tiene:

$$A = \frac{tg30°}{4} \times 16 - 0.5029^2 (tg30° - 0.5236)$$

$A = 2.2958\ m^2$

8. Sustituyendo valores conocidos en (12), resulta:

$$p = \frac{4}{\cos 30°} - 2 \times 0.5029\ (tg30° - 0.5236)$$

$p = 4.5647\ m$

9. De la fórmula del radio hidráulico, se tiene:

$$R = \frac{A}{p}$$

$$R = \frac{2.2958}{4.5647}$$

$$R = 0.5029\ m$$

10. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

Sustituyendo valores, se obtiene:

$$v = \frac{1}{0.025} \times 0.5029^{2/3} \times 0.001^{1/2}$$

$$v = 0.80\ m/s$$ (velocidad no erosiva)

11. Cálculo de y

De la ecuación (4), se tiene:

$$y = \frac{tg\alpha}{2}(T - 2r\ sen\alpha) + r(1 - \cos\alpha)$$

Sustituyendo valores, se tiene:

$$y = \frac{tg30^\circ}{2}(4 - 2 \times 0.5029\ sen30^\circ) + 0.5029(1 - \cos 30^\circ)$$

$$y = 1.0769\ m$$

12. Cálculo de la profundidad total

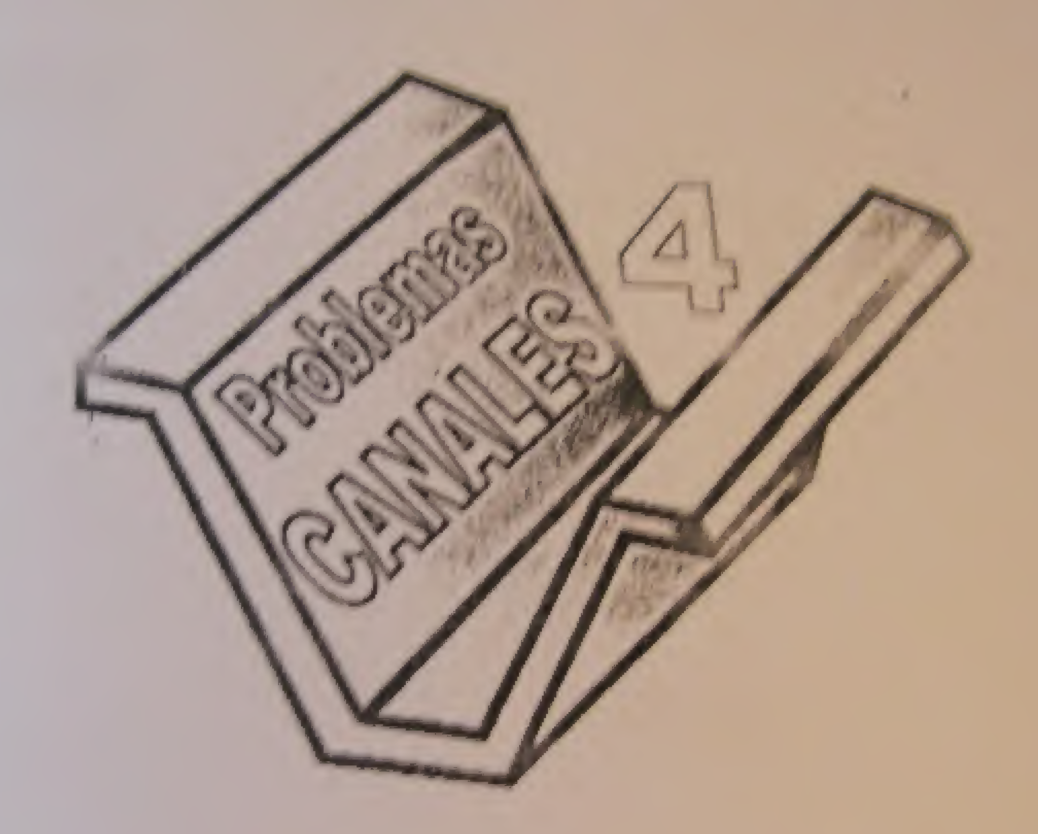
Por condición del problema, se tiene:

$$H = y + \frac{y}{3}$$

$$H = \frac{4}{3} y$$

$$H = \frac{4}{3} \times 1.0769$$

$$H = 1.4359\ m$$



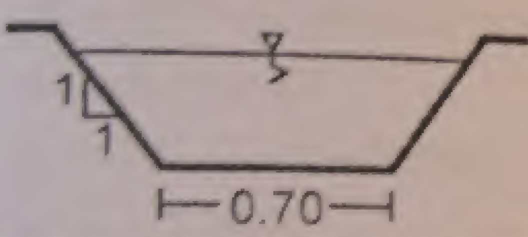
Flujo crítico

50. En un canal trapezoidal de ancho de solera $b = 0.70$ m y talud Z = 1, circula un caudal de 1.5 m^3/s, con una velocidad de 0.8 m/s. Considerando un coeficiente de rugosidad $n = 0.025$, calcular:
   a. La pendiente normal
   b. La pendiente crítica

Solución

Datos:
$b = 0.70$ m
$Z = 1$
$Q = 1.5$ m^3/s
$v = 0.8$ m/s
$n = 0.025$

Se pide:
a. Pendiente normal
b. Pendiente crítica



1. De la ecuación de continuidad se tiene:

$$A = \frac{Q}{v}$$

$$A = \frac{1.5}{0.8}$$

$$A = 1.8750\, m^2$$

2. De la fórmula del área hidráulica para una sección trapezoidal, se tiene:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$

$$1.8750 = (0.7 + y)\,y$$

$$y^2 + 0.70\,y - 1.8750 = 0$$

3. Aplicando la fórmula de ecuación de 2º grado, resulta:

$$y = \frac{-0.70 \pm \sqrt{0.70^2 - 4(-1.8750)}}{2}$$

Tomando la solución positiva (ya que el tirante no puede ser negativo), se tiene:

$$y = 1.0633m$$

4. De la fórmula del perímetro mojado, se tiene:

$$p = b + 2\sqrt{1+Z^2}\,y$$

$$p = 0.7 + 2\sqrt{2} \times 1.0633$$

$$p = 3.7075m$$

5. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{5/3}}{p^{2/3}}S^{1/2}$$

$$S = \left(\frac{Q \times n \times p^{2/3}}{A^{5/3}}\right)^2$$

$$S = \left(\frac{1.5 \times 0.025 \times 3.7025^{2/3}}{1.8750^{5/3}}\right)^2$$

$$S = 0.001$$

$$S = 1‰$$

6. Para calcular la pendiente crítica, se debe conocer el tirante crítico. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{Ac^3}{Tc} \quad \ldots(1)$$

donde:

$$A = (0.7 + y_c)y_c$$

$$Tc = 0.7 + 2y_c$$

7. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$\frac{1.5^2}{9.81} = \frac{[(0.7 + y_c)y_c]^3}{0.7 + 2y_c}$$

$$f(y_c) = \frac{(0.7y_c + y_c^2)^3}{0.7 + 2y_c} = 0.2294$$

8. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$y_c = 0.5865m$$

9. El área y el perímetro crítico son:

$$Ac = (0.7 + 0.5865) \times 0.5865$$

$$Ac = 0.7545m^2$$

$$p_c = 0.7 + 2\sqrt{2} \times 0.5865$$

$$p_c = 2.3589m$$

10. De la ecuación de Manning, para las condiciones críticas, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{Ac^{5/3}}{p_c^{2/3}}S^{1/2}$$

$$S = \left(\frac{Q \cdot n \cdot p_c^{2/3}}{Ac^{5/3}}\right)^2$$

$$S = \left(\frac{1.5 \times 0.025 \times 2.3589^{2/3}}{0.7545^{5/3}}\right)^2$$

$$S = 0.0113$$

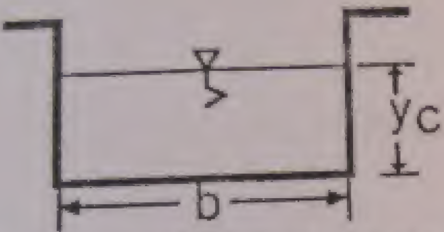
S = 1.13 %, para esta pendiente se tiene un flujo crítico uniforme

51. En un canal rectangular, se tiene que el tirante crítico es 0,7103 m. Averiguar cuál será la energía específica, que producirán dos tirantes alternos, que tengan por número de Froude 0,4738 y 1,9027, respectivamente.

Solución

Datos:
$y_c = 0.7103$
$F_1 = 0.4738$
$F_2 = 1.9027$

Se pide:
Energía específica



1. De la ecuación de la energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{v^2}{2g} \quad \ldots (1)$$

2. De la ecuación para número de Froude para una secci rectangular, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

$$\frac{v^2}{g} = yF^2 \quad \ldots (2)$$

3. Sustituyendo (2) en (1), se obtiene:

$$E = y + \frac{1}{2} yF^2$$

$$E = y\left(1 + \frac{F^2}{2}\right) \quad \dots (3)$$

4. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

Para una sección rectangular, resulta:

$$v = \frac{Q}{by} = \frac{q}{y} \rightarrow v^2 = \frac{q^2}{y^2} \quad \dots (4)$$

5. Para un flujo crítico en una sección rectangular, se cumple que:

$$y_c^3 = \frac{q^2}{g} \rightarrow q^2 = gy_c^3 \quad \dots (5)$$

6. Sustituyendo (5) en (4), se obtiene:

$$v^2 = \frac{gy_c^3}{y^2}$$

$$\frac{v^2}{g} = \frac{y_c^3}{y^2} \quad \dots (6)$$

7. Igualando (2) y (6), se tiene:

$$yF^2 = \frac{y_c^3}{y^2}$$

$$y^3 = \frac{y_c^3}{F^2}$$

$$y = \frac{y_c}{\sqrt[3]{F^2}} \quad \dots (7)$$

8. Sustituyendo (7) en (3), la ecuación de la energía, se expresa como:

$$E = \frac{y_c}{\sqrt[3]{F^2}}\left(1 + \frac{F^2}{2}\right) \quad \ldots (8)$$

La ecuación (8) representa la relación entre E, y_c, y F

9. Sustituyendo valores conocidos

Para $F_1 = 0.4738$

$$E = \frac{0.7103}{\sqrt[3]{0.4738^2}}\left(1 + \frac{0.4738^2}{2}\right)$$

$E = 1.2999$ m-kg / kg

Para $F_2 = 1.9027$

$$E = \frac{0.7103}{\sqrt[3]{1.9027^2}}\left(1 + \frac{1.9027^2}{2}\right)$$

$E = 1.2999$ m-kg/kg

$\therefore E = 1.2999$m-kg/kg

52. Se tiene un canal con sección transversal como se muestra en la figura 25, y con rugosidad 0,015.

Sabiendo que para un caudal de 2 m^3/s, se produce un movimiento uniforme con el mínimo contenido de energía.
a. Calcular la pendiente del canal
b. Si por una razón u otra las paredes y fondo del canal se hicieran más rugosas, indicar qué tipo de flujo se presentaría, con la pendiente crítica calculada. Justificar su respuesta.

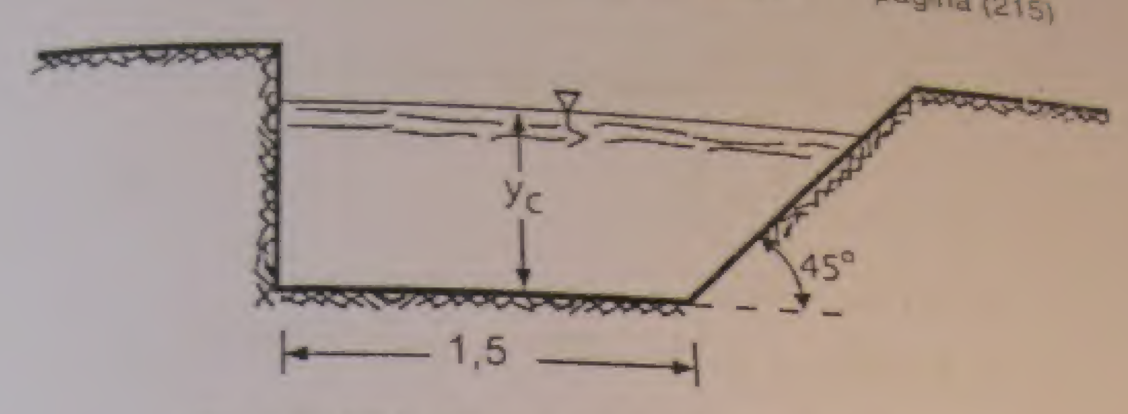
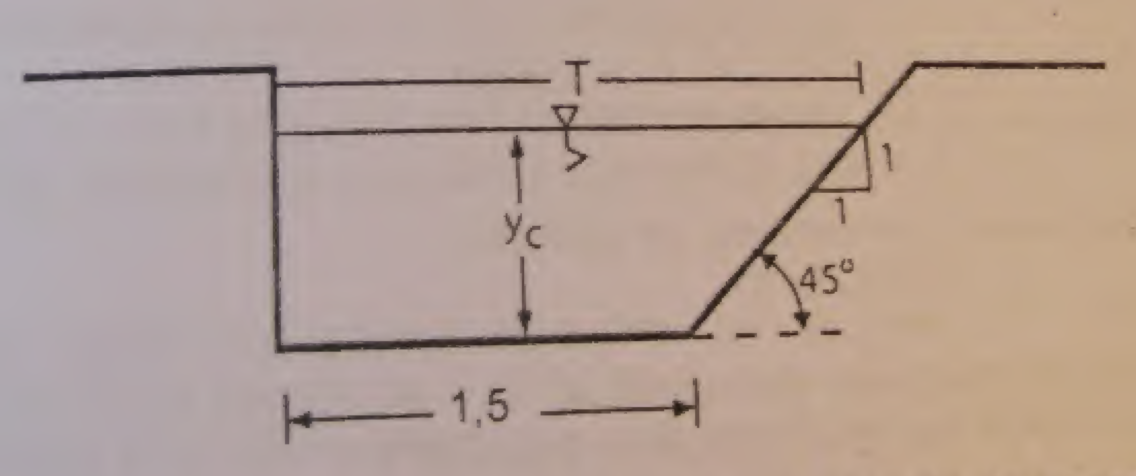


Figura 253. Sección transversal del canal

Solución

Datos:
$n = 0.015$
$Q = 2\ m^3/s$

Se pide:
a. *S*
b. *Si n>0.015 cuál es el tipo de flujo con la misma S*



1. Si el caudal se produce con el mínimo contenido de energía, se trata de las condiciones del flujo critico.

2. De la tabla 2.1 del MPPDC, se tienen las ecuaciones:

$$T = b + (Z_1 + Z_2)y$$

$$T_c = 1.5 + (0 + 1)y_c$$

$$T_c = 1.5 + y_c \quad \dots (1)$$

$$A=\left(b+\frac{Z_1+Z_2}{2}y\right)y$$

$$A_c=\left(1.5+\frac{1}{2}y_c\right)y_c$$

$$A_c=1.5y_c+0.5y_c^{\,2}$$

$$A_c=0.5\left(3y_c+y_c^{\,2}\right)\ \ldots\ (2)$$

3. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g}=\frac{A_c^{\,3}}{T_c}$$

4. Sustituyendo valores, se tiene:

$$\frac{4}{9.81}=\frac{0.5^3\left(3y_c+y_c^2\right)^3}{1.5+y_c}$$

$$f(y_c)=\frac{\left(3y_c+y_c^2\right)^3}{1.5+y_c}=3.2620$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_c = 0.53185$ m

5. Sustituyendo en (2), se tiene:

$A_c = 0.5\ (3 \times 0.53185 + 0.53185^2)$

$A_c = 0.9392$ m^2

6. De la misma tabla 2, el perímetro es:

$$p=b+\left(\sqrt{1+Z_1^{\,2}}+\sqrt{1+Z_2^{\,2}}\right)y_c$$

$$p_c=1.5+\left(1+\sqrt{2}\right)y_c$$

$$p_c=1.5+\left(1+\sqrt{2}\right)\times 0.53185$$

$p_c = 2.7840$ m

7. De la ecuación de Manning se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \left[\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}}\right]^2$$

$$S = \left[\frac{2 \times 0.015 \times 2.7840^{\frac{2}{3}}}{0.9392^{\frac{5}{3}}}\right]^2$$

$S = 0.0043$

$\therefore\ S = 4.3$ ‰

Esta pendiente produce un flujo crítico uniforme.

8. Con $S = 4.3$ ‰ y con una rugosidad mayor, de la ecuación de Manning, se tendrá $y > y_c$, por lo cual el flujo será subcrítico.

53. Un canal trapezoidal, revestido de concreto (n = 0,014), conduce un caudal de 2 m^3/s. Si el ancho de solera es 1,5 m y el talud Z = 1,5, calcular para qué pendiente se establecerá un movimiento uniforme con el mínimo contenido de energía.

Solución

Datos:

$n = 0{,}014$

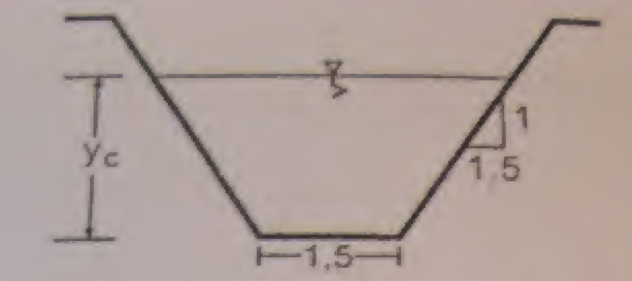
$Q = 2$ m^3/s

$b = 1.5$ m

$Z = 1$

Se pide:

$S = ?$



1. Las condiciones de de un flujo uniforme con la energía específica mínima imponen un flujo crítico.

2. De la relación de T y A para una sección trapezoidal, se tiene:

$$T = b + 2Zy$$
$$T_c = 1.5 + 2 \times 1.5\, y_c$$
$$T_c = 1.5 + 3\, y_c \quad \ldots (1)$$

$$A = (b + Zy)\, y$$
$$A_c = (1.5 + 1.5\, y_c)\, y_c$$
$$A_c = 1.5\, (y_c + y_c^2) \quad \ldots (2)$$

3. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^{\ 3}}{T_c} \quad \ldots (3)$$

4. Sustituyendo valores en (3), resulta:

$$\frac{4}{9.81} = \frac{1.5^3\left(y_c + y_c^2\right)^3}{1.5 + 3y_c}$$

$$f(y_c) = \frac{\left(y_c + y_c^2\right)^3}{1.5 + 3y_c} = 0.1208$$

5. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$y_c = 0.4787 \text{ m}$$

6. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$A_c = 1.5\ (0.4787 + 0.4787^2)$
$A_c = 1.0618\ m^2$

7. De la fórmula de perímetro, se tiene:

$$p = b + \sqrt{1+Z^2}\,y$$

$$p_c = 1.5 + 2\sqrt{1+1.5^2} \times 0.4787$$

$p_c = 3.2260$ m

8. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \left[\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}}\right]^2$$

$$S = \left[\frac{2 \times 0.014 \times 3.2260^{\frac{2}{3}}}{1.0618^{\frac{5}{3}}}\right]^2$$

$S = 0.0031$

$\therefore\ S = 3.1$ ‰

54. Trazar las curvas de energía específica para un canal trapezoidal de 2 m de ancho de solera, talud Z = 1,5, cuando en él circulan: 3 m^3/s, 6 m^3/s y 9 m^3/s.

Solución

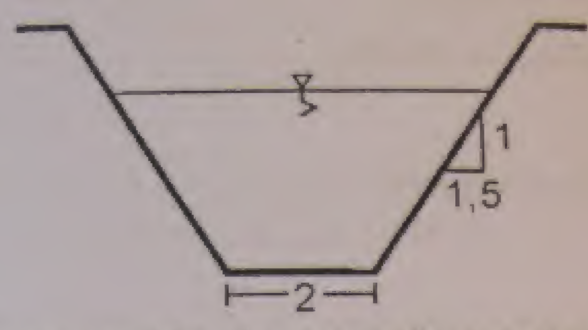
Datos:

$b = 2$ m
$Z = 1,5$

Se pide:

Trazar curvas E

$Q_1 = 3\ m^3/s$
$Q_2 = 6\ m^3/s$
$Q_3 = 9\ m^3/s$



1. De la ecuación de energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad \ldots (1)$$

donde:

$$A = (b + Zy)y$$

$$A = (2 + 1.5y)y$$

$$A = 2y + 1.5y^2 \quad \ldots (2)$$

2. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$E = y + \frac{Q^2}{19.62(2y + 1.5y^2)^2} \quad \ldots (3)$$

Para Q = 3 m³/s, de (3) se tiene:

$$E = y + \frac{9}{19.62(2y + 1.5y^2)^2}$$

$$E = y + \frac{0.4587}{(2y + 1.5y^2)^2} \quad \ldots (4)$$

Para $Q = 6\ m^3/s$, de (3) se tiene:

$$E = y + \frac{1.8349}{\left(2y + 1.5y^2\right)^2} \quad \ldots (5)$$

Para $Q = 9\ m^3/s$, de (3) se tiene:

$$E = y + \frac{4.1284}{\left(2y + 1.5y^2\right)^2} \quad \ldots (6)$$

3. Para diferentes valores de *y*, de la ecuaciones (4), (5) y (6), se obtiene la tabla 1. Los valores de *y* se han elegido para cada ecuación, de manera que se muestre valores de la energía especifica mínima y por ende los valores de los tirantes crítico, los cuales están señalados con el signo **Δ**.

Tabla 1. Valores de *y* vs *E* para:

Ecuación (4)			Ecuación (5)			Ecuación (6)		
y	E1		y	E2		y	E3	
1.032	1.0683		1.292	1.3629		1.5	1.6016	
0.932	0.9804		1.192	1.2820		1.4	1.5253	
0.832	0.8982		1.092	1.2083		1.3	1.4566	
0.732	0.8256		0.992	1.1453		1.2	1.3985	
0.632	0.7700		0.892	1.0990		1.1	1.3561	
0.532	0.7471	Δ	0.792	1.0798	Δ	1.0	1.3370	Δ
0.432	0.7943		0.692	1.1072		0.9	1.3542	
0.332	1.0170		0.592	1.2197		0.8	1.4299	
0.232	1.8088		0.492	1.5031		0.7	1.6057	
0.132	5.6472		0.392	2.1748		0.6	1.9636	
			0.292	3.9126		0.5	2.6836	

4. Graficando los valores de la tabla 1, se obtiene la figura 26.

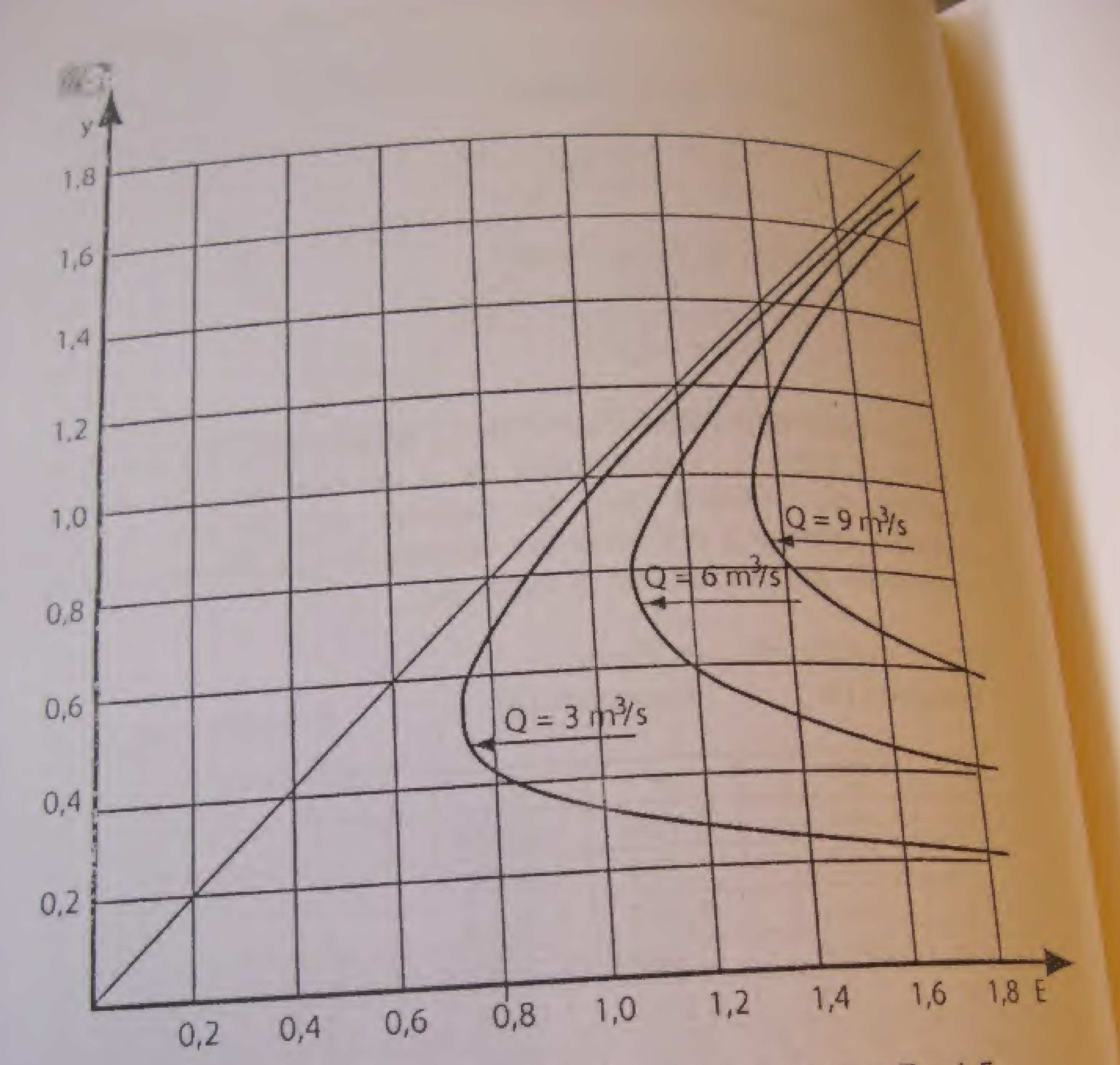


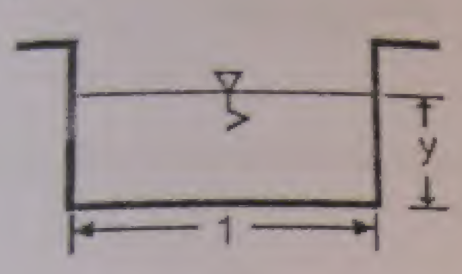
Figura 26. Curvas de *E vs y* para $b = 2$ m y $Z = 1.5$

55. En un canal rectangular de 1 m de ancho de solera, circula un caudal de 0,40 m^3/s. Indicar cuáles son los valores de los tirantes alternos para que la energía específica sea 0,5326 m · kg / kg.

Solución

Datos:
$Q = 0{,}40\ m^3/s$
$E = 0{,}5326$ m - kg / kg
Canal rectangular
$b = 1$ m

Se pide:
Tirantes alternos y_1, y_2



1. De la ecuación de energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad \dots (1)$$

donde:
$A = by$
$A = y$

2. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$0.5326 = y + \frac{0.16}{19.62y^2}$$

$$y + \frac{0.008155}{y^2} = 0.5326$$

3. Resolviendo por tanteos, las soluciones positivas que se obtiene, son:

$y1 = 0.145$ m (produce flujo supercrítico)
$y2 = 0.50$ m (produce flujo subcrítico)

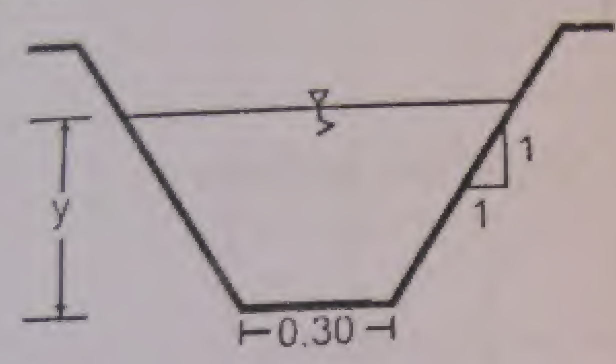
56. En un canal trapezoidal que tiene un ancho de solera de 0,30 m y paredes con una pendiente de 1 sobre 1, el caudal es 0,8

m³/s. Cuando la velocidad es 2 m/s, indicar si el flujo es subcrítico o supercrítico.

Solución

Datos:
$b = 0.30$ m
$Z = 1$
$Q = 0.8$ m³/s
$v = 2$ m/s

Se pide:
Tipo de flujo



1. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$A = \frac{Q}{v}$$

$$A = \frac{0.8}{2}$$

$$A = 0.4 \text{ m}^2$$

2. De la fórmula del área hidráulica, se tiene:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$
$$A = (0.3 + y)\,y = 0.4$$
$$y^2 + 0.3y - 0.4 = 0$$

3. Aplicando la fórmula para encontrar las raíces de la ecuación de 2º grado se tiene:

$$y = \frac{-0.3 \pm \sqrt{0.3^2 - 4(-0.4)}}{2}$$

4. Tomando la solución positiva, se tiene:

$y = 0.5$ m

5. De la fórmula del espejo de agua, se tiene:

$T = b + 2Zy$

$T = 0.3 + 2 \times 0.5$

$T = 1.3$ m

6. De la ecuación para el cálculo del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

$$F = \frac{2}{\sqrt{9.81 \times \frac{0.4}{1.3}}}$$

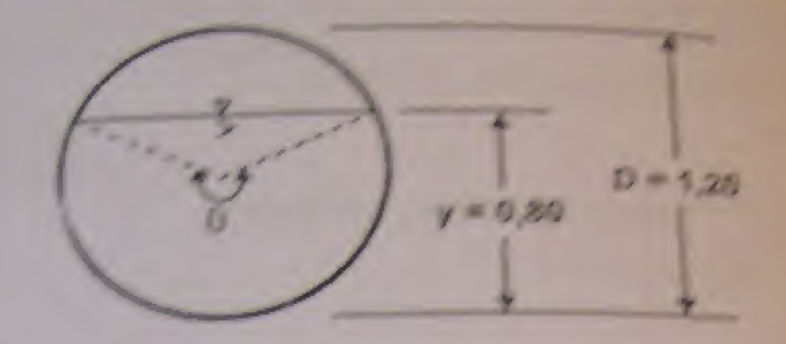
$F = 1.1512$

$\therefore$ Por ser $F > 1$ el flujo es supercrítico.

57. Una alcantarilla circular de 1,20 m de diámetro y coeficiente de rugosidad $n = 0{,}014$, conduce un caudal de 0,8 m^3/s. Si el tirante es 0,80 m, indicar el tipo de flujo y la pendiente de fondo.

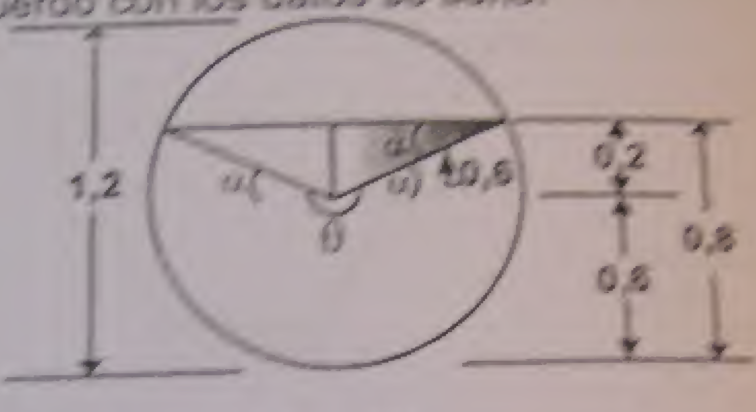
Solución

Datos:	Se pide:
$D = 1.20$ m $n = 0.014$ $Q = 0.8\ m^3/s$ $y = 0{,}8$ m	Tipo de flujo y pendiente



1. Cálculo de θ

De acuerdo con los datos se tiene:



$$\theta = 2\alpha - 180° \quad \dots (1)$$

Para el triángulo: 0,2 α 0,6

se tiene:

$$sen\alpha = \frac{0.2}{0.6}$$

$$sen\alpha = \frac{1}{3}$$

$$\alpha = 19.4712° \quad \dots (2)$$

Sustituyendo (2) en (1), se tiene:

$$\theta = 2 \times 19.4712° + 180°$$

$$\theta = 218.9424° = 3.8213 \text{ rad}$$

2. Cálculo de A, *T* y p

De la tabla 1 del MPPDC, se tiene:

$$A = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta)D^2$$

$$A = \frac{1}{8}(3.8213 - sen218.9424^{o}) \times 1.2^2$$

$A = 0.8010$ m^2 ... (3)

$$T = 2\sqrt{y(D - y)}$$

$$T = 2\sqrt{0.8(1.2 - 0.8)}$$

$T = 1.1314$ m ... (4)

$$p = \frac{1}{2}\theta D$$

$$p = \frac{1}{2} \times 3.8213 \times 1.2$$

$p = 2.2928$ m

3. Cálculo de v
De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{0.8}{0.8010}$$

$v = 0.9988$ m/s

4. Cálculo de F
De la ecuación para el número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

luego:

$$F = \frac{0.9988}{\sqrt{9.81 \times \frac{0.8010}{1.1314}}}$$

$F = 0.3790$

$\therefore$ Por ser $F < 1$ el flujo es

5. Cálculo de S

De la ecuación de Manning, se

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$S = \left[\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}} \right]^2$$

$$S = \left[\frac{0.8 \times 0.014 \times 2.2928^{\frac{2}{3}}}{0.8010^{\frac{5}{3}}} \right]^2$$

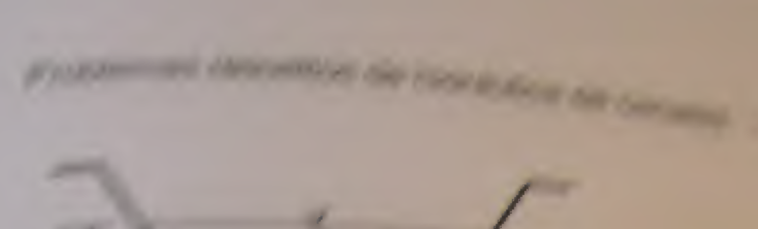
$S = 0.0008$

$\therefore S = 0.8\ ^{0}/_{00}$

58. Calcular y trazar la curva $Q = f(y)$ para un canal trapezoidal de ancho de solera b = 0,75 m, talud Z = 1, para una energía específica de 0,40 m - kg / kg.

Solución

Datos:	*Se pide:*
b = 0.75 m	*Trazar curva Q = f (y)*
Z = 1	
E = 0,40 m - kg / kg	



1. De la ecuación del área hidráulica, se tiene:

$$A = (b + Z\,y)\,y$$

$$A = (0.75 + y)\,y$$

$$A = 0.75\,y + y^2$$

2. De la ecuación de la energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$Q^2 = 2gA^2\,(E - y)$$

$$Q = \sqrt{19.62\,(E - y)}\,A \quad \ldots (2)$$

3. Sustituyendo valores en (2), resulta:

$$Q = \sqrt{19.62\,(0.40 - y)}\,(0.75\,y + y^2)$$

$$f(y) = Q = \sqrt{7.848 - 19.62\,y}\,(0.75\,y + y^2)$$

4. Dando valores a y, se obtiene la tabla 2.

Tabla 2. Relación entre y y Q para E constante

y	Q(y)
0	0
0.05	0.1048

0.15	0.2990
0.20	0.3764
0.25	0.4289
0.30	0.4412
0.35	0.3813
0.40	0

5. Ploteando Q vrs y se obtiene la figura 27, en ella se observa que el valor de $Q_{máx}$ corresponde al y_c.

Esta figura resulta muy útil para el diseño de un vertedero lateral, utilizando el método gráfico desarrollado por G de Marchi, el mismo que se explica en el libro *Diseño de estructuras hidráulicas*, desarrollado por el autor.

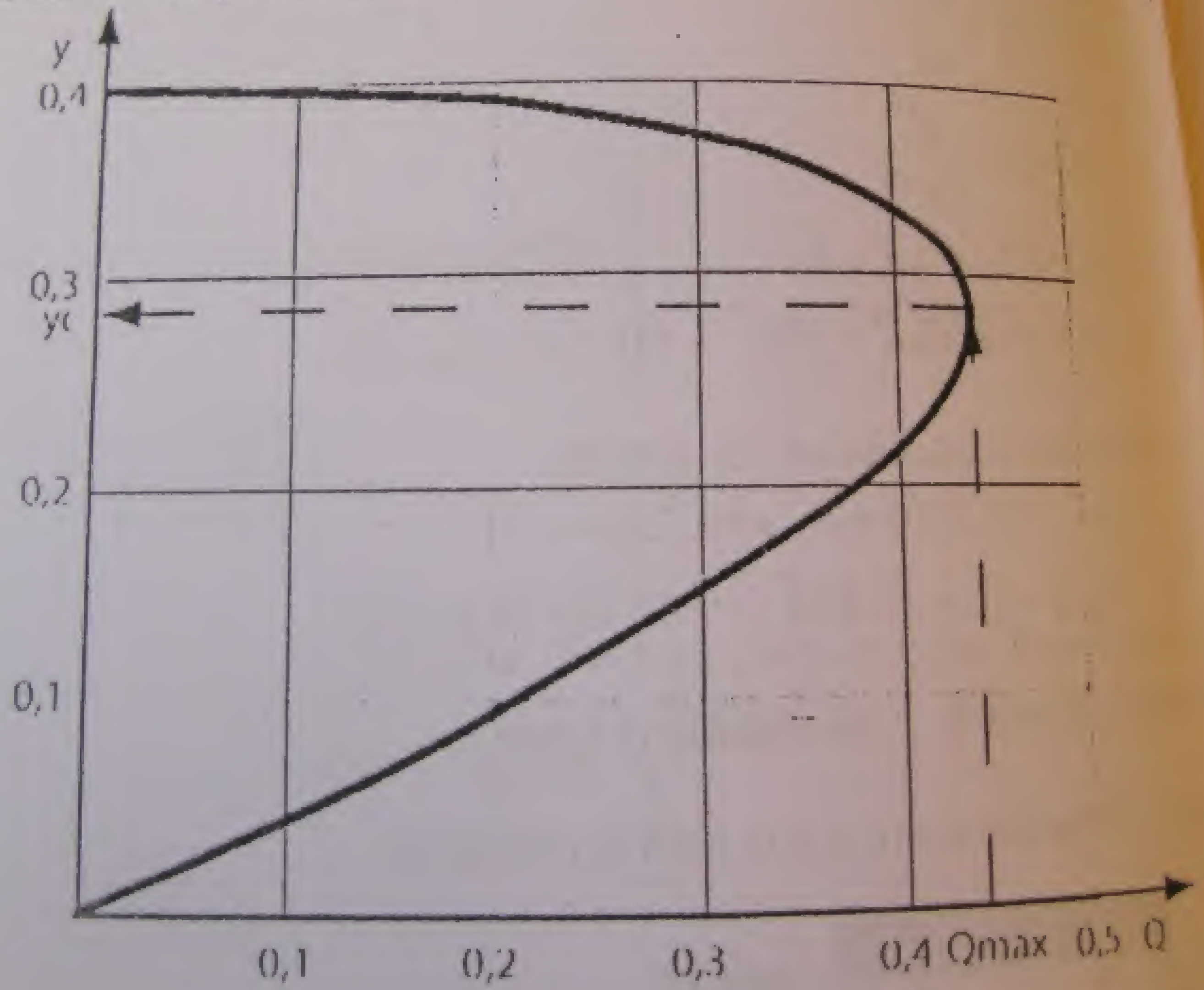


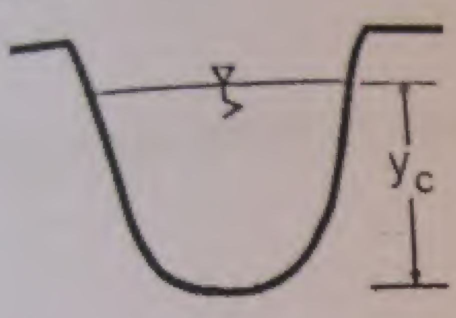
Figura 27. Grafica Q vrs y para una energía constante

59. Hallar la relación entre el tirante crítico y la energía específica mínima en un canal de sección parabólica.

Solución

Datos:
Sección parabólica
Flujo crítico

Se pide:
Relación entre y_c y Emin



1. De la ecuación general para el flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

$$\frac{Q^2}{gA_c^2} = \frac{A_c}{T_c}$$

$$\frac{v^2}{g} = \frac{A_c}{T_c} \quad \dots (1)$$

2. De al tabla 1 del MPPDC, el área para una sección parabólica, se expresa como:

$$A = \frac{2}{3}Ty$$

para las condiciones críticas, se tiene:

$$A = \frac{2}{3}T_c y_c \quad \dots (2)$$

3. Sustituyendo (2) en (1), se obtiene:

$$\frac{v^2}{g} = \frac{\frac{2}{3} T_c y_c}{T_c}$$

$$\frac{v^2}{g} = \frac{2y_c}{3} \quad \ldots (3)$$

4. De la ecuación de la energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

Cuando la energía específica es mínima se tienen las condiciones críticas, es decir:

$$E_{min} = y_c + \frac{v_c^2}{2g} \quad \ldots (4)$$

5. Sustituyendo (3) en (4), se obtiene:

$$E_{min} = y_c + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} y_c$$

$$E_{min} = \frac{4}{3} y_c$$

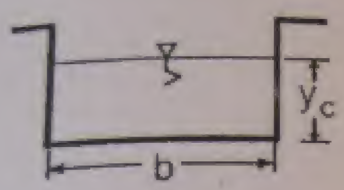
$$\therefore \; y_c = \frac{3}{4} E_{min}$$

60. Hallar la relación entre el tirante y el ancho de solera en un canal rectangular que conduce un flujo crítico con el mínimo perímetro.

Solución

Datos:
Flujo crítico
Perímetro mínimo

Se pide:
Relación entre y_c y b



1. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

donde:

$$A_c = by$$
$$T_c = b$$

luego:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 y_c^3}{b}$$

$$\frac{Q^2}{g} = b^2 y_c^3 \quad \dots (1)$$

$$b = \frac{Q}{\sqrt{g}} y_c^{-\frac{3}{2}} \quad \dots (2)$$

2. De la formula del perímetro, se tiene:

$$p = b + 2y \quad \dots (3)$$

3. Sustítuyendo (2) en (3) resulta:

$$p = \frac{Q}{\sqrt{g}} y_c^{-\frac{3}{2}} + 2y_c \quad \dots (4)$$

4. Por condición, el perímetro es mínimo, por lo cual se cumple que:

$$\frac{dp}{dy} = 0$$

Derivando la ecuación (4), se tiene:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}}\left(-\frac{3}{2}\right)y_c^{-\frac{5}{2}} + 2 = 0$$

$$\frac{3}{2}\frac{Q}{\sqrt{g}}\frac{1}{y_c^{\frac{5}{2}}} = 2$$

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = \frac{4}{3}y_c^{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{16}{9}y_c^5 \quad \ldots (5)$$

5. *Sustituyendo (1) en (5), se tiene:*

$$b^2 y_c^3 = \frac{16}{9}y_c^5$$

$$b^2 = \frac{16}{9}y_c^2$$

$$\therefore\ y_c = \frac{3}{4}b$$

61. Calcular en función de Q el ancho de solera b de un canal triangular como el mostrado en la figura 28, si se diseña de tal forma que la profundidad crítica sea $y_c = b/3$.

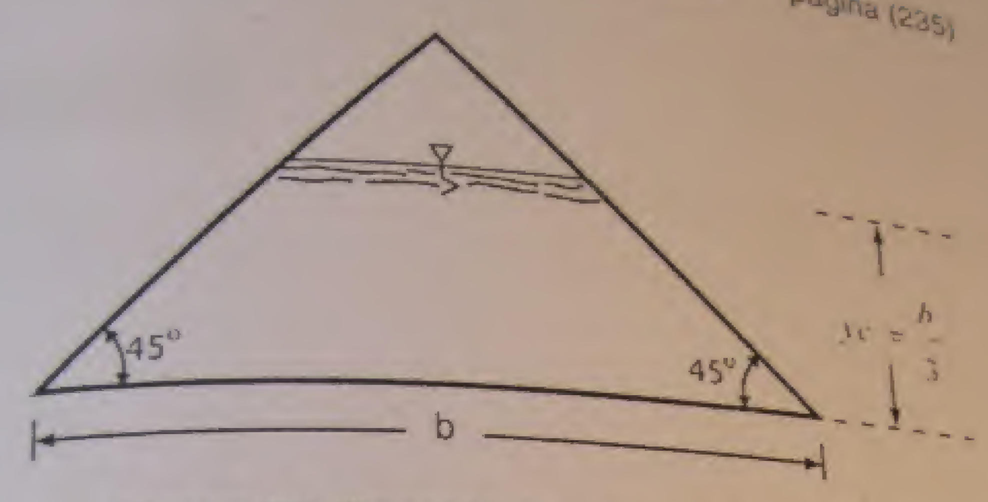


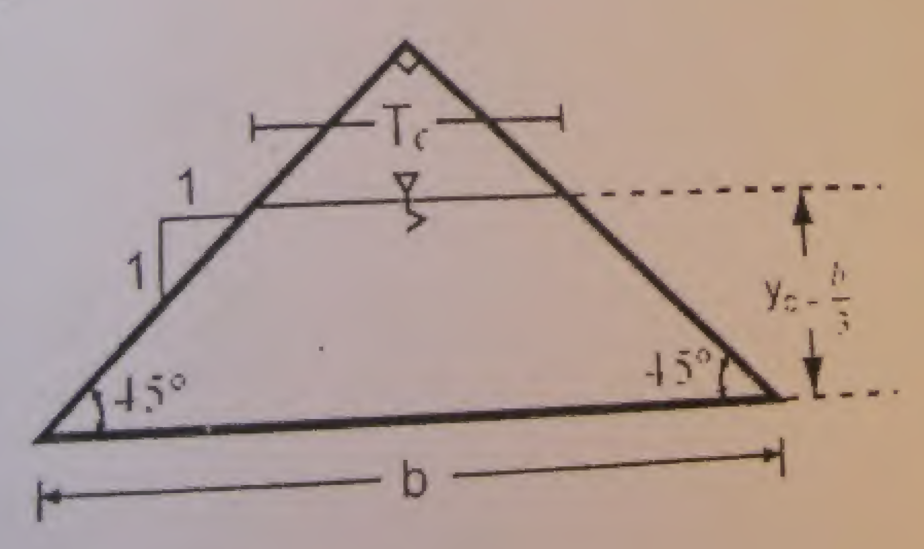
Figura 28. Sección transversal triangular

Solución

Datos:
Flujo crítico

$$y_c = \frac{b}{3}$$

Se pide:
$b = f(Q)$



1. De la figura se tiene:

$$b = T_c + 2 \times 1 \times \frac{b}{3}$$

$$T_c = b - \frac{2}{3} b$$

$$T_c = \frac{b}{3} \quad \ldots (1)$$

2. El área crítica se calcula como:

$$A = (b + Zy)y$$

$$A_c = \left[\frac{b}{3} + \frac{b}{3}\right] \times \frac{b}{3}$$

$$A_c = \frac{2b^2}{9} \quad \ldots (2)$$

3. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

4. Sustituyendo valores conocidos, resulta:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{\frac{2^3}{3^6} b^6}{\frac{b}{3}}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{2^3}{3^5} b^5$$

$$\therefore b = 3\sqrt[5]{\frac{Q^2}{8g}}$$

62. Demostrar que en un canal rectangular se cumple entre los tirantes alternos y_1 y y_2, y el tirante crítico y_c la siguiente relación:

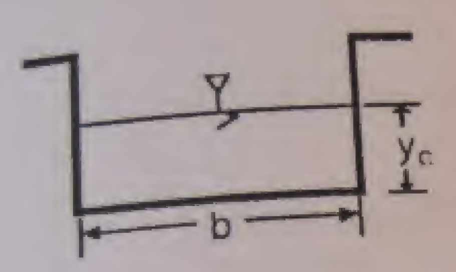
$$\frac{2y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2} = y_c^3$$

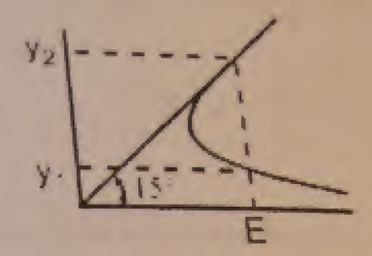
Demostración

Datos:
Canal rectangular
Tirantes alternos y y_c

Se pide:

Demostrar: $\frac{2y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2} = y_c^3$





1. Los tirantes alternos o correspondientes son aquellos que producen la misma energía específica, es decir:

$$E = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2}$$

pero:

$$\frac{Q^2}{A^2} = \frac{Q^2}{b^2 y^2} = \frac{q^2}{y^2}$$

luego:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}$$

$$y_1 - y_2 = \frac{q^2}{2gy_2^2} - \frac{q^2}{2gy_1^2}$$

$$y_1 - y_2 = \frac{q^2}{2g}\left(\frac{1}{y_2^2} - \frac{1}{y_1^2}\right)$$

$$y_1 - y_2 = \frac{q^2}{2g}\left(\frac{y_1^2 - y_2^2}{y_1^2 y_2^2}\right)$$

$$y_1 - y_2 = \frac{q^2}{2g}\frac{(y_1 - y_2)(y_1 + y_2)}{y_1^2 y_2^2}$$

$$\frac{q^2}{g} = \frac{2y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2} \quad \ldots (1)$$

2. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

donde:

$$A_c = b\, y_c$$

$$T_c = b$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 y_c^3}{b}$$

$$\frac{Q^2}{g} = b^2 y_c^3$$

$$\frac{Q^2}{gb^2} = y_c^3$$

$$\frac{q^2}{g} = y_c^3 \quad \ldots (2)$$

3. Sustituyendo (1) en (2), se obtiene:

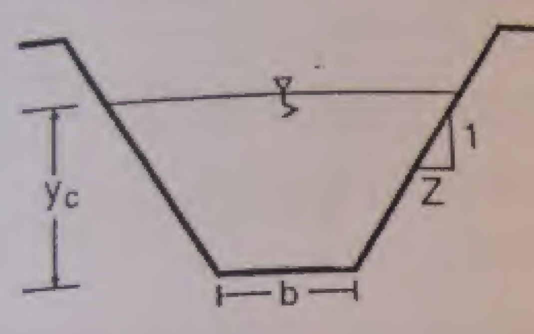
$$\frac{2y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2} = y_c^3 \quad \text{L.Q.Q.D}//$$

63. Hallar la relación entre el tirante crítico y la energía específica mínima en un canal de sección trapezoidal, para un ancho de solera *b* y un talud Z.

Solución

Datos:
Canal trapezoidal

Se pide:
Relación entre y_c y Emin



1. Si la energía específica es mínima se produce el flujo crítico, por lo cual:

$$E_{\min} = y_c + \frac{v_c^2}{2g}$$

$$E_{\min} = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2} \quad \ldots (1)$$

2. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

$$\frac{Q^2}{gA_c^2} = \frac{A_c}{T_c} \quad \ldots (2)$$

3. Sustituyendo (2) en (1), se tiene:

$$E_{\min} = y_c + \frac{1}{2}\frac{A_c}{T_c}$$

pero:

$$A = (b + Zy)y = by + Zy^2$$
$$A_c = by_c + Zy_c^2$$
$$T_c = b + 2Zy_c$$

luego:

$$E_{min} = y_c + \frac{by_c + Zy_c^2}{2(b + 2Zy_c)}$$

Efectuando:

$$2E_{min}(b + 2Zy_c) = 2y_c(b + 2Zy_c) + (by_c + Zy_c^2)$$
$$2bE_{min} + 4ZE_{min}y_c = 2by_c + 4Zy_c^2 + by_c + Zy_c^2$$
$$5Zy_c^2 + 3by_c - 4ZE_{min}y_c - 2bE_{min} = 0$$
$$5Zy_c^2 + (3b - 4ZE_{min})y_c - 2bE_{min} = 0$$

4. Aplicando la fórmula para obtener las raíces de una ecuación de 2º grado, se obtiene:

$$y_c = \frac{-(3b - 4ZE_{min}) \pm \sqrt{(3b - 4ZE_{min})^2 - 4(5Z)(-2bE_{min})}}{2(5Z)}$$

$$y_c = \frac{4ZE_{min} - 3b \pm \sqrt{9b^2 - 24bZE_{min} + 16Z^2E_{min}^2 + 40bZE_{min}}}{10Z}$$

5. Tomando la solución positiva, se tiene:

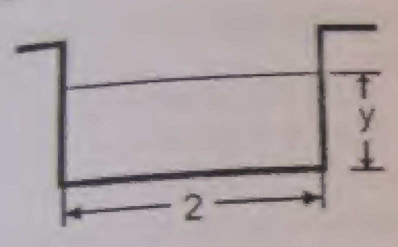
$$\therefore\ y_c = \frac{4ZE_{min} - 3b + \sqrt{16Z^2E_{min}^2 + 16bZE_{min} + 9b^2}}{10Z}$$

64. Las condiciones de flujo aguas abajo de una cierta sección de un canal rectangular, imponen que escurra un caudal de 5 m^3/s con una energía específica de 1,5636 m-kg/kg.
Si el canal tiene un ancho de solera b = 2 m, ¿a cuánto debe reducirse dicho ancho para que se produzca un cambio de régimen?

Solución

Datos:
Canal rectangular
$Q = 5\ m^3/s$
$E = 1.5636$ m-kg/kg
$b = 2$ m

Se pide:
Nuevo b, para producir cambio de régimen



1. De la ecuación de la energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{v^2}{2g} \quad \text{... (1)}$$

donde, por la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$A = 2y$$

luego:

$$v = \frac{5}{2y}$$

$$v = \frac{2.5}{y} \quad \text{... (2)}$$

2. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$1.5636 = y + \frac{6.25}{19.62y^2}$$

$$y + \frac{0.31855}{y^2} = 1.5636 \quad \ldots (3)$$

3. Resolviendo por tanteos la ecuación (3), las soluciones pos
que se obtienen, son:

$y_1 = 0.5647$ produce flujo supercrítico.
$y_2 = 1.4014$ produce flujo subcrítico.

4. Para que se produzca un cambio de régimen, este debe ser
crítico, por lo que su ecuación general es:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

donde:

$$A_c = b\, y_c$$

$$T_c = b$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 y_c^3}{b}$$

$$\frac{Q^2}{g} = b^2 y_c^3$$

$$b = \frac{Q}{y_c}\sqrt{\frac{1}{g y_c}} \quad \ldots (4)$$

5. Del MPPDC, para una sección rectangular, para el flujo crítico se tiene:

$$y_c = \frac{2}{3} E_{min}$$

$$y_c = \frac{2}{3} \times 1.5636$$

$$y_c = 1.0424 \text{ m} \quad \ldots (5)$$

6. Sustituyendo valores en (4), se obtiene:

$$b = \frac{5}{1.0424\sqrt{9.81\times 1.0424}} = 1.5$$

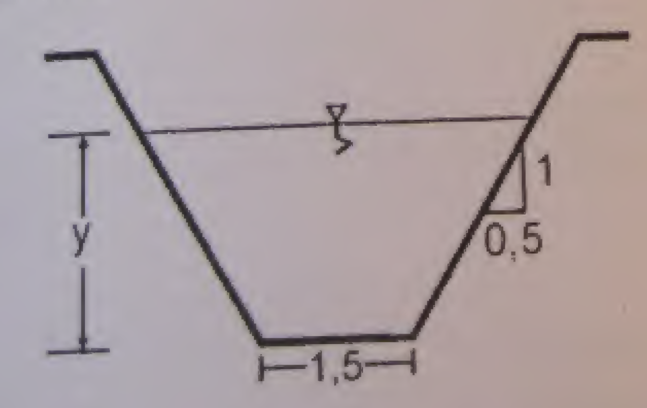
$\therefore$ Se debe reducir a: $b = 1.5$ m

65. En un canal trapezoidal de ancho de solera $b = 1{,}5$ m, talud $Z = 0{,}5$, pendiente $S = 0{,}001$. coeficiente de rugosidad $n = 0{,}014$, se transporta un caudal $Q = 3\ m^3/s$.
Calcular:
   a. El tirante normal.
   b. La energía específica correspondiente al flujo uniforme.
   c. El caudal máximo que podría ser transportado con la energía calculada en (*b*).

Solución

Datos:
$b = 1.5\ m$
$Z = 0.5$
$S = 0.001$
$n = 0.014 y_n$
$Q = 3\ m^3/s$

Se pide:
a. y_n
b. *Energía correspondiente a yn*
c. *Q máx para Econstante*



1. De las ecuaciones del área y el perímetro, se tiene:

$$A = (b + Z\,y)y$$
$$A = (1.5 + 0.5\,y)\,y$$
$$A = 1.5\,y + 0.5\,y^2 \quad \dots (1)$$

$$p = b + 2\sqrt{1+Z^2}\,y$$

$$p = 1.5 + 2\sqrt{1+0.5^2}\,y$$

$$p = 1.5 + 2.2361\,y$$

2. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

3. Sustituyendo valores, se tiene:

$$\frac{\left(1.5y + 0.5y^2\right)^5}{(1.5 + 2.2361y)^2} = \left(\frac{3 \times 0.014}{0.0001^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{\left(1.5y + 0.5y^2\right)^5}{(1.5 + 2.2361y)^2} = 2.3429$$

4. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y = 1.0043$ m (tirante normal)

$\therefore\ y_n = 1.0043$ m

5. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$A = 1.5 \times 1.0043 + 0.5 \times 1.0043^2$

$A = 2.0108$ m^2

6. de la ecuación de energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad \dots (2)$$

7. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$E = 1.0043 + \frac{9}{19.62 \times 2.0108^2}$$

$$E = 1.1178\, m - kg / kg$$

8. Hay tres maneras de deducir la ecuación general del flujo critico

- Energía específica mínima para una caudal constante:

$$E_{min} = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c} \quad \dots (3)$$

- Caudal máximo para una energía específica constante:

$$Q_{max} = \sqrt{2g}\, A_c (E - y_c)^{\frac{1}{2}} \quad \dots (4)$$

- Fuerza específica mínima para un caudal constante:

$$F\min = \frac{Q^2}{gA_c} + \bar{y}_{CG} A_c \quad \dots (5)$$

9. De (3) y (4) se observa que se tendrá el mismo y_c, si Q es constante y *E* es mínima, ó *E* es constante y Q es máximo.

10. De la tabla 3.1 del MPPDC, para una sección trapezoidal se cumple:

$$y_c = \frac{4T}{5T + b} E_{min} \quad \dots (6)$$

donde:

$$T = b + 2Zy \quad \dots (7)$$

$$E_{min} = E$$

luego de (6), se tiene:

$$y_c (5T + b) = 4TE_{min}$$

$$y_c[5(b+2Zy_c)+b]=4(b+2Zy_c)E_{min}$$
$$6by_c+10Zy_c^{\,2}=4bE_{min}+8ZE_{min}y_c$$
$$10Zy_c^{\,2}+(6b-8ZE_{min})y_c-4bE_{min}=0 \quad \ldots (8)$$

11. Sustituyendo valores conocidos en (8), se tiene:

$$10\times0.5y_c^{\,2}+(6\times1.5-8\times0.5\times1.1178)y_c-4\times1.5\times1.1178\ldots$$
$$5y_c^{\,2}+4.5288y_c-6.7068=0$$
$$y_c=\frac{-4.5288\pm\sqrt{4.5288^2-4\times5(-6.7068)}}{2\times5}$$

12. Tomando la solución positiva que es le que tiene un significado físico, se obtiene:

$y_c = 0.7907$ m

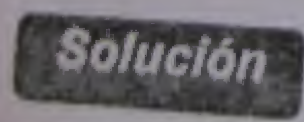
13. De la fórmula del área hidráulica, se tiene:

$A_c = (b + Zy_c)\, y_c$
$A_c = (1.5 + 0.5 \times 0.7907) \times 0.7907$
$A_c = 1.4986$ m^2

14. Sustituyendo valores en (4), resulta:

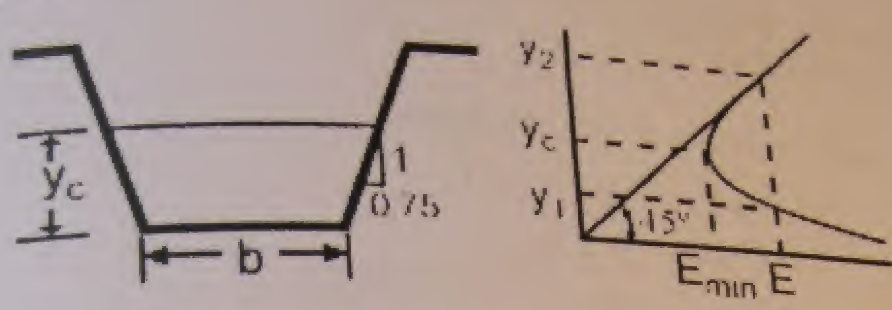
$$Q_{max}=\sqrt{19.62}\times1.4986(1.1178-0.7907)^{\frac{1}{2}}$$
$Q_{max} = 3.7965$ m^3/s

66. En un canal trapezoidal de talud Z = 0,75, que conduce un caudal de 1 m^3/s, para una determinada energía específica se tienen los tirantes alternos de 1,2 m y 0,23405 m. Indicar cuál es el tirante crítico.



Datos:
$Z = 0.75$
$Q = 1\ m^3/s$
$y_1 = 0.23405$ m
$y_2 = 1.2$ m

Se pide:
$y_c = ?$



1. Para los tirantes alternos y_1, y_2, se cumple:

$E_1 = E_2$

$$y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} \quad \ldots (1)$$

siendo:

$$A = (b + Zy)y = (b + 0.75y)y = by + 0.75y^2 \quad \ldots (2)$$

2. Sustituyendo en (1) los valores de y, y los de A de acuerdo a (2), se tiene:

$$0.23405 + \frac{1}{19.62(0.23405b + 0.75 \times 0.23405^2)^2} = 1.2 + \frac{1}{19.62(1.2b + 0.75 \times 1.2^2)^2}$$

$$\frac{1}{19.62}\left[\frac{1}{(0.23405b + 0.0411)^2} - \frac{1}{(1.2b + 1.0800)^2}\right] = 1.2 - 0.23405$$

$$\frac{1}{(0.23405b + 0.0411)^2} - \frac{1}{(1.2b + 1.0800)^2} = 18.9519$$

3. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$b = 0.7997$ m

4. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad \dots (3)$$

donde:

$$A_c = (b + Z\,y_c)\,y_c = b\,y_c + Z\,y_c^2$$
$$T_c = b + 2Z\,y_c$$

5. Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$\frac{1}{9.81} = \frac{\left(0.7997y_c + 0.75y_c^2\right)^3}{0.7997 + 2\times 0.75y_c}$$

$$\frac{\left(0.7997y_c + 0.75y_c^2\right)^3}{0.7997 + 1.5y_c} = 0.1019$$

6. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_c = 0.4612$ m

67. Por la aplicación de la cantidad de movimiento, determinar el tirante que se presenta en la sección final de un canal rectangular horizontal, a partir de la cual se inicia una caída libre, ver figura 29. Suponer para ello que en dicha sección la presión en el fondo es cero y que la sección crítica se presenta a una distancia *x* hacia aguas arriba.

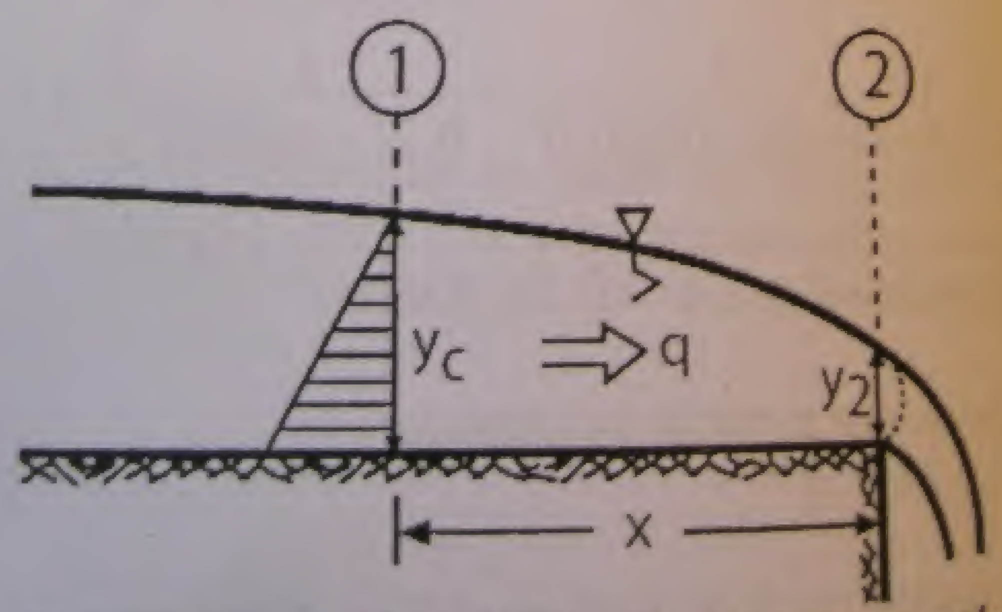
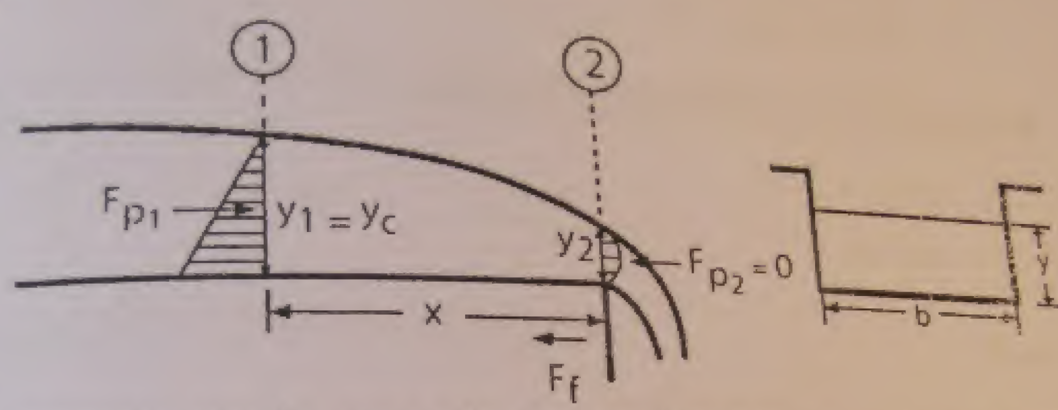


Figura 29. Perfil longitudinal de un canal

Solución

Datos:
$F_{p2} = 0$
$y_c = y_1$

Se pide:
y_2 en función de y_c



1. De acuerdo con la segunda ley de Newton: *la suma de las fuerzas exteriores es igual al cambio de la cantidad de movimiento*, aplicando este principio a las secciones ① y ② del canal, se tiene:

$$\delta Q(\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) = F_{p1} - F_{p2} + W sen\alpha - F_f \quad \dots (1)$$

la cual es conocida como la ecuación de la cantidad de movimiento o momentum, donde:

$\delta Q(\beta_2 v_2 - \beta_1 v_1) =$ variación de la cantidad de movimiento entre las secciones ① y ②

F_{p1}, F_{p2} = fuerzas de presión
W = peso del fluido
F_f = fuerza externa de resistencia que se opone al movimiento
β = coeficiente de Boussinesq
δ = densidad de fluido
Q = caudal
v = velocidad

2. Haciendo algunas simplificaciones, se tiene:

$$\beta \approx 1$$

$$F_{p2} = 0$$

$$W\ sen\alpha = 0$$

$$F_f = 0$$

$$F_p = \gamma \cdot \bar{y}_{CG} \cdot A$$

para una sección rectangular, se tiene:

$$\bar{y}_{CG} = \frac{1}{2} \cdot y$$

$$A = b \cdot y$$

Luego:

$$y_{CG} = \frac{1}{2} y\, b\, y = \frac{1}{2} b y^2$$

$$\delta = \frac{\gamma}{g}$$

3. Con estas simplificaciones de (1), se tiene:

$$\frac{\gamma}{g} \cdot Q(v_2 - v_1) = \gamma \cdot \frac{1}{2} b {y_1}^2$$

$$\frac{\gamma}{g} Q\left(\frac{Q}{A_2} - \frac{Q}{A_1}\right) = \frac{1}{2} \gamma\, b {y_1}^2$$

$$\frac{Q^2}{g}\left(\frac{1}{b\, y_2} - \frac{1}{b\, y_1}\right) = \frac{1}{2} b {y_1}^2$$

$$\frac{Q^2}{g\, b^2}\left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1}\right) = \frac{1}{2} {y_1}^2$$

$$\frac{q^2}{g}\left(\frac{y_1 - y_2}{y_1 y_2}\right) = \frac{1}{2} y_1^2 \quad \ldots (2)$$

4. En la sección ① ocurre el flujo crítico, por lo cual:

$$y_1 = y_c$$

5. De la ecuación del flujo crítico para una sección rectangular, se cumple:

$$\frac{q^2}{g} = y_c^3 \quad \ldots (3)$$

6. Sustituyendo valores en (2), resulta:

$$y_c^3\left(\frac{y_c - y_2}{y_c\, y_2}\right) = \frac{1}{2} y_c^2$$

$$\frac{y_c - y_2}{y_2} = \frac{1}{2}$$

$$y_c - y_2 = \frac{1}{2} y_2$$

$$y_c = \frac{3}{2} y_2$$

$$\therefore\ y_2 = \frac{2}{3} y_c = 0.667\, y_c$$

68. Una alcantarilla de una carretera está construida según se muestra en la figura 30.

Si en un momento dado conduce un caudal de 2,3637 m^3/s.

a. Indique cuál es el tirante crítico.

b. Indique, para una pendiente del 3,5 ‰, cuál debe ser el coeficiente de rugosidad para que se establezca un flujo crítico normal.

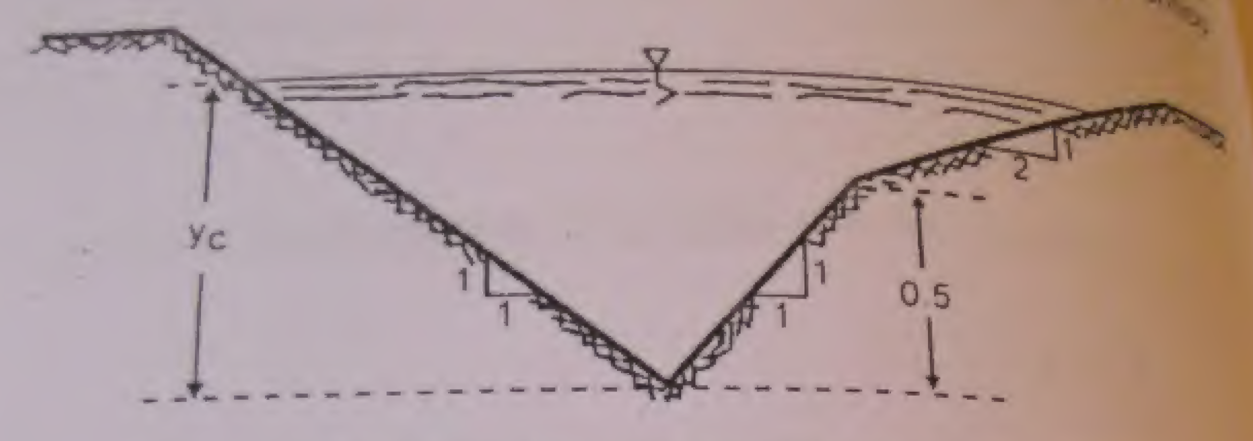


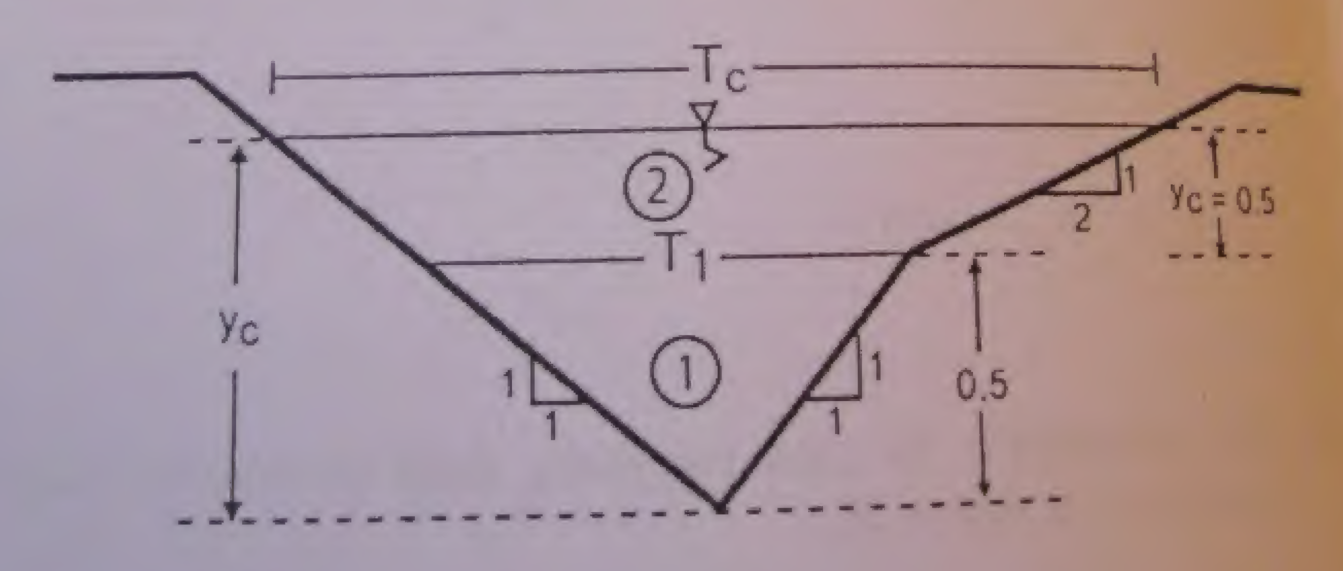
Figura 30. Sección transversal de la alcantarilla

Solución

Datos:
$Q = 2.3637\ m^3/s$
$S = 3.5\ ‰ = 0.0035$

Se pide:
a. $y_c = ?$
b. $n = ?$

1. Descomponiendo la sección transversal en 2 áreas parciales, se tiene:



$$A_1 = Z\, y^2$$
$$A_1 = 1 \times 0.5^2$$

$A_1 = 0.25\ m^2$

$$p_1 = 2\sqrt{1+Z^2}\, y$$
$$p_1 = 2\sqrt{2} \times 0.5$$
$$p_1 = 1.4142m$$

$$T_1 = 2\,Z\,y$$
$$T_1 = 2 \times 1 \times 0.5$$
$$b = T_1 = 1\,m$$

$$A_2 = \left[b + \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2}\right)y\right]y$$
$$A_2 = \left(1 + \frac{1+2}{2}(y_c - 0.5)\right)(y_c - 0.5)$$
$$A_2 = (1 + 1.5y_c - 0.75)(y_c - 0.5)$$
$$A_2 = (1.5y_c + 0.25)(y_c - 0.5)$$

$$p_2 = \left(\sqrt{1+Z_1^{\,2}} + \sqrt{1+Z_2^{\,2}}\right)y$$
$$p_2 = \left(\sqrt{1+1^2} + \sqrt{1+2^2}\right)(y_c - 0.5)$$
$$p_2 = 3.6503\,(y_c - 0.5)$$
$$p_2 = 3.6503y_c - 1.82515$$

$$T_c = b + 2\left(\frac{Z_1 + Z_2}{2}\right)y$$
$$T_c = 1 + 2\left(\frac{1+2}{2}\right)(y_c - 0.5)$$
$$T_c = 1 + 3y_c - 1.5$$

$T_c = 3y_c - 0.5$ ... (1)

$$A_c = A_1 + A_2$$
$$A_c = 0.25 + (1.5y_c + 0.25)(y_c - 0.5)$$
$$A_c = 1.5{y_c}^2 - 0.5y_c + 0.125 \quad \ldots (2)$$

$$p_c = p_1 + p_2$$
$$p_c = 1.4142 + 3.6503y_c - 1.82515$$
$$p_c = 3.6503y_c - 0.41095 \quad \ldots (3)$$

2. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{{A_c}^3}{T_c} \quad \ldots (4)$$

3. Sustituyendo valores en (4), resulta:

$$\frac{2.3637^2}{9.81} = \frac{(1.5{y_c}^2 - 0.5y_c + 0.125)^3}{3y_c - 0.5}$$

$$\frac{(1.5{y_c}^2 - 0.5y_c + 0.125)^3}{3y_c - 0.5} = 0.5695$$

4. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$y_c = 1\,m$$

5. De la fórmula de Manning, para $y = y_c$ se tendrá el flujo crítico normal:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{{A_c}^{5/3}}{{p_c}^{2/3}}S^{1/2}$$

$$n = \frac{A_c^{5/3} S^{1/2}}{p_c^{2/3} Q} \quad \ldots (5)$$

De (2), se tiene:

$$A_c = 1.5 \times 1^2 - 0.5 \times 1 + 0.125$$
$$A_c = 1.125\, m^2$$

De (3), se tiene:

$$p_c = 3.6503 \times 1 - 0.41095$$
$$p_c = 3.23935\, m$$

De (5), se tiene:

$$n = \frac{1.125^{5/3} \times 0.0035^{1/2}}{3.23935^{2/3} \times 2.3637}$$
$$n = 0.014$$

69. Un canal principal se bifurca en dos secundarios mediante un partidor (figura 31), debiendo llevar cada derivado los 2/3 y 1/3 del caudal principal. El caudal total es 1,20 m^3/s, el ancho en el derivado mayor, de sección rectangular, es de 0,80 m y se traza con una pendiente de 0,001 y un coeficiente de rugosidad de $n = 0,014$.

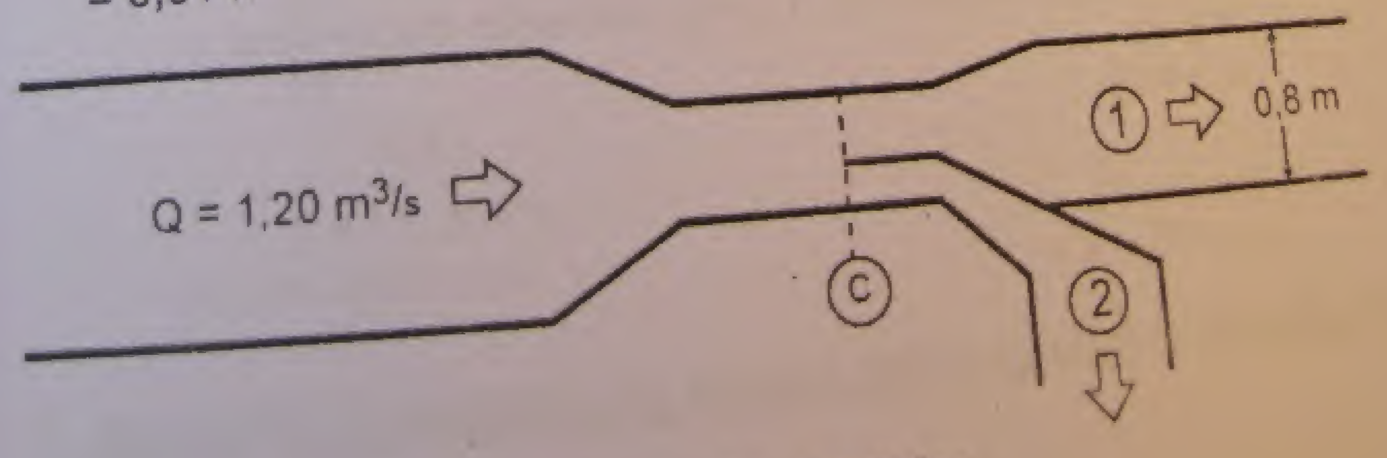


Figura 31. Partidor

a. Calcular el ancho del estrechamiento que da el escurrimiento crítico necesario para que se verifique la partición y el ancho correspondiente a cada derivado en el estrechamiento.

b. Calcular el ancho de solera en el derivado menor, de sección rectangular, si se desea que e! tirante de agua en éste sea 0,50 m. La pérdida de carga en el partidor está dada por:

$$hf = 0{,}2\frac{(v_c - v)^2}{2g} = \frac{0{,}1}{g}(v_c - v)^2$$

Solución

atos:

= 1.20 m^3/s

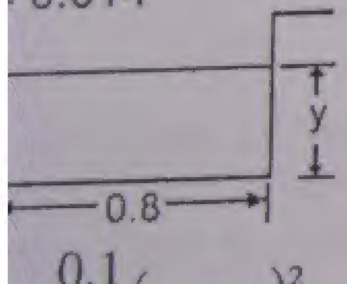
$_1$ = 2/3 Q = 0.8 m^3/s

$_2$ = 1/3 Q = 0.4 m^3/s

erivado mayor:

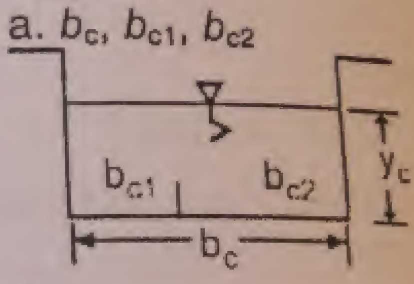
= 0.001

= 0.014

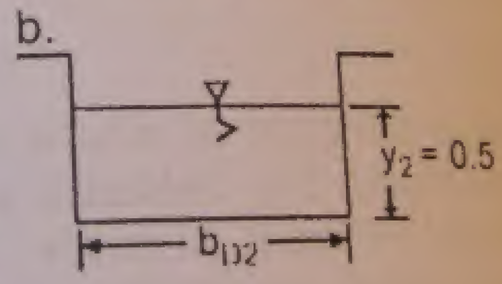


Se pide:

a. b_c, b_{c1}, b_{c2}



b.



$$= \frac{0.1}{g}(v_c - v)^2$$

os parámetros hidráulicos A, p del derivado mayor son:

$$A = by$$
$$A = 0.8y$$

$$p = b + 2y$$
$$p = 0.8 + 2y$$

tilizando la fórmula de Manning en el derivado mayor, se tiene:

Problema

Q =

3. Sustit

4.

5.

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$\left[\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right]^3 = \frac{A^5}{p^2}$$

3. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$\left[\frac{0.8 \times 0.014}{0.001^{\frac{1}{2}}}\right]^3 = \frac{(0.8y)^5}{(0.8 + 2y)^2}$$

$$\left[\frac{0.8 \times 0.014}{0.001^{\frac{1}{2}}}\right]^3 \times \frac{2^2}{0.8^5} = \frac{y^5}{(0.4 + y)^2}$$

$$\frac{y^5}{(0.4 + y)^2} = 0.5423$$

4. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$y = 1.0173$ m

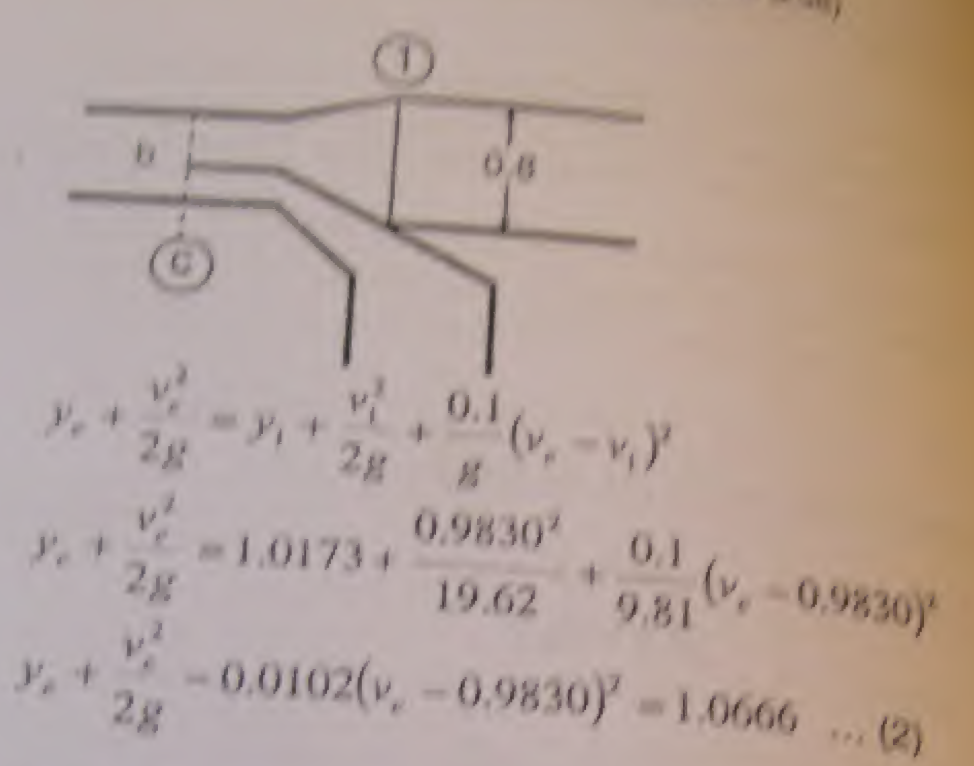
5. De la ecuación de continuidad en el derivado mayor, se tiene:

$$v_1 = \frac{Q}{by}$$

$$v_1 = \frac{0.8}{0.8 \times 1.0173}$$

$v_1 = 0.9830$ m/s

6. Aplicando la ecuación de energía entre los puntos ⓒ y ①, se tiene:



$$y_c + \frac{v_c^2}{2g} = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{0.1}{g}(v_c - v_1)^2$$

$$y_c + \frac{v_c^2}{2g} = 1.0173 + \frac{0.9830^2}{19.62} + \frac{0.1}{9.81}(v_c - 0.9830)^2$$

$$y_c + \frac{v_c^2}{2g} - 0.0102(v_c - 0.9830)^2 = 1.0666 \quad \ldots (2)$$

7. En el partidor (punto ©), se produce el flujo crítico, y para una sección rectangular, se cumple:

$$v_c = \sqrt{g\, y_c} \quad \ldots (3)$$

8. Sustituyendo (3) en (2), se tiene:

$$y_c + \frac{g y_c}{2g} - 0.0102\left(\sqrt{g y_c} - 0.9830\right)^2 = 1.0666$$

$$\frac{3}{2} y_c - 0.0102\left(g y_c - 2\sqrt{g}\,\sqrt{y_c} \times 0.9830 + 0.9830^2\right) - 1.0666 = 0$$

$$1.3999\, y_c + 0.0628\sqrt{y_c} - 1.0765 = 0$$

9. Aplicando la fórmula para calcular las raíces de una ecuación de 2º grado, se tiene:

$$\sqrt{y_c} = \frac{-0.0628 \pm \sqrt{0.0628^2 - 4 \times 1.3999 \times (-1.0765)}}{2 \times 1.3999}$$

10. Tomando la solución positiva, resulta:

$\sqrt{y_c} = 0.8548$

$y_c = 0.7307$ m

11. Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$v_c = \sqrt{9.81 \times 0.7307}$

$v_c = 2.6773$ m/s

12. De la ecuación de continuidad en el partidor, se tiene:

$Q = v\,A$

$Q = v_c \times b_c y_c$

$$b_c = \frac{Q}{y_c v_c}$$

$$b_c = \frac{1.2}{0.7307 \times 2.6773}$$

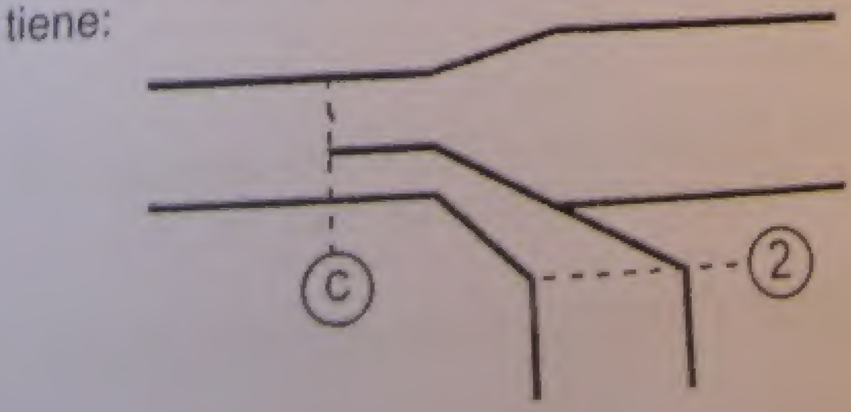
$b_c = 0.6134$ m

13. El ancho correspondiente a cada derivado en el estrechamiento, es proporcional al ancho total, esto debido a que los caudales derivados lo son, es decir:

$$b_{c1} = \frac{0.8}{0.7307 \times 2.6773} = 0.4089\,m$$

$$b_{c2} = \frac{0.4}{0.7307 \times 2.6773} = 0.2045\,m$$

14. Aplicando la ecuación de la energía entre los puntos ⓒ y ②, se tiene:



$$y_c+\frac{v_c^2}{2g}=y_2+\frac{v_2^2}{2g}+\frac{0.1}{g}(v_c-v_2)^2$$

$$0.7307+\frac{2.6773^2}{19.62}=y_2+\frac{Q^2}{19.62\times b_{D2}{}^2y_2^2}+\frac{0.1}{9.81}\left(2.6773-\frac{Q}{b_{D2}y_2}\right)^2$$

$$1.0960=0.5+\frac{0.4^2}{19.62\times 0.5^2b_{D2}{}^2}+\frac{0.1}{9.81}\left(2.6773-\frac{0.4}{0.5b_{D2}}\right)^2$$

$$0.5960=\frac{0.0326}{b_{D2}{}^2}+0.0102\left(2.6773-\frac{0.8}{b_{D2}}\right)^2$$

15. Multiplicando por $b_{D2}{}^2$, se tiene:

$$0.5960b_{D2}{}^2=0.0326+0.0102\,(2.6773b_{D2}-0.8)^2$$

$$0.5960b_{D2}{}^2=0.0326+0.0102\left(2.6773^2b_{D2}{}^2-2\times 2.6773\times 0.8b_{D2}+0.8^2\right)$$

$$0.5229b_{D2}{}^2+0.0437b_{D2}-0.0391=0$$

16. Aplicando la fórmula para calcular las raíces de una ecuación de 2º grado, se tiene:

$$b_{D2}=\frac{-0.0437\pm\sqrt{0.0437^2-4(0.5229)(-0.0391)}}{2\times 0.5229}$$

17. Tomando la solución positiva, se tiene:

$b_{D2}=0.2348$ m.

70. En un canal de sección circular, de 1,80 m de diámetro se conduce un caudal de 2 m^3/s, con un tirante de 1,07 m.

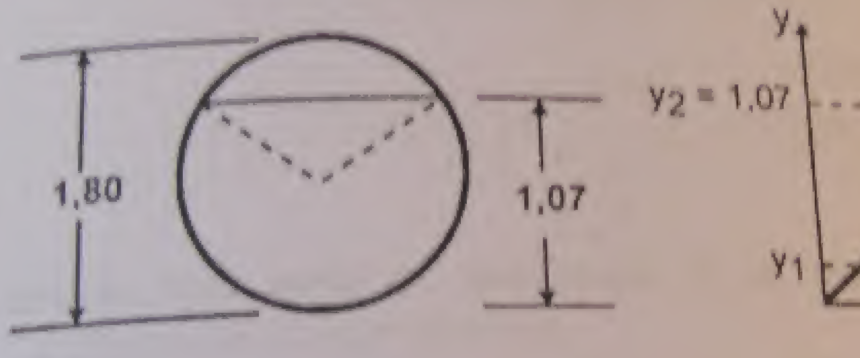
a. Hallar el número de Froude correspondiente al tirante alterno.

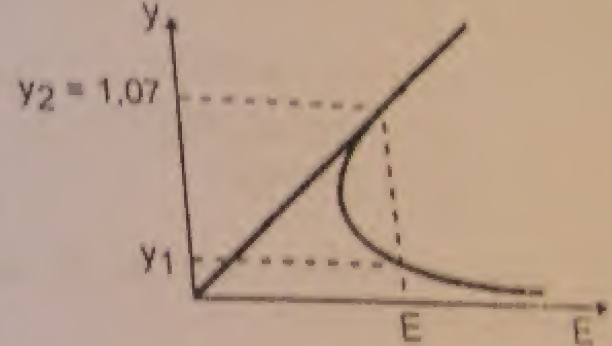
b. Hallar la energía mínima para que escurra el caudal mencionado.

Solución

Datos:
Sección circular
$Q = 2\ m^3/s$
$y = 1.07$ m
$D = 1.80$ m

Se pide:
a. $F_1 = ?$
b. E_{min}





1. Cálculo de A_2 para $y_2 = 1.07$
La relación entre y_2 y D es:

$$\frac{y_2}{D} = \frac{1.07}{1.80} = 0.5944$$

De la tabla 1.3 del MPPDC, se tiene:

	$\frac{y_2}{D}$	$\frac{A_2}{D^2}$
	0.59	0.4822
0.01 / 0.0044	0.5944	x
	0.60	0.4920

(diferencias: 0.0044 entre 0.59 y 0.5944; 0.01 entre 0.59 y 0.60; y entre 0.4822 y x; 0.0098 entre 0.4822 y 0.4920)

Por interpolación, aplicando la regla de 3, se tiene:

$$\begin{array}{lll} 0.0044 & \rightarrow & y \\ 0.01 & \rightarrow & 0.0098 \end{array}$$

$$y = \frac{0.0044 \times 0.0098}{0.01}$$

$$y = 0.0043$$

luego:

$$\frac{A_2}{D^2} = 0.4822 + 0.0043 = 0.4865$$

$$A_2 = D^2 \times 0.4865$$

$$A_2 = 1.80^2 \times 0.4865$$

$$A_2 = 1.5763 \text{ m}^2$$

2. para un mismo valor de E específica, se tiene dos tirantes alternos, por lo cual:

$$y_1 = + \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2}$$

$$y_1 + \frac{4}{19.62A_1^2} = 1.07 + \frac{4}{19.62 \times 1.5762^2}$$

$$y_1 + \frac{0.2039}{A_1^2} = 1.1521 \quad \ldots \text{ (1)}$$

3. Haciendo un artificio para utilizar la tabla 1.3 del MPPDC, se tiene:

$$y_1 = \frac{y_1}{D} \times D = 1.8\left(\frac{y_1}{D}\right)$$

$$A_1^2 = \left(\frac{A_1}{D^2}\right)^2 \times D^4 = 10.4976\left(\frac{A_1}{D^2}\right)^2$$

Luego la ecuación (1), se expresa como:

$$1.8\left(\frac{y_1}{D}\right) + \frac{0.2039}{10.4976\left(\frac{A_1}{D^2}\right)^2} = 1.1521$$

$$f\left(\frac{y}{D}\right) = 1.8\left(\frac{y_1}{D}\right) + \frac{0.0194}{\left(\frac{A_1}{D^2}\right)^2} = 1.1521$$

4. Resolviendo por tanteos:

Para: $\frac{y_1}{D} = 0.269 \rightarrow \frac{A_1}{D^2} = 0.1702 \rightarrow f\left(\frac{y}{D}\right) = 1.1539$

$$\therefore \frac{y_1}{D} = 0.269$$

$y_1 = 1.8 \times 0.269$

$y_1 = 0.4842$ m

$$\frac{A_1}{D^2} = 0.1702$$

$A_1 = 1.8^2 \times 0.1702$

$A_1 = 0.5514$ m^2

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{2}{0.5514}$$

$v_1 = 3.6271$ m/s

5. De la tabla 1.1 del MPPDC, se tiene:

$$T_1 = 2\sqrt{y_1(D - y_1)}$$
$$T_1 = 2\sqrt{0.4842\,(1.8 - 0.4842)}$$
$$T_1 = 1.5964 \text{ m}$$

6. De la fórmula para el número de Froude, se tiene:

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{g\frac{A_1}{T_1}}}$$

$$F_1 = \frac{3.6271}{\sqrt{9.81 \times \frac{0.5514}{1.5964}}}$$

$$F_1 = 1.9704$$

7. De la ecuación general para el flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

donde para una sección circular, se tiene:

$$A_c = \frac{1}{8}(\theta - sen\theta)D^2 \quad \ldots \text{ (2)}$$

$$T_c = sen\left(\frac{\theta}{2}\right)D \quad \ldots \text{ (3)}$$

luego:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3(\theta - sen\theta)^3 D^6}{sen\left(\frac{\theta}{2}\right)D}$$

$$\frac{8^3Q^2}{D^5g} = \frac{(\theta - sen\theta)^3}{sen\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

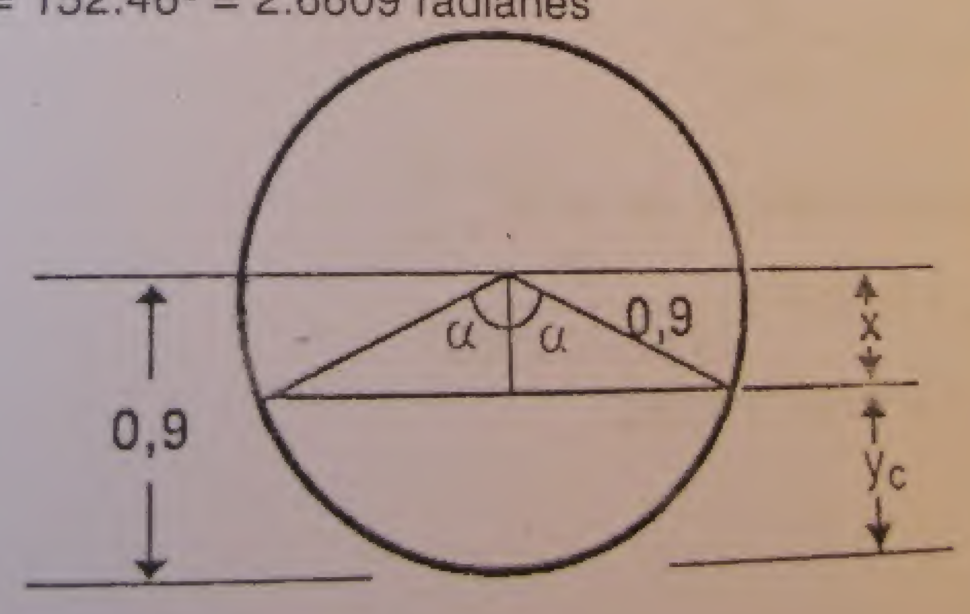
$$\frac{(\theta - sen\theta)^3}{sen\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{8^3 \times 2^2}{9.81 \times 1.80^5}$$

$$\frac{(\theta - sen\theta)^3}{sen\left(\frac{\theta}{2}\right)} = 11.0484 \text{ , } \theta \text{ en radianes}$$

Para trabajar en grados, se multiplica por el factor $\frac{\pi}{180} = 0.0175$, luego:

$$f(\theta) = \frac{(0.0175\theta - sen\theta)^3}{sen\left(\frac{\theta}{2}\right)} = 11.0484$$

8. Resolviendo por tanteos, se tiene:
θ = 152.46º = 2.6609 radianes



$$\alpha = \frac{\theta}{2} = \frac{152.46}{2} = 76.23°$$

9. De la figura, se tiene:

$$y_c = 0.9 - x \quad \ldots (4)$$

pero:

$$\cos\alpha = \frac{x}{0.9}$$

x 0,9 α

$$x = 0.9\cos 76.23°$$

$$x = 0.2142 \text{ m}$$

luego en (4), se tiene:

$$y_c = 0.9 - 0.2142$$

$$y_c = 0.6858 \text{ m}$$

10. Sustituyendo valores en (2), resulta:

$$A_c = \frac{1}{8}(2.6609 - sen\,152.46°)\times 1.8^2$$

$$A_c = 0.8904 \text{ m}^2$$

11. Para la energía específica mínima, se tiene las condicion flujo crítico, es decir:

$$E_{\min} = y_c + \frac{v_c^2}{2g}$$

$$E_{\min} = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2}$$

12. Sustituyendo valores, se tiene:

$$E_{\min} = 0.6858 + \frac{2^2}{19.62\times 0.8904^2}$$

$$E_{\min} = 0.9430 \text{ m-kg/kg}$$

71. Una alcantarilla de sección cuadrada, con coeficiente de rugosidad $n = 0,015$, se instala según se indica en la figura 32. Por esta alcantarilla se conduce un caudal de 2 m^3/s, con la mínima energía. Si para esta condición el tirante es el 75% del tirante máximo, indicar la pendiente con la que se trazó la alcantarilla.

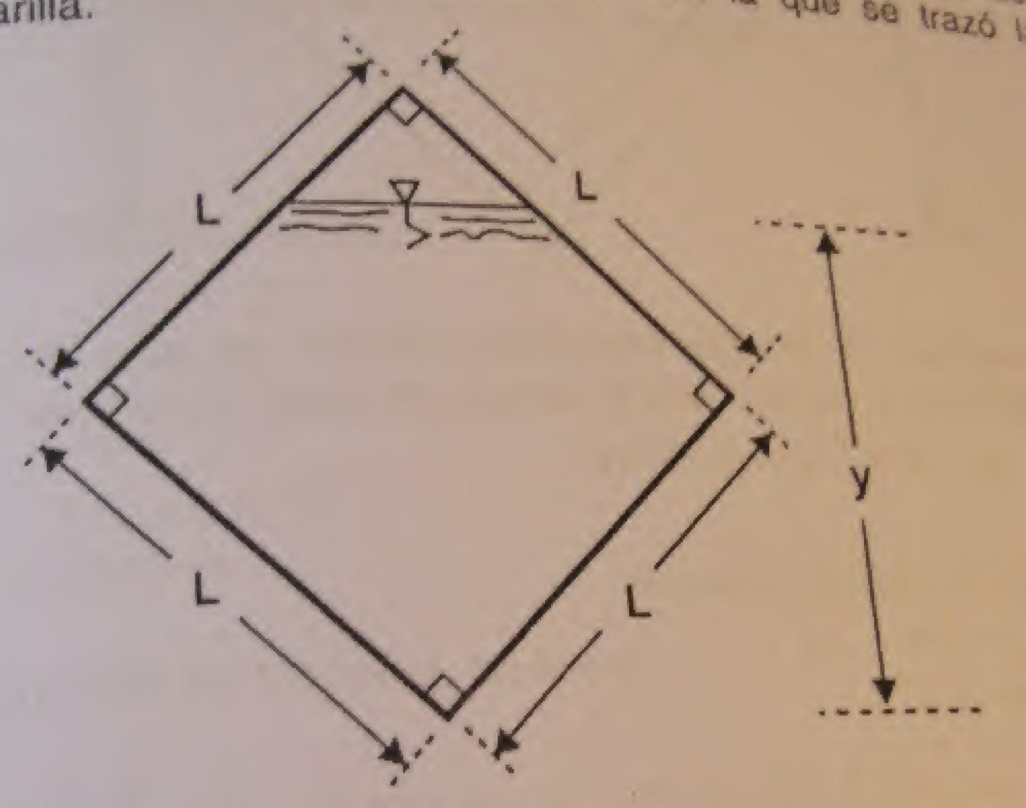


Figura 32. Sección transversal de la alcantarilla

Solución

Datos:

$n = 0.015$

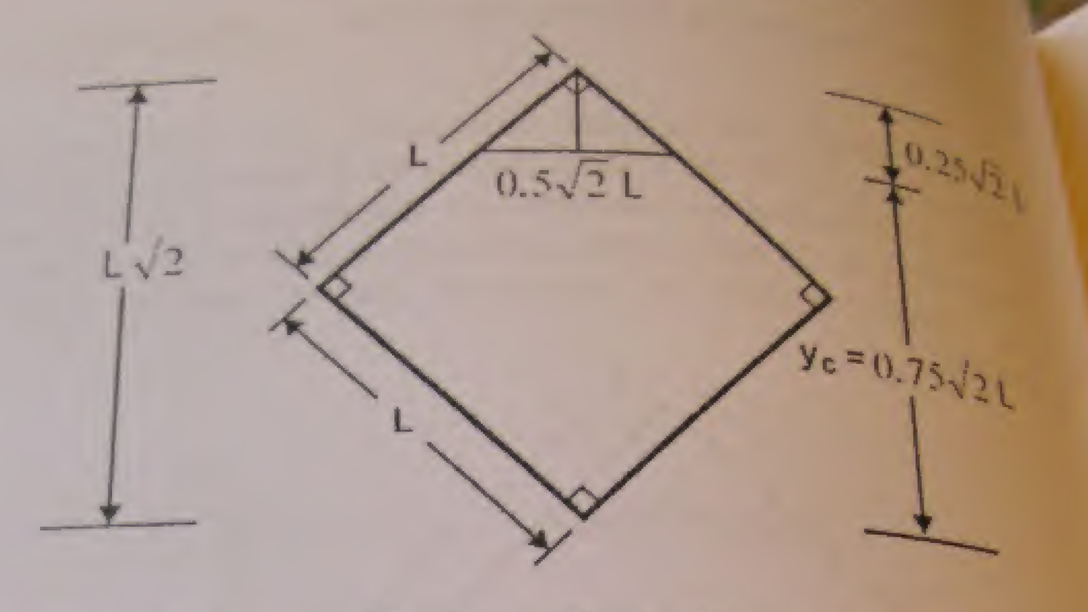
$Q = 2\ m^3/s$

E_{min}

$y_c = 0.75 \times L\sqrt{2}$

Se pide:

$S_c = ?$



1. Si se tiene la energía específica mínima, se esta en presencia del flujo crítico. De la figura el espejo de agua crítico, es:

$$T_c = 0.5\sqrt{2}L = 0.7071L$$

2. El área hidráulica crítica es:

$$A_c = A_{\blacklozenge} - A_{\blacktriangle}$$
$$A_{\blacklozenge} = L^2$$
$$A_{\blacktriangle} = \frac{1}{2} \times 0.5\sqrt{2}L \times 0.25\sqrt{2}L = 0.125L^2$$

luego:

$$Ac = L^2 - 0.125L^2$$
$$Ac = 0.875L^2$$

3. El perímetro crítico, es:

$$p_c = p_{\diamond} - p_{\wedge}$$
$$p_{\diamond} = 4L$$
$$p_{\wedge} = 2 \times 0.25\sqrt{2} \times L\sqrt{2}$$
$$p_{\wedge} = L$$

luego:

$$p_c = 4L - L$$
$$p_c = 3L$$

4. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

Sustituyendo valores, resulta:

$$\frac{4}{9.81} = \frac{0.875^3 L^6}{0.7071L}$$

$$L^5 = \frac{4 \times 0.7071}{9.81 \times 0.875^3}$$

$L = 0.8448$ m

5. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

6. Para el flujo crítico uniforme, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A_c^{\frac{5}{3}}}{p_c^{\frac{2}{3}}} S_c^{\frac{1}{2}}$$

$$S_c = \left(\frac{Q\, n\, p_c^{\frac{2}{3}}}{A_c^{\frac{5}{3}}} \right)^2$$

$$S_c = \left(\frac{2 \times 0.015 \times 3^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}}}{0.875^{\frac{5}{3}} L^{\frac{10}{3}}} \right)^2$$

$$S_c = \left(\frac{2 \times 0.015 \times 3^{\frac{2}{3}}}{0.875^{\frac{5}{3}} L^{\frac{8}{3}}} \right)^2$$

$$S_c = \left(\frac{2 \times 0.015 \times 3^{\frac{2}{3}}}{0.875^{\frac{5}{3}} 0.8448^{\frac{8}{3}}} \right)^2$$

$S_c = 0.0149$

$\therefore\ S_c = 1.49\ \%$

72. El perfil longitudinal de un canal es como se muestra en la figura 33 y conduce un caudal de 1,5 m^3/s

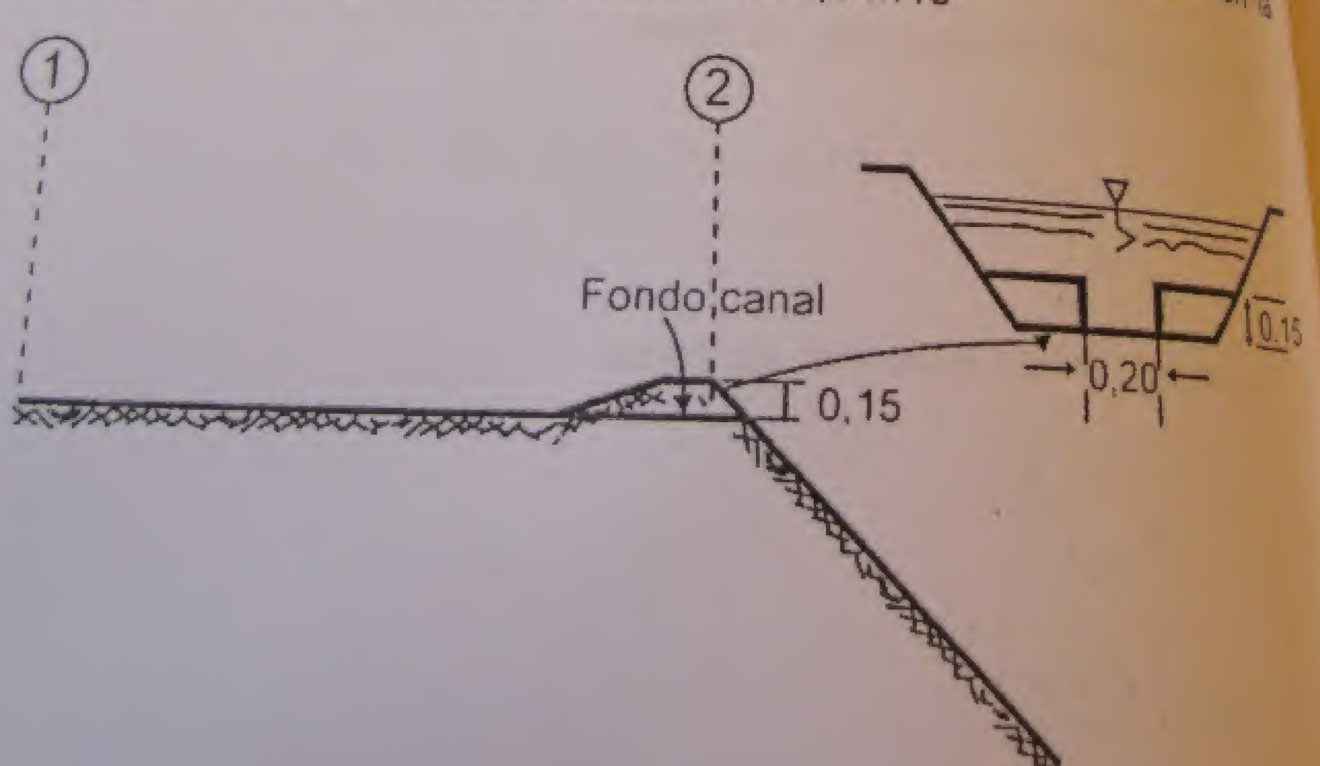


Figura 33. Perfil longitudinal del canal

En la sección ① las dimensiones son ancho de solera 1 m, talud 1,5, mientras que en la sección ② se produce una sobreelevación del fondo de 0,15 m, además para efectuar la limpieza del canal y no quede agua almacenada, se diseña con una ventana cuyo ancho es 0,20 m.

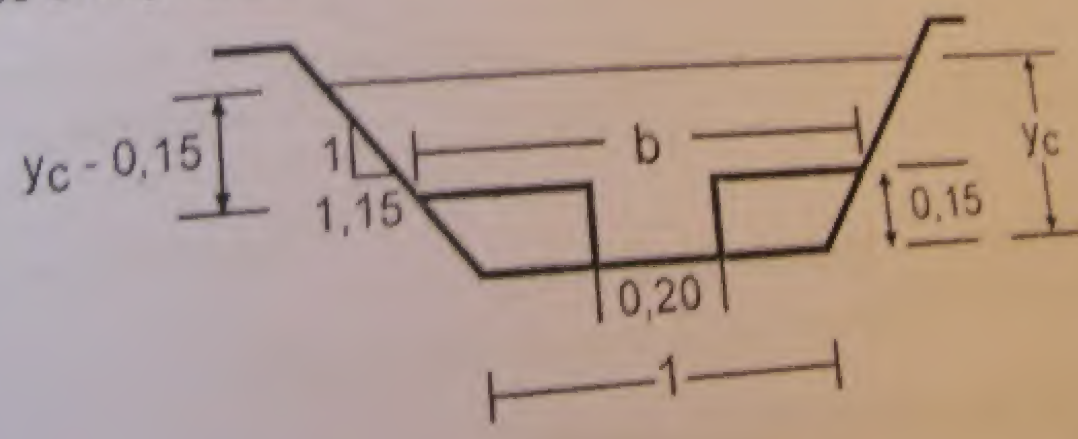
Indique la velocidad en la sección ②.

Solución

Datos:
$Q = 1.5\ m^3/s$
Sección ①
$b = 1$ m
$Z = 1.5$
Sección ②
Sobre elevación = 0.15m
Ancho ventana = 0.20 m

Se pide:
$v_2 = ?$

1. En la sección ②, se tiene una sección de control, donde se produce el flujo crítico:



2. De la figura, se tiene:

$$b = 1 + 2 \times 1.5 \times 0.15$$
$$b = 1.45\ m$$

3. El área crítica, es:

$$A_c = A_{\blacksquare} + A_{\blacktriangledown}$$
$$A_{\blacksquare} = 0.20 \times 0.15$$
$$A_{\blacksquare} = 0.03\ m^2$$

$$A_{\blacktriangledown} = [1.45 + 1.5 \times (y_c - 0.15)](y_c - 0.15)$$
$$A_{\blacktriangledown} = (1.5y_c + 1.225)(y_c - 0.15)$$

luego:

$$Ac = (1.5yc + 1.225)(yc - 0.15) + 0.03 \quad \ldots (1)$$

4. El espejo de agua, es:

$$T_c = 1 + 2Zy_c$$
$$T_c = 1 + 2 \times 1.5y_c$$
$$T_c = 1 + 3y_c$$

5. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

$$\frac{1.5^2}{9.81} = \frac{[(1.5y_c + 1.225)(y_c - 0.5) + 0.03]^3}{1 + 3y_c}$$

$$f(y_c) = \frac{[(1.5y_c + 1.225)(y_c - 0.5) + 0.03]^3}{1 + 3y_c} = 0.2294$$

6. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$y_c = 0.5488\ m$$

7. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$Ac = (1.5 \times 0.5488 + 1.225)(0.5488 - 0.15) + 0.03$$
$$A_c = 0.8468\ m^2$$

8. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v_2 = \frac{1.5}{0.8468}$$

$\therefore\ v_2 = 1.1713$ m/s

73. Un canal de sección trapezoidal con ancho de solera 2,50 m y talud 1, está trazado en un perfil longitudinal como se muestra en la figura 34.

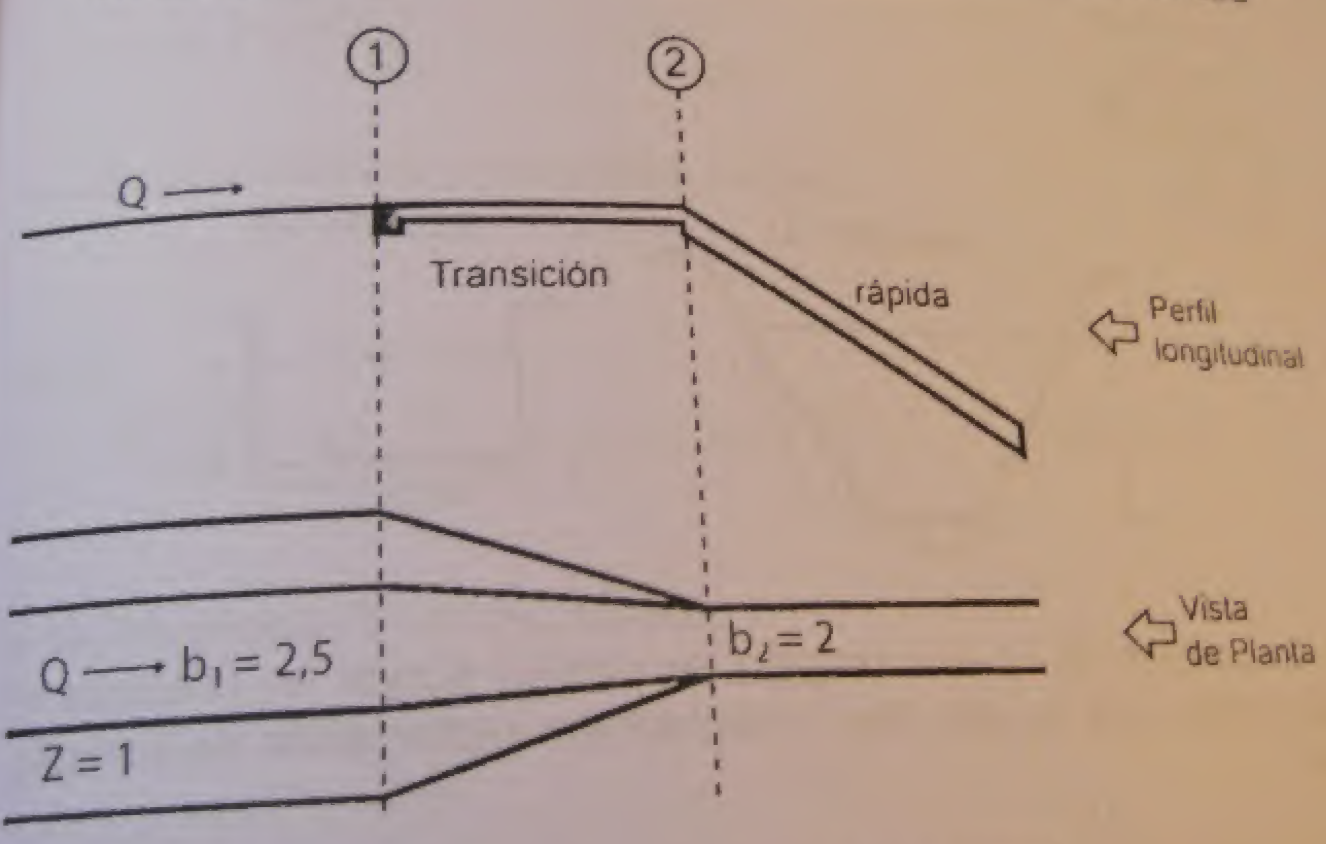


Figura 34. Tramo de un canal

En el tramo de mayor pendiente se diseñó una rápida de sección rectangular con ancho de solera de 2 m.

El paso de la sección trapezoidal a la sección rectangular es a través de una transición.

Calcular el caudal que transporta el canal, sabiendo que:

1. El tirante al inicio de la transición (sección ①) es 1,50 m
2. En la sección ②, se presenta el régimen crítico
3. La pérdida en la transición se calcula con la fórmula:

$$h_{f1-2} = 0{,}145\frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2g}$$

Solución

Datos:

Sección ①

$y_1 = 1.5$ m

$b = 2.5$ m

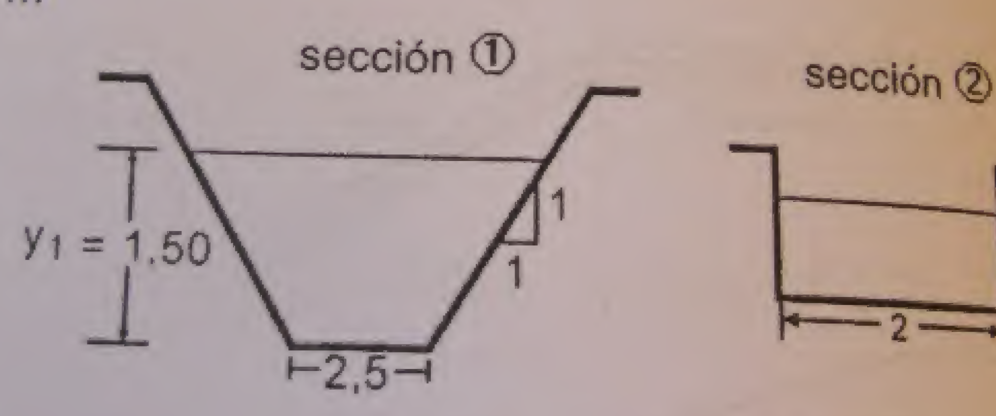
Sección ②

$y_c = y_2$

$b = 2$ m

Se pide:

Q = ?



1. La sección ② es una sección de control donde se presenta el flujo crítico, por lo que para una sección rectangular se cumple, que:

$$y_c{}^3 = \frac{Q^2}{gb^2}$$

$$\frac{Q^2}{g} = b^2 y_c{}^3 = 4y_2{}^3 \; \dots (1)$$

2. Las áreas hidráulicas en la sección ① y ② son:

$A_1 = (b + Zy_1)\, y_1$
$A_1 = (2.5 + 1.5)\ 1.5$
$A_1 = 6\ m^2$ ... (2)

$A_2 = by_2$
$A_2 = 2y_2$ ... (3)

3. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre ① y ② se tiene:

$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + 0.145\frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2g}$$

$$y_1 + 1.145\frac{v_1^2}{2g} = y_2 + 1.145\frac{v_2^2}{2g}$$

4. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

luego:

$$y_1 + 1.145\frac{Q^2}{2gA_1^2} = y_2 + 1.145\frac{Q^2}{2gA_2^2} \quad \text{... (4)}$$

5. Sustituyendo (1) en (4), resulta:

$$y_1 + 1.145\frac{4y_2^3}{2A_1^2} = y_2 + 1.145\frac{4y_2^3}{2A_2^2}$$

6. Sustituyendo valores, se obtiene:

$$1.5 + 1.145\frac{2y_2^3}{36} = y_2 + 1.145\frac{2y_2^3}{4y_2^2}$$

$$f(y_2) = 0.0636y_2^3 - 1.5725y_2 + 1.5 = 0$$

7. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_2 = y_c = 0.99356$ m

8. Despejando Q de (1), resulta:

$$Q = \sqrt{4 g y_2^3}$$

$$Q = \sqrt{4 \times 9.81 \times 0.99356^3}$$

$$\therefore Q = 6.2038 \ m^3/s$$

74. Un canal trapezoidal revestido de concreto ($n = 0.014$), cuyas paredes tienen una pendiente de 3 vertical sobre 4 horizontal, está trazado con una pendiente de 4 ‰. Si este canal está trabajando en condiciones de máxima eficiencia hidráulica, indicar cuál es el valor de la energía específica, que transporta el caudal máximo.

Solución

Datos:

$n = 0.014$

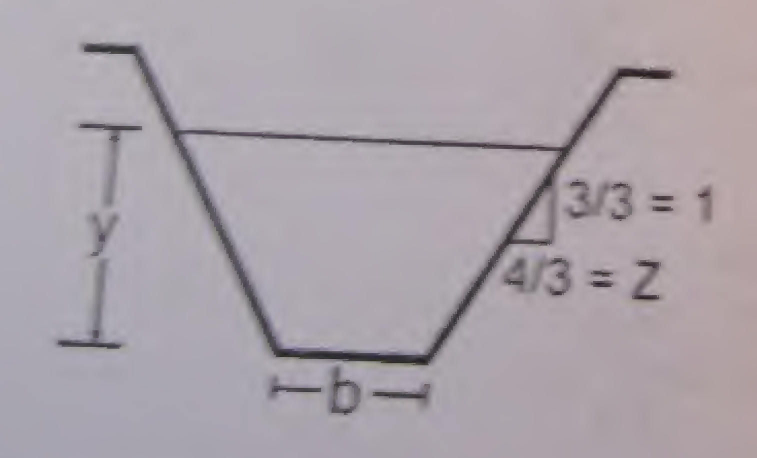
$Z = 4/3$

$S = 4$ ‰ $= 0.004$

M E H

Se pide:

E que transporta Q_{max}



1. Si el canal trabaja en condiciones de *M E H* para una sección trapezoidal, se cumple:

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1 + Z^2} - Z\right)$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1 + \frac{16}{9}} - \frac{4}{3}\right)$$

$$b = \frac{2}{3}y$$

2. Para las condiciones de *M E H*, también se cumple que:

$$R = \frac{y}{2}$$

3. De la fórmula del área hidráulica, se tiene:

$$A = (b + Zy)y$$

$$A = \left(\frac{2}{3}y + \frac{4}{3}y\right)y$$

$$A = 2y^2$$

4. De la fórmula del espejo de agua, se tiene:

$$T = b + 2Zy$$

$$T = \frac{2}{3}y + 2 \times \frac{4}{3}y$$

$$T = \frac{10}{3}y$$

5. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}$$

6. Sustituyendo valores, resulta:

$$Q = \frac{1}{0.014} \times 2y^2 \times \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} 0.004^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = 5.697 y^{\frac{8}{3}} \quad \dots (1)$$

7. Si el caudal es máximo para una energía específica dad tienen las condiciones para que ocurra flujo crítico, siendo ecuación general:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^{\ 3}}{T_c}$$

luego:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{\left(2y^2\right)^3}{\frac{10}{3}y}$$

$$Q^2 = \frac{24}{10} g y^5$$

$$Q = 4.8522 y^{\frac{5}{2}} \quad \dots (2)$$

8. Igualando las ecuaciones (1) y (2), se tiene:

$$5.6917 y^{\frac{8}{3}} = 4.8522 y^{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{y^{\frac{8}{3}}}{y^{\frac{5}{2}}} = \frac{4.8522}{5.6917}$$

$$y^{\frac{8}{3}-\frac{5}{2}} = 0.8525$$

$$y^{\frac{1}{6}} = 0.8525$$

$$y = y_c = 0.3839 \text{ m}$$

9. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$Q = 5.6917 \times 0.3839^{\frac{8}{3}}$$

$Q = 0.4431\ m^3/s$

10. De la ecuación de energía específica, se tiene:

$$E_{min} = y_c + \frac{v_c^2}{2g}$$

$$E_{min} = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2}$$

$$E_{min} = 0.3839 + \frac{0.4431^2}{19.62(2 \times 0.3839^2)^2}$$

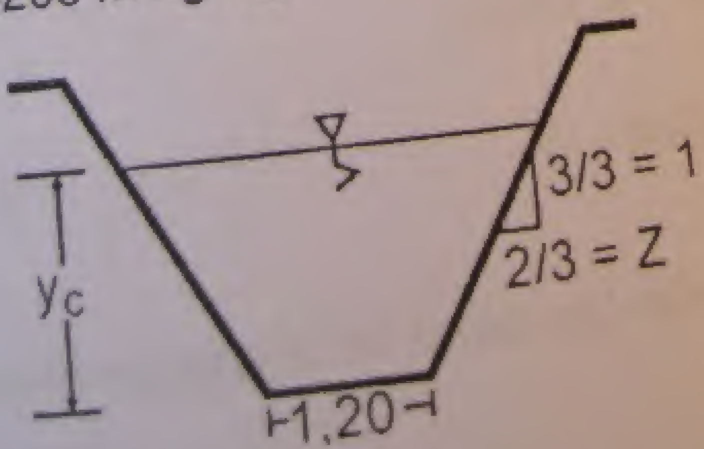
$E_{min} = 0.4991$ m-kg/kg

75. En un canal trapezoidal de ancho de solera b = 1,20 m y cuyas paredes tienen pendiente de 3 vertical sobre 2 horizontal. Calcular el caudal máximo que puede transportarse para una energía específica constante de 0,8206 m-kg/kg.

Solución

Datos:
$b = 1.20$ m
$Z = 2/3$
$E = 0.8206$ m-kg /kg

Se pide:
Q_{max} para E dada





1. Como se explicó en la solución del problema 65, se tendrá el tirante crítico y_c, si Q es constante y E mínima, o E es constante y Q es máximo.

2. De la tabla 3.1 del MPPDC, para una sección trapezoidal, se cumple:

$$y_c = \frac{4T}{5T+b} E_{\min} \quad \ldots (1)$$

3. De la fórmula del espejo de agua, se tiene:

$$T = b + 2Zy$$

$$T = 1.2 + 2 \times \frac{2}{3} y_c$$

$$T_c = 1.2 + \frac{4}{3} y_c \quad \ldots (2)$$

4. Sustituyendo (2) en (1), se tiene:

$$y_c = \frac{4\left(1.2 + \frac{4}{3} y_c\right)}{5\left(1.2 + \frac{4}{3} y_c\right) + 1.2} \times 0.8206$$

$$y_c\left(7.2 + \frac{20}{3} y_c\right) = 3.2824\left(1.2 + \frac{4}{3} y_c\right)$$

$$7.2 y_c + \frac{20}{3} y_c^{\,2} = 3.9389 + 4.3765 y_c$$

$$\frac{20}{3} y_c^{\,2} + 2.8235 y_c - 3.9389 = 0$$

Aplicando la fórmula para hallar las raíces de una ecuación de 2º ado, se tiene:

$$y_c = \frac{-2.8235 \pm \sqrt{2.8235^2 - 4 \times \frac{20}{3} \times (-3.9389)}}{2 \times \frac{20}{3}}$$

6. Tomando la solución positiva, que es la que tiene un significado físico, se tiene:

$y_c = 0.5855$ m

7. De la fórmula del área hidráulica, se tiene:

$$A_c = (b + Zy_c)y_c$$

$$A_c = \left(1.2 + \frac{2}{3} \times 0.5855\right) \times 0.5855$$

$A_c = 0.9312\ m^2$

8. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$T_c = 1.2 + \frac{4}{3} \times 0.5855$$

$T_c = 1.9807$ m

9. De la ecuación general de flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

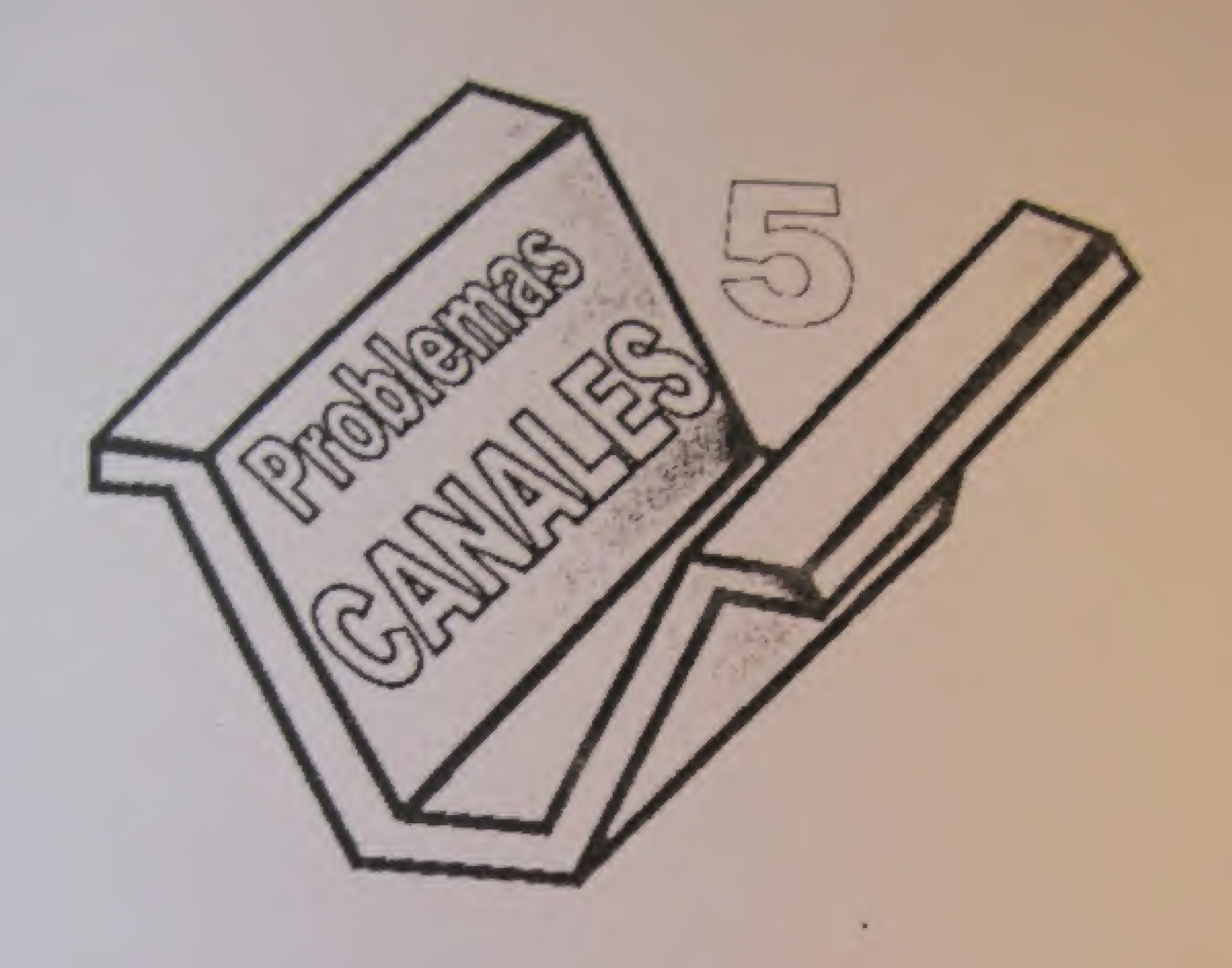
$$Q = \sqrt{g \times \frac{A_c^3}{T_c}}$$

$$Q = \sqrt{9.81 \times \frac{0.9312^3}{1.9807}}$$

$Q = 1.9998$

$\therefore\ Q \approx 2\ m^3/s$

blanco



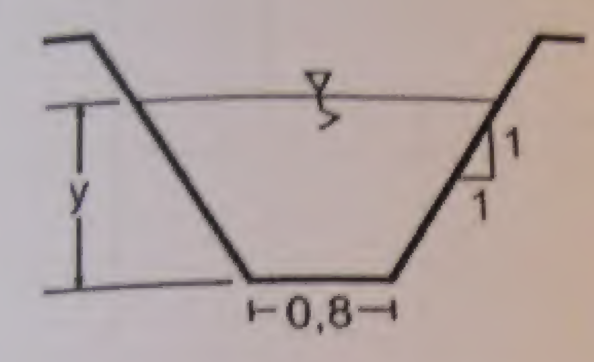
Flujo rápidamente variado: resalto hidráulico

76. Para un canal trapezoidal de ancho de solera b = 0,80 m y talud Z = 1 que conduce un caudal de 2 m³/s, trazar la curva de la fuerza específica.

Solución

Datos:
$Q = 2\ m^3/s$
$b = 0.8$ m
$Z = 1$

Se pide:
Trazar gráfico fuerza específica



1. De la fórmula de la fuerza específica, se tiene:

$$F = \frac{Q^2}{gA} + \overline{y_G}A \quad \dots (1)$$

donde para una sección trapezoidal, se tiene:

$$\overline{y_G} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{b}{b+Zy}\right)y$$

$$\overline{y_G} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{0.8}{0.8+y}\right)y$$

$$\overline{y_G} = \left(1 + \frac{0.4}{0.8+y}\right)\frac{y}{3}$$

además.

$$A = (b + Z\,y)\,y$$
$$A = (0.8 + y)\,y$$

2. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$F = \frac{4}{9.81(0.8+y)y} + \left(1 + \frac{0.4}{0.8+y}\right)\frac{y}{3} \times (0.8+y)y$$

$$F = \frac{0.4077}{(0.8+y)y} + \frac{y^2}{3}(1.2+y) \quad \ldots (2)$$

3. Dando valores a y en la ecuación (2) se obtiene la tabla 3.

Tabla 3. Relación entre y y F de la ecuación (2)

	y	F
	0.254	1.5542
	0.354	1.0629
	0.454	0.8298
	0.554	0.7230
$y_c \rightarrow$	0.654	0.6931
	0.754	0.7182
	0.854	0.7880
	0.954	0.8971
	1.054	1.0433
	1.154	1.2258
	1.254	1.4446

4. Ploteando F vrs y se obtiene la figura 35, en ella se observa q el valor de Fmin, corresponde al y_c.

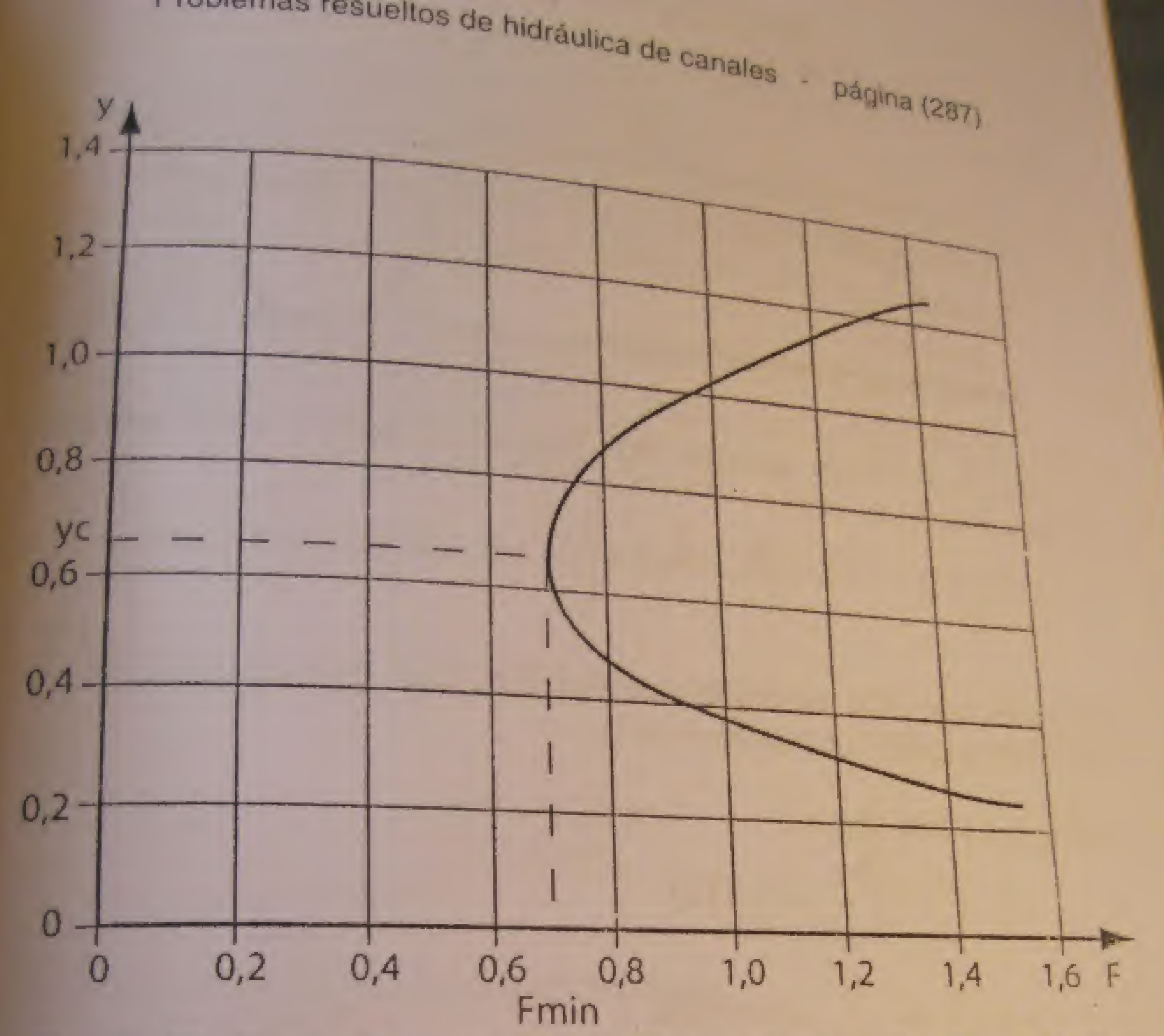


Figura 35. Curva F vs y para un Q constante y Z = 1, b = 0.80 m

77. En un tramo de un canal trapezoidal de paredes con pendiente 1:1, se produce un resalto hidráulico cuya altura es 0,42 m. Sabiendo que aguas arriba del resalto el tirante es 0,18 m, con una velocidad de 3,76 m/s, determinar el caudal en el canal.

Solución

Datos:

$\Delta y = 0.42$ m

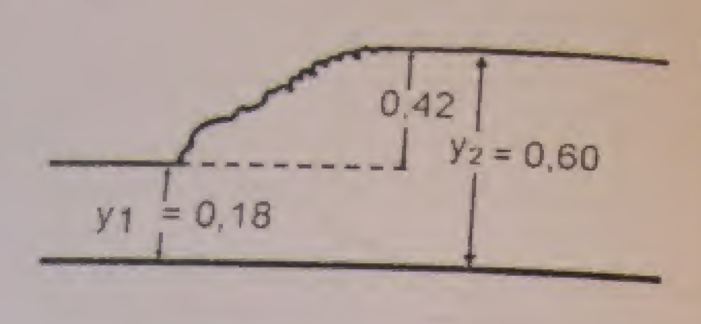
$y_1 = 0.18$ m

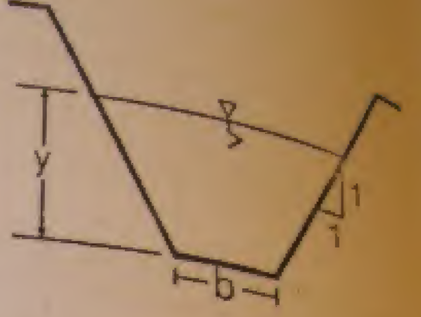
$v_1 = 3.76$ m

Se pide:

$Q = ?$

$Z = 1$





1. De la ecuación general del resalto hidráulico para canales trapezoidales, se tiene:

$$J^4 + \frac{5t+2}{2}J^3 + \frac{(3t+2)(t+1)}{2}J^2 + \left[\frac{t^2}{2} + (t-6r)(t+1)\right]J - 6r(t+1)^2 = 0 \quad \dots (1)$$

Ecuación con una sola raíz positiva real que permite calcular un tirante conjugado, conocido el otro.

Donde para este caso:

$$J = \frac{y_2}{y_1} = \frac{0.6}{0.18} = 3.3333$$

$$t = \frac{b}{Zy_1} = \frac{b}{0.18} = 5.5556b$$

$$r = \frac{v_1^2}{2gy_1} = \frac{3.76^2}{19.62 \times 0.18} = 4.0032$$

2. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$3.3333^4 + \frac{5 \times 5.5556b + 2}{2}3.3333^3 + \frac{(3 \times 5.5556b + 2)(5.5556b + 1)}{2}3.3333^2$$
$$+\left[\frac{5.5556^2 b^2}{2} + (5.5556b - 6 \times 4.0032)(5.5556b + 1)\right]3.3333$$
$$-6 \times 4.0032(5.5556b + 1)^2 = 0$$

$$123.4568 + 514.4074b + 37.0370 + 5.5556(16.6667b + 2)(5.5556b + 1) - 3.3333[15.4323b^2 + (5.5556b - 24.0192)(5.5556b + 1)] - 24.0192(5.5556b + 1)^2 = 0$$

$$160.4938 + 514.4074b + 5.5556(16.6667b + 2)(5.5556b + 1) - 3.3333[15.4323b^2 + (5.5556b - 24.0192)(5.5556b + 1)] - 24.0192(5.5556b + 1)^2 = 0$$

3. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$b = 0.8107$ m

4. De la fórmula del área hidráulica, se tiene:

$A = (b + Zy)\, y$

Para el tirante supercrítico, se tiene:

$A_1 = (0.8107 + 0.18)\ 0.18$

$A_1 = 0.1783$ m^2

5. De la ecuación continuidad, se tiene:

$Q = A_1 v_1$

$Q = 0.1783 \times 3.76$

$\therefore\ Q = 0.6704$ m^3/s

78. Un canal rectangular de 15 m de ancho se inicia al pie de un cimancio que tiene una altura de 4,27 m (del piso a la cresta) como se muestra en la figura 36. Dicho cimancio tiene la misma longitud de cresta que el ancho del canal y con una carga h = 2,43 m sobre la misma, deberá descargar un caudal Q = 112,5 m^3/s.

El canal será excavado en tierra con un coeficiente de rugosidad n = 0,025 y el régimen de flujo uniforme debe ser subcrítico.

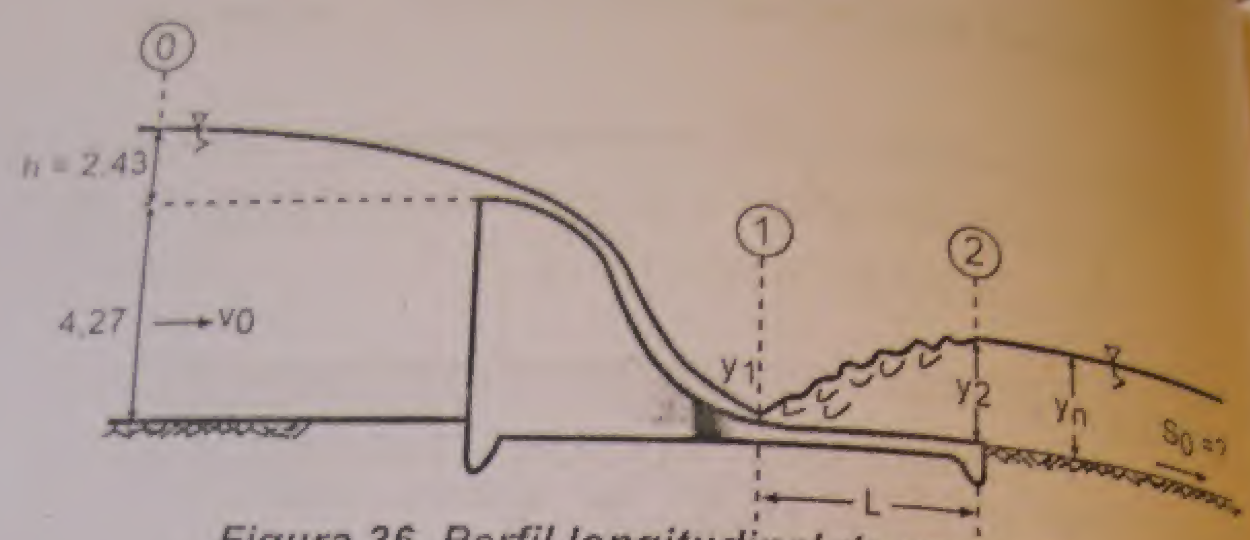


Figura 36, Perfil longitudinal de un canal

Determinar la pendiente necesaria en el canal para que el resalto hidráulico se inicie justo al pie de la caída, así como la longitud *L*, (usando la fórmula de Sieñchin), de la zona que debe revestirse. (Considerar como pérdida la energía por fricción sobre el cimancio 0,1 $v_1^2/2g$).

Solución

Datos:

Canal:

$n = 0.025$

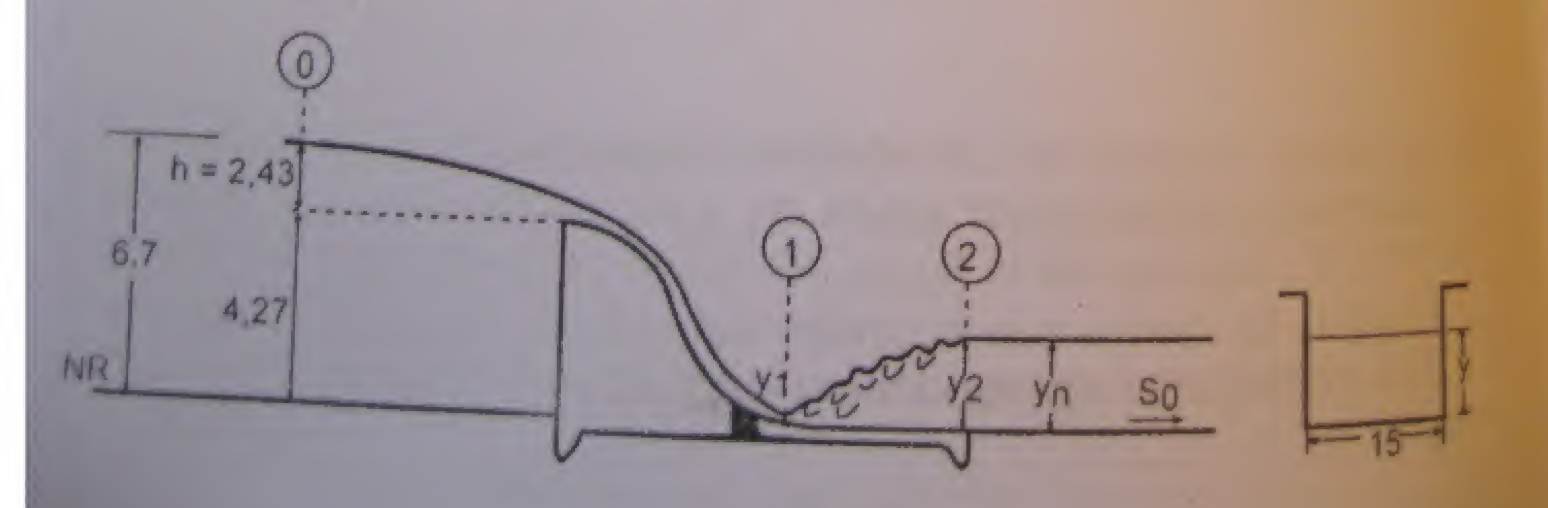
$Q = 112.5\ m^3/s$

$h_l = 0,1\ v_1^2/2g$

Se pide:

a. $S_0 = ?$

b. $L = ?$ con la fórmula de Sieñchin



1. Aplicando la ecuación de energía, tomando como NR el fondo del canal, se tiene:

$$Z_0 + y_0 + \frac{v_0^2}{2g} = Z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + 0.1\frac{v_1^2}{2g}$$

donde:

$$Z_0 = Z_1 = 0$$

$$v_0 = \frac{112.5}{15 \times 6.7} = 1.1194$$

luego:

$$6.7 + \frac{1.1194^2}{19.62} = y_1 + \frac{1.1}{2g}v_1^2$$

$$6.7639 = y_1 + \frac{1.1}{2g} \times \frac{Q^2}{A_1^2}$$

también:

$$6.7639 = y_1 + \frac{1.1}{19.662} \times \frac{112.5^2}{15^2 y_1^2}$$

$$y_1 + \frac{3.1537}{y_1^2} = 6.7639$$

2. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_1 = 0.7225$ m

3. De la ecuación de resalto hidráulico para una sección rectangular, para un régimen supercrítico conocido, se tiene:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}}$$

donde:

$y_1 = 0.7225$ m

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{112.5}{15} = 7.5$$

luego:

$$y_2 = -\frac{0.7225}{2} + \sqrt{\frac{2 \times 7.5^2}{9.81 \times 0.7225} + \frac{0.7225^2}{4}}$$

$y_2 = 3.6391$ m

4. De la ecuación de Sieñchin para una sección rectangular, se tiene:

$$L = 5\,(y_2 - y_1)$$
$$L = 5\,(3.6391 - 0.7225)$$
$$L = 14.5830 \text{ m}$$

5. Para que el resalto se inicie justo al pie de la caída, se debe cumplir que:

$$y_n = y_2 = 3.6391$$
$$A = by = 15 \times 3.6391 = 54.5865 \text{ m}^2$$
$$p = b + 2y = 15 + 2 \times 3.6391 = 22.2782 \text{ m}$$

6. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S_0^{\frac{1}{2}}$$

$$S_0 = \left(\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}}\right)^2$$

Sustituyendo valores, resulta:

$$S_0 = \left(\frac{112.5 \times 0.025 \times 22.2782^{\frac{2}{3}}}{54.5865^{\frac{5}{3}}}\right)^2$$

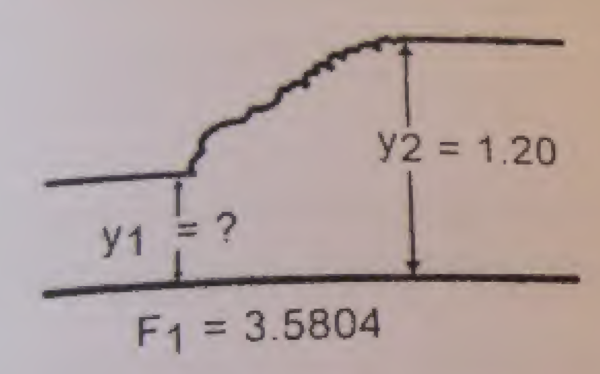
$\therefore S_0 = 0.0008 = 0.8$ ‰

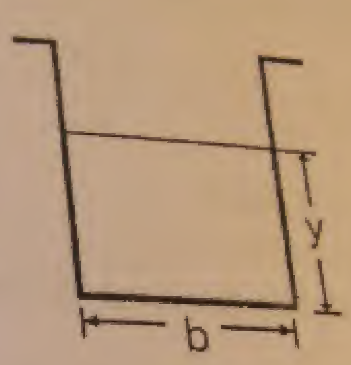
79. En un tramo de un canal rectangular se produce el resalto hidráulico. Sabiendo que el tirante aguas abajo del resalto es 1,20 m y que el número de Froude en la sección aguas arriba del resalto es 3,5804. Determinar las velocidades en ambas secciones.

Solución

Datos:
$F_1 = 3.5804$ m
$y_2 = 1.20$ m

Se pide:
$v_1 = ?$
$v_2 = ?$





1. Del MPPDC la ecuación para el resalto hidráulico para una sección rectangular en función de y_1, y_2 y F_1, se tiene:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{8F_1^2+1}-1\right)$$

de donde:

$$y_1 = \frac{2y_2}{\sqrt{8F_1^2+1}-1}$$

2. Sustituyendo valores conocidos, resulta:

$$y_1 = \frac{2\times 1.20}{\sqrt{8\times 3.5804^2+1}-1}$$

$$y_1 = 0.2615\, m$$

3. De la misma ecuación del resalto hidráulico, pero en función de y_1, y_2, F_2, se tiene:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{8F_2^{\,2} + 1} - 1\right)$$

$$\sqrt{8F_2^{\,2} + 1} = 2\frac{y_1}{y_2} + 1$$

$$F_2 = \sqrt{\frac{1}{8}\left[\left(2 \cdot \frac{y_1}{y_2} + 1\right)^2 - 1\right]}$$

4. Sustituyendo valores conocidos, resulta:

$$F_2 = \sqrt{\frac{1}{8}\left[\left(2 \times \frac{0.2615}{1.2} + 1\right)^2 - 1\right]}$$

$$F_2 = 0.3643$$

5. De la ecuación general del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

donde para una sección rectangular, se tiene:

$$A = b\,y$$

$$T = b$$

$$\frac{A}{T} = \frac{b\,y}{b} = y$$

Luego, el número de Froude, se expresa como:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

$$v = F\sqrt{gy} \quad \ldots (1)$$

6. Utilizando la ecuación (1), para las secciones (1) y (2), se tiene:

$$v_1 = F_1\sqrt{gy_1}$$

$$v_1 = 3.5804\sqrt{9.81\times 0.2615}$$

$$v_1 = 5.7346\ m/s$$

$$v_2 = F_2\sqrt{gy_2}$$

$$v_2 = 0.3643\sqrt{9.81\times 1.20}$$

$$v_2 = 1.2499\ m/s$$

80. En un canal rectangular de 0,75 m de ancho de solera, hay una compuerta que descarga por el fondo.

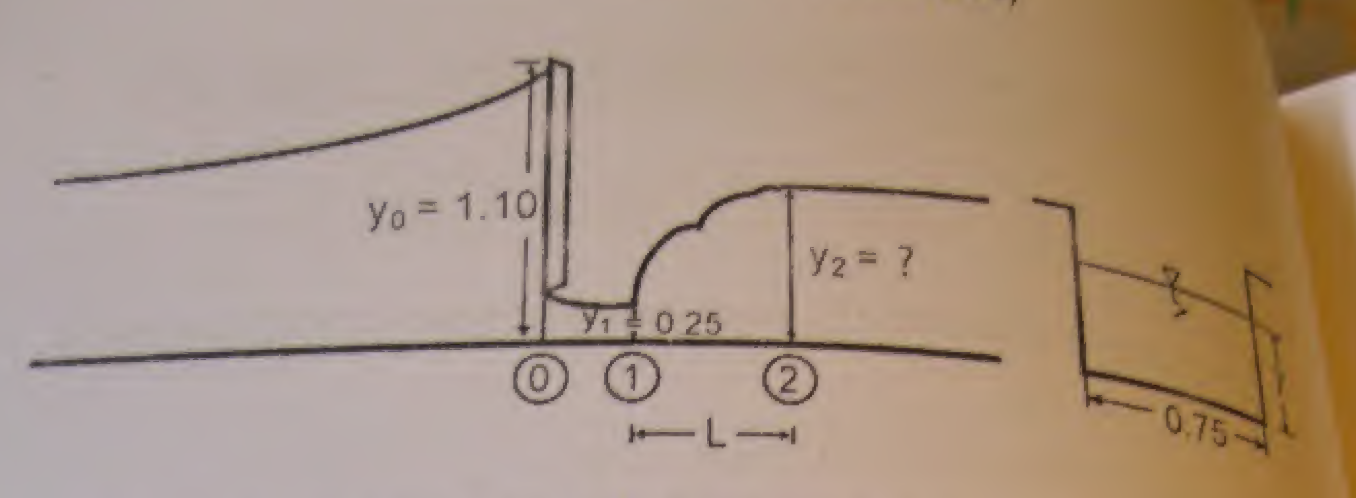
La abertura de la compuerta es tal que produce una vena líquida contraída con un tirante de 0,25 m y que luego forma un resalto.

Si inmediatamente aguas arriba de la compuerta el tirante es de 1,10 m, hallar la longitud del resalto aplicando la fórmula de Sieñchin (despreciar pérdidas en la compuerta).

Solución

Datos:
$b = 0.75$ m
$y_1 = 0.25$ m
$y_0 = 1.10$ m
$h_{f0-1} = 0$

Se pide:
$L = ?$ aplicando la fórmula de Sieñchin



1. Aplicando la ecuación de la energía entre los puntos 0 y 1, resulta:

$$y_0 + \frac{v_0^2}{2g} = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \underbrace{hf_{0-1}}_{0}$$

donde:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{b\,y} = \frac{q}{y}$$

luego:

$$y_o + \frac{q^2}{2gy_0^2} = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2}$$

$$y_0 - y_1 = \frac{q^2}{2g}\left(\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_0^2}\right)$$

$$y_0 - y_1 = \frac{q^2}{2g}\left(\frac{y_0^2 - y_1^2}{y_0^2 y_1^2}\right)$$

$$y_0 - y_1 = \frac{q^2}{2g}\frac{(y_0 + y_1)(y_0 - y_1)}{y_0^2 y_1^2}$$

$$\frac{q^2}{2g} = \frac{y_0^2 y_1^2}{y_0 + y_1}$$

$$q = \sqrt{\frac{2gy_0^2 y_1^2}{y_0 + y_1}} \quad \ldots (1)$$

2. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$q = \sqrt{\frac{2 \times 9.81 \times 1.10^2 \times 0.25^2}{1.10 + 0.25}}$$

$q = 1.0484$ m3/s/m

3. De la ecuación del resalto hidráulico para una sección rectangular, se tiene:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}} \quad \ldots (2)$$

4. Sustituyendo valores en (2), resulta:

$$y_2 = -\frac{0.25}{2} + \sqrt{\frac{2 \times 1.0484^2}{9.81 \times 0.25} + \frac{0.25^2}{4}}$$

$$y_2 = 0.83\, m$$

5. De acuerdo a la ecuación de Sieñchin para una sección rectangular, se tiene:

$$L = 5(y_2 - y_1)$$

$$L = 5(0.83 - 0.25)$$

$\therefore L = 2.9$ m

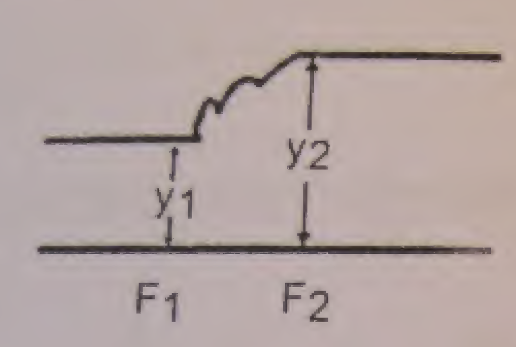
81. En un canal rectangular de 1,5 m de ancho de solera, se transporta un caudal de 5 m^3/s. En un cierto tramo de este canal, se produce un resalto hidráulico. Si el número de Froude para el tirante conjugado menor es 5 veces que para el tirante conjugado mayor, calcular:
a. La longitud del resalto usando la fórmula de Sieñchin

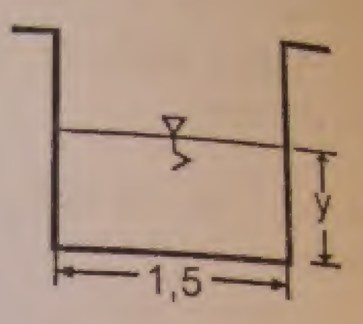
b. La energía disipada en el resalto

Solución

Datos:
$b = 1.5$ m
$Q = 5$ m^3/s
$F_1 = 5\ F_2$

Se pide:
a. $L = ?$ usando fórmula de Sieñchin
b. $\Delta E = ?$





1. De la ecuación general para el número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

donde para una sección rectangular, se tiene:

$$A = b\ y$$
$$T = b$$
$$\frac{A}{T} = \frac{b\ y}{b} = y$$

2. Luego, el número de Froude para una sección rectangular, se expresa como:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gy}} \quad \dots (1)$$

3. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{by} = \frac{q}{y}$$

luego de (1), se tiene:

$$F = \frac{\frac{q}{y}}{\sqrt{gy}}$$

$$F = \frac{q}{\sqrt{g}y^{3/2}}$$

$$\therefore F_1 = \frac{q}{\sqrt{g}y_1^{3/2}} \quad \dots (2)$$

$$F_2 = \frac{q}{\sqrt{g}y_2^{3/2}} \quad \dots (3)$$

4. Por condición del problema, se cumple que:

$$F_1 = 5F_2 \quad \dots (4)$$

5. Luego sustituyendo (2) y (3) en (4), resulta:

$$\frac{q}{\sqrt{g}y_1^{3/2}} = 5\frac{q}{\sqrt{g}y_2^{3/2}}$$

$$\frac{y_2}{y_1} = 5^{2/3}$$

$$y_2 = 5^{2/3}y_1 \quad \dots (5)$$

6. De los datos, se tiene que q, es:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{5}{1.5} = \frac{1}{0.3} = 3.3333$$

7. La ecuación del resalto hidráulico, para una sección rectangular, se expresa como:

$$y_2^{\,2} + y_1\, y_2 - \frac{2\, q^2}{g\, y_1} = 0 \quad \ldots (6)$$

8. Sustituyendo (5) en (6), resulta:

$$5^{\frac{4}{3}} y_1^2 + y_1 \times 5^{\frac{2}{3}} y_1 - \frac{2q^2}{gy_1} = 0$$

$$y_1^3 = \frac{2q^2}{5^{\frac{2}{3}}\left(5^{\frac{2}{3}} + 1\right)g}$$

$$y_1 = \sqrt[3]{\frac{2q^2}{5^{\frac{2}{3}}\left(5^{\frac{2}{3}} + 1\right)g}} \quad \ldots (7)$$

9. Sustituyendo valores en (7), se tiene:

$$y_1 = \sqrt[3]{\frac{2\left(\frac{1}{0.3}\right)^2}{5^{\frac{2}{3}}\left(5^{\frac{2}{3}} + 1\right) \times 9.81}}$$

$$y_1 = 0.5823\, m$$

10. Sustituyendo valores en la ecuación (5), resulta:

$$y_2 = 5^{\frac{2}{3}} \times 0.5823$$

$$y_2 = 1.7027\, m$$

11. De la ecuación de Sienchin para un canal rectangular, se tiene:

$$L = 5\,(y_2 - y_1)$$

$L = 5\ (1.7027 - 0.5823)$
$L = 5.6020\ m$

12. La pérdida de energía, es:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$\Delta E = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} - y_2 - \frac{q^2}{2gy_2^2}$$

$$\Delta E = 0.5823 + \frac{3.3333^2}{19.62 \times 0.5823^2} - 1.7027 - \frac{3.3333^2}{19.62 \times 1.7027^2}$$

$$\Delta E = 0.3545\ m - kg/kg$$

82. Demostrar que en un canal de sección rectangular se cumple que:

$$\Delta E = \frac{(\Delta y)^3}{4y_1y_2}$$

donde:

y_1, y_2: tirantes conjugados del resalto hidráulico
$\Delta y = y_1 - y_2$: altura del resalto
$\Delta E = E_1 - E_2$: pérdida de energía en el resalto

Demostración

Datos:
Sección rectangular
Resalto hidráulico

Se pide:
Demostrar

$$\Delta E = \frac{(\Delta y)^3}{4y_1y_2}$$

1. La pérdida de energía producida en el resalto hidráulico, se expresa como:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$\Delta E = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} - y_2 - \frac{v_2^2}{2g}$$

pero para un canal rectangular, de la ecuación de continuidad,
tiene:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{by} = \frac{q}{y}$$

luego:

$$\Delta E = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} - y_2 - \frac{q^2}{2gy_2^2}$$

$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \frac{q^2}{2g}\left(\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_1^2}\right)$$

$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \frac{q^2}{2g}\left(\frac{y_2^2 - y_1^2}{y_1^2 y_2^2}\right)$$

$$\Delta E = -(y_2 - y_1) + \frac{q^2}{2g}\frac{(y_2 + y_1)(y_2 - y_1)}{y_1^2 y_2^2}$$

$$\Delta E = (y_2 - y_1)\left[\frac{q^2}{2g} \times \frac{(y_2 + y_1)}{y_1^2 y_2^2} - 1\right] \quad \ldots (1)$$

2. De la ecuación de resalto hidráulico para una
rectangular, se cumple:

$$y_2^2 + y_1 y_2 - \frac{2q^2}{gy_1} = 0$$

de donde:

$$\frac{q^2}{g} = \frac{y_1}{2}\left(y_2^2 + y_1 y_2\right)$$

$$\frac{q^2}{g} = \frac{y_1 y_2}{2}(y_2 + y_1) \quad \ldots (2)$$

3. Sustituyendo (2) en (1), se tiene:

$$\Delta E = (y_2 - y_1)\left[\frac{y_1 y_2}{4}(y_2 + y_1)\frac{(y_2 + y_1)}{y_1^2 y_2^2} - 1\right]$$

$$\Delta E = (y_2 - y_1)\left[\frac{(y_2 + y_1)^2}{4 y_1 y_2} - 1\right]$$

$$\Delta E = (y_2 - y_1)\left(\frac{y_2^2 + 2 y_2 y_1 + y_1^2 - 4 y_1 y_2}{4 y_2 y_1}\right)$$

$$\Delta E = (y_2 - y_1)\left(\frac{y_2^2 - 2 y_2 y_1 + y_1^2}{4 y_2 y_1}\right)$$

$$\Delta E = (y_2 - y_1)\frac{(y_2 - y_1)^2}{4 y_2 y_1}$$

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_2 y_1} \quad \ldots (3)$$

pero $\Delta y = y_2 - y_1 \quad \ldots (4)$

4. Sustituyendo (4) en (3), se tiene:

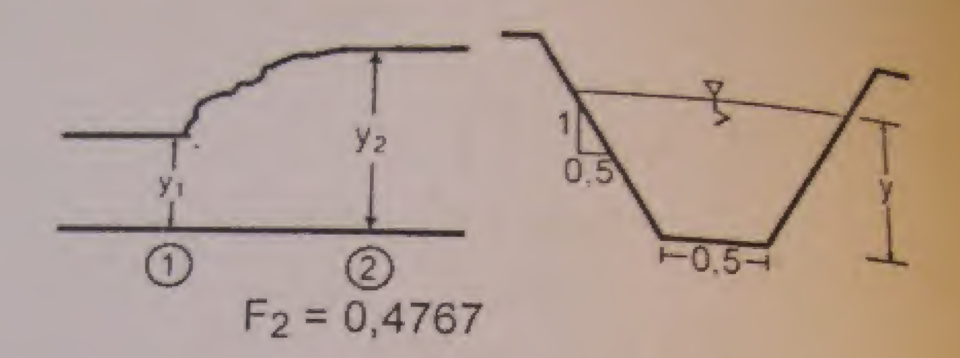
$$\therefore \; \Delta E = \frac{(\Delta y)^3}{4 y_1 y_2} \quad LQQD//$$

83. En un canal trapezoidal de ancho de solera 0,50 m y talud Z = 0,5, circula un caudal de 0,8 m^3/s. En un tramo del canal se produce un resalto hidráulico. Si el número de Froude en el punto aguas abajo del resalto es 0,4767. Indicar la velocidad en el punto donde se inicia el resalto.

Solución

Datos:
$b = 0.5$ m
$Z = 0.5$
$Q = 0.8$ m^3/s
$F_2 = 0.4767$

Se pide:
$v_1 = ?$



1. De la ecuación del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

$$F^2 = \frac{v^2}{g\frac{A}{T}} \quad \dots (1)$$

2. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A} \quad \dots (2)$$

3. Sustituyendo (2) en (1), se tiene:

$$F^2 = \frac{Q^2 T}{gA^3}$$

$$\frac{A^3}{T} = \frac{Q^2}{gF^2} \quad \dots (3)$$

donde para la sección ②, se tiene:

$$A = (b + Zy_2)y_2$$
$$A = (0.5 + 0.5y_2)y_2$$
$$A = 0.5(1 + y_2)y_2 = 0.5(y_2 + y_2^{\,2}) \quad \ldots (4)$$
$$T = b + 2Zy_2$$
$$T = 0.5 + 2 \times 0.5y_2$$
$$T = 0.5 + y_2$$

4. Sustituyendo valores conocidos en la ecuación (3), resulta:

$$\frac{0.5^3\left(y_2 + y_2^2\right)^3}{0.5 + y_2} = \frac{0.8^2}{9.81 \times 0.4767^2}$$
$$\frac{\left(y_2 + y_2^2\right)^3}{0.5 + y_2} = \frac{0.8^2}{0.125 \times 9.81 \times 0.4767^2}$$
$$\frac{\left(y_2 + y_2^2\right)^3}{0.5 + y_2} = 2.2967$$

5. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$y_2 = 0.8 \text{ m}$$

6. Sustituyendo valores en (4), se tiene:

$$A_2 = 0.5\,(0.8 + 0.8^2)$$
$$A_2 = 0.72 \text{ m}^2$$

7. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v_2 = \frac{Q}{A_2}$$
$$v_2 = \frac{0.8}{0.72}$$
$$v_2 = 1.1111 \text{ m/s}$$

8. De la ecuación de resalto hidráulico para un canal trapezoidal conocido el régimen subcrítico, se tiene:

$$J^4 + \frac{5t+2}{2}J^3 + \frac{(3t+2)(t+1)}{2}J^2 + \left[\frac{t^2}{2} + (t-6r)(t+1)\right]J - 6r(t+1)^2 = 0 \quad \dots (5)$$

donde:

$$J = \frac{y_1}{y_2} \quad \dots (6)$$

$$t = \frac{b}{Zy_2} = \frac{0.5}{0.5 \times 0.8} = 1.25$$

$$r = \frac{v_2^2}{2gy_2} = \frac{1.1111^2}{19.62 \times 0.8} = 0.07865$$

9. Sustituyendo valores en (5), se obtiene:

$$J^4 + \frac{5 \times 1.25 + 2}{2}J^3 + \frac{(3 \times 1.25 + 2)(1.25 + 1)}{2}J^2 +$$

$$\left[\frac{1.25^2}{2} + (1.25 - 6 \times 0.07865)(1.25 + 1)\right]J - 6 \times 0.07865(1.25 + 1)^2 = 0$$

$$J^4 + 4.1250J^3 + 6.46875J^2 + 2.5320J - 2.3890 = 0$$

10. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$J = 0.4052$

11. De la ecuación (6), se tiene:

$$J = \frac{y_1}{y_2}$$

$y_1 = J \times y_2$

$y_1 = 0.4052 \times 0.8$

$y_1 = 0.3242$ m

12. De la ecuación del área hidráulica, se tiene:

$A = (b + Z y)\, y$

$A_1 = (0.5 + 0.5 \times 0.3242) \times 0.3242$

$A_1 = 0.2147\ m^2$

13. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$v_1 = \frac{0.8}{0.2147}$$

$\therefore\ v_1 = 3.7261$ m/s

84. Un canal rectangular con un ancho de solera de 0,80 m conduce un caudal de 0,60 m^3/s. Si en un tramo de éste se produce un resalto hidráulico disipándose el 7,73% de la energía, hallar la longitud del resalto aplicando la fórmula de Sieñchin.

Solución

Datos:

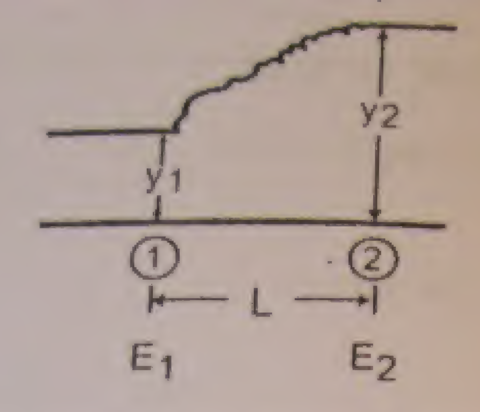
$b = 0.80$ m

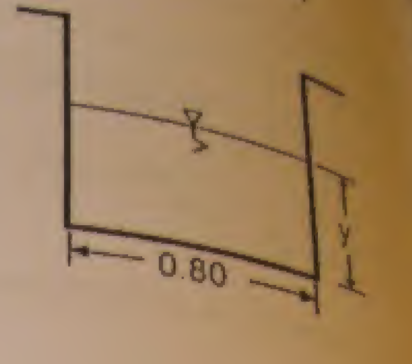
$Q = 0.6$ m3/s

$$\frac{\Delta E}{E_1} = 7.73\%$$

Se pide:

$L = ?$ aplicando la fórmula de Sieñchin





1. De la condición del problema, se tiene:

$$\frac{\Delta E}{E_1} = 7.73\%$$

$$\Delta E = 0.0773\ E_1 \quad \ldots (1)$$

2. De la demostración del problema 82, para un canal rectang en un resalto hidráulico, se cumple que:

$$\Delta E = \frac{(\Delta y)^3}{4 y_2 y_1}$$

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_2 y_1} \quad \ldots (2)$$

3. Igualando las ecuaciones (1) y (2), se tiene:

$$\frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_2 y_1} = 0.0773 E_1$$

$$\frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_2 y_1 E_1} = 0.0773$$

4. Pero, la energía especifica, se expresa como:

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

luego:

$$\frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_2y_1\left(y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2}\right)} = 0.0773$$

$$\frac{2gy_1^2(y_2 - y_1)^3}{4y_2y_1(2gy_1^3 + q^2)} = 0.0773$$

$$\frac{gy_1(y_2 - y_1)^3}{2y_2(2gy_1^3 + q^2)} = 0.0773 \; ... (3)$$

5. De la ecuación de resalto hidráulico para una sección rectangular, se tiene:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}} \quad ... (4)$$

6. Sustituyendo (4) en (3) a fin de tener una sola incógnita, resulta:

$$\frac{gy_1\left(-\frac{3}{2}y_1 + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}}\right)^3}{2\left(-\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}}\right)(2gy_1^3 + q^2)} = 0.0773$$

donde:

$$g = 9.81$$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{0.6}{0.8} = 0.75$$

luego:

$$\frac{y_1\left(-1.5y_1+\sqrt{\dfrac{2\times 0.75^2}{9.81y_1}+0.25y_1^2}\right)^3}{\left(-0.5y_1+\sqrt{\dfrac{2\times 0.75^2}{9.81y_1}+0.25y_1^2}\right)\left(19.62y_1^3+0.75^2\right)}=\frac{0.0773\times 2}{9.81}$$

$$f(y_1)=\frac{y_1\left(-1.5y_1+\sqrt{\dfrac{0.1147}{y_1}+0.25y_1^2}\right)^3}{\left(-0.5y_1+\sqrt{\dfrac{0.1147}{y_1}+0.25y_1^2}\right)\left(19.62y_1^3+0.5625\right)}=0.0159$$

7. Resolviendo por tanteos, resulta:

   $y_1 = 0.25\text{m}$

8. Sustituyendo valores en (4), resulta:

$$y_2=-\frac{0.25}{2}+\sqrt{\frac{2\times 0.75^2}{9.81\times 0.25}+\frac{0.25^2}{4}}$$

   $y_2 = 0.5637 \text{ m}$

9. De la fórmula de Sieñchin para una sección rectangular, se tiene:

   $L = 5\,(y_2 - y_1)$

   $L = 5\,(0.5637 - 0.25)$

   $\therefore\ L = 1.57 \text{ m}$

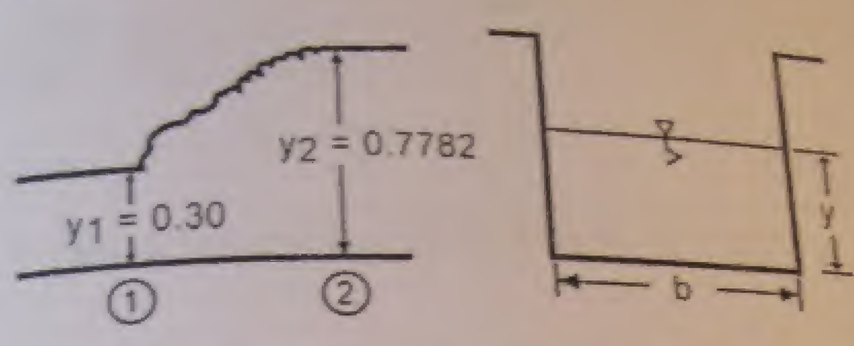
85. En un canal rectangular que conduce un caudal dado, se produce un resalto hidráulico, siendo los tirantes conjugados 0,30 m y 0,7782 m respectivamente.

Calcular la energía disipada en el resalto.

Solución

Datos:
$y_1 = 0.30$ m
$y_2 = 0.7782$ m

Se pide:
$\Delta E = ?$



De la ecuación de la energía disipada en el resalto hidráulico en función de los tirantes conjugados (demostrado en el problema 82), para una sección rectangular, se cumple:

$$\Delta E = \frac{(\Delta y)^3}{4 y_1 y_2} = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2}$$

$$\Delta E = \frac{(0.7782 - 0.3)^3}{4 \times 0.3 \times 0.7782}$$

$$\Delta E = 0.1171 \text{ m} - \text{kg/kg}$$

86. Un canal de sección rectangular, revestido de concreto (n = 0,014), con ancho de solera b = 0,80 m, conduce un caudal de 1,2 m^3/s.

En cierto lugar del perfil longitudinal tiene que vencer un desnivel, para lo cual se construye una rápida produciéndose el resalto hidráulico al pie de la rápida, como se muestra en la figura 37.

Calcular la pendiente del canal aguas abajo del resalto, sabiendo que la pérdida de energía producida por el resalto es 0,0824 m – kg / kg.

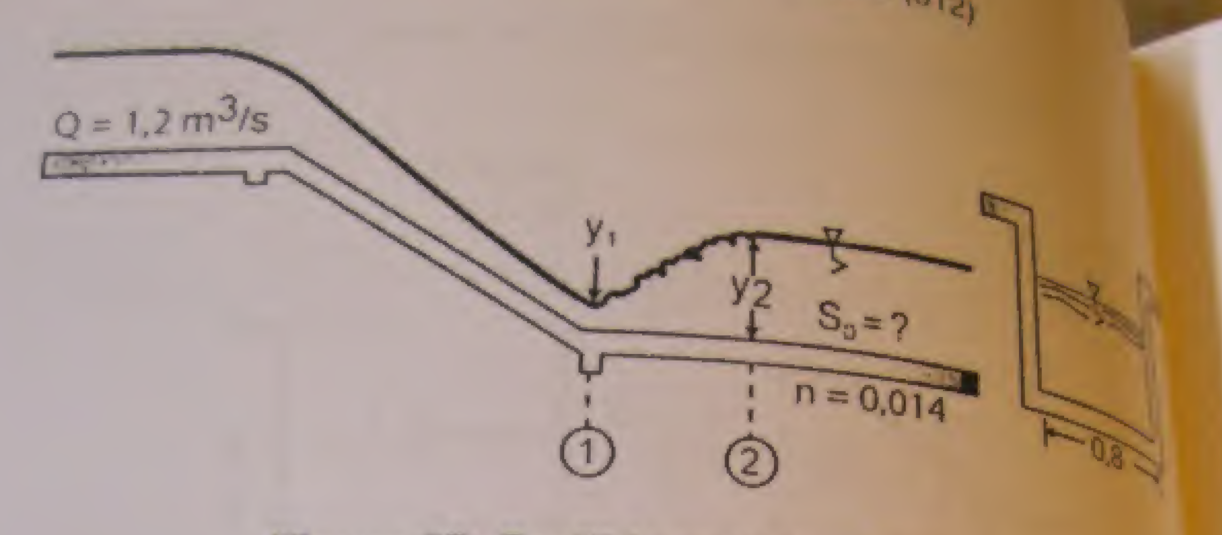


Figura 37. Perfil longitudinal del canal

Solución

Datos:
$b = 0.80$ m
$n = 0.014$
$Q = 1.2$ m^3/s
$\Delta E = 0.0824$ m – kg/kg

Se pide:
$S_o = ?$

1. De la ecuación de la energía disipada en el resalto para una sección rectangular, en función de los tirantes conjugados (demostrado en el problema 82), se tiene:

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} = 0.0842 \ \ldots (1)$$

2. De la ecuación de resalto para una sección rectangular, se tiene:

$$y_1 = -\frac{y_2}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{g y_2} + \frac{y_2^2}{4}}$$

donde:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{1.2}{0.8} = 1.5\, m^3/s/m$$

$$y_1 = -0.5y_2 + \sqrt{\frac{2\times 1.5^2}{9.81y_2} + 0.25y_2^2}$$

$$y_1 = -0.5y_2 + \sqrt{\frac{0.4587}{y_2} + 0.25y_2^2} \quad \ldots (2)$$

3. Sustituyendo (2) en (1), resulta:

$$\frac{\left(y_2 - 0.5y_2 - \sqrt{\frac{0.4587}{y_2} + 0.25y_2^2}\right)^3}{4y_2\left(-0.5y_2 + \sqrt{\frac{0.4587}{y_2} + 0.25y_2^2}\right)} = 0.0842$$

$$f(y_2) = \frac{\left(1.5y_2 - \sqrt{\frac{0.4587}{y_2} + 0.25y_2^2}\right)^3}{y_2\left(-0.5y_2 + \sqrt{\frac{0.4587}{y_2} + 0.25y_2^2}\right)} = 0.3296$$

4. Resolviendo por tanteos, resulta:

$y_2 = 0.8895$ m

5. Después del resalto se produce un flujo uniforme con:

$y_n = y_2$

6. De la ecuación de Manning se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}}S_0^{\frac{1}{2}}$$

$$S_0 = \left(\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}} \right)^2 \quad \dots (3)$$

donde para una sección rectangular, se tiene:

$A = b\,y = 0.8 \times 0.8895 = 0.7116 m^2$

$p = b + 2y = 0.8 + 2 \times 0.8895 = 2.5790$ m

7. Sustituyendo valores en (3), resulta:

$$S_0 = \left(\frac{1.2 \times 0.014 \times 2.5790^{\frac{2}{3}}}{0.7116^{\frac{5}{3}}} \right)^2$$

$S_o = 0.0031$

$\therefore\ S_o = 3.1\ ^0/_{00}$

87. Demostrar que en un canal rectangular se cumple la siguiente relación:

$$y_c^3 = \frac{y_1 y_2 (y_1 + y_2)}{2}$$

donde:

y_c = tirante crítico
y_1= tirante conjugado menor
y_2= tirante conjugado mayor

Demostración

Datos:
Resalto hidráulico, sección rectangular

Se pide:
Demostrar que:

$$y_c^3 = \frac{y_1 y_2 (y_1 + y_2)}{2}$$

1. De la ecuación de resalto hidráulico para una sección rectangular, se tiene:

$$y_2^2 + y_1 y_2 - \frac{2q^2}{g y_1} = 0$$

$$\frac{q^2}{g} = \frac{y_1}{2}\left(y_2^2 + y_1 y_2\right)$$

$$\frac{q^2}{g} = \frac{y_1 y_2}{2}\left(y_2 + y_1\right) \ldots (1)$$

2. De la relación de tirante crítico, para una sección rectangular, se tiene:

$$y_c^3 = \frac{q^2}{g} \ \ldots (2)$$

3. Sustituyendo (1) en (2), resulta:

$$y_c^{\ 3} = \frac{y_1 y_2}{2}\left(y_1 + y_2\right)$$

$$y_c^{\ 3} = \frac{y_1 y_2 \left(y_1 + y_2\right)}{2} \quad L.Q.Q.D.//$$

88. Un canal de conducción transporta un caudal de 1,5 m³/s y tiene que atravesar una montaña por un túnel en sección parabólica, como se muestra en la figura 38.

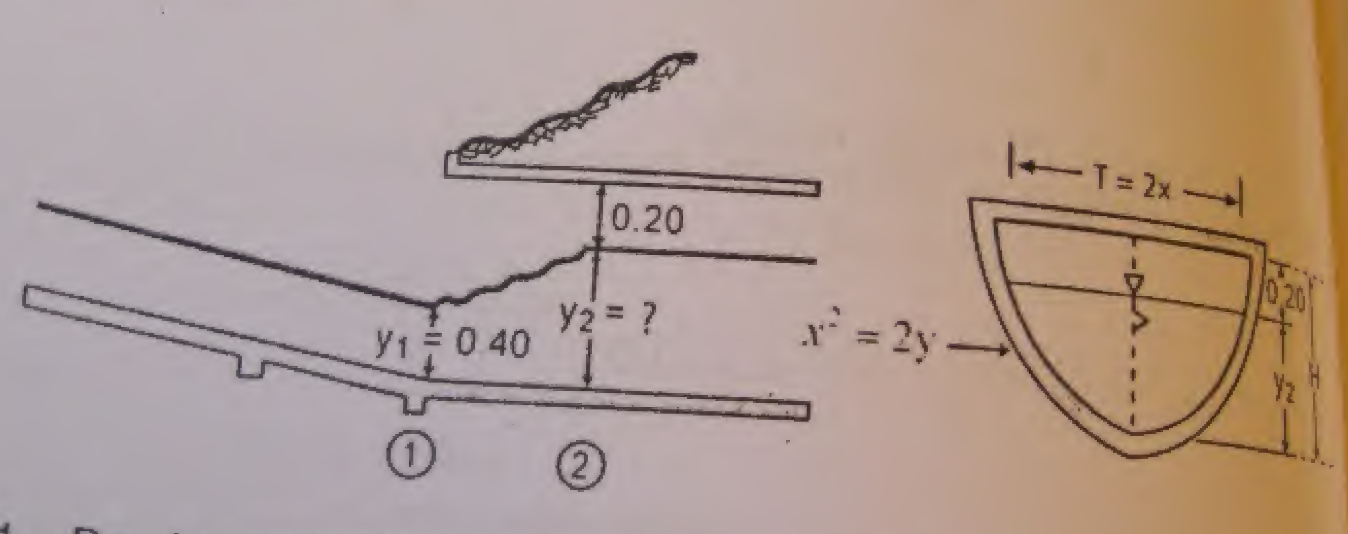
Si se produce un resalto hidráulico en el portal de entrada con un tirante y = 0,40 m; indicar cuál debe ser la altura mínima del túnel para que se tenga un bordo libre dentro de él de 0,20 m.

Figura 38. Perfil longitudinal del canal

Solución

Datos:
$Q = 1.5\ m^3/s$
$B.L = 0.20\ m$
$y_1 = 0.40\ m$

Se pide:
$H = ?$



1. De la ecuación del resalto hidráulico para una sección parabólica, conocido el régimen supercrítico, se tiene:

$$J^4 - \left(\frac{5}{3}F_1^2 + 1\right)J^{1.5} + \frac{5}{3}F_1^2 = 0 \ \dots (1)$$

donde:

$$J = \frac{y_2}{y_1} \ \dots (2)$$

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{\frac{2}{3} g y_1}} \quad \ldots (3)$$

2. De la ecuación de la parábola, se tiene:

$$x^2 = 2\,y_1$$

$$x = \sqrt{2\,y_1}$$

$$x = \sqrt{2 \times 0.4}$$

$$x = 0.8944 \text{ m}$$

3. De la figura, se observa que el espejo de agua es:

$$T = 2\,x$$

$$T = 2 \times 0.8944$$

$$T = 1.7888 \text{ m}$$

4. De la tabla 1.1 del MPPDC, se tiene:

$$A = \frac{2}{3} T y$$

$$A_1 = \frac{2}{3} \times 1.7888 \times 0.4$$

$$A_1 = 0.4770 \text{ m}^2$$

5. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$v_1 = \frac{1.5}{0.4770}$$

$$v_1 = 3.1447 \; m/s$$

6. Sustituyendo valores en (3), resulta:

$$F_1 = \frac{3.1447}{\sqrt{\frac{2}{3}\times 9.81\times 0.4}}$$

$$F_1 = 1.9443$$

7. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$J^4 - \left(\frac{5}{3}\times 1.9443^2 + 1\right)J^{1.5} + \frac{5}{3}\times 1.9443^2 = 0$$

$$J^4 - 7.3005\,J^{1.5} + 6.3005 = 0$$

8. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$$J = 1.8823$$

9. De la ecuación (2), se tiene:

$$y_2 = J\,y_1$$

$$y_2 = 1.8823\times 0.4$$

$$y_2 = 0.7529\ m$$

10. La profundidad total, será:

$$H = y_2 + 0.2$$

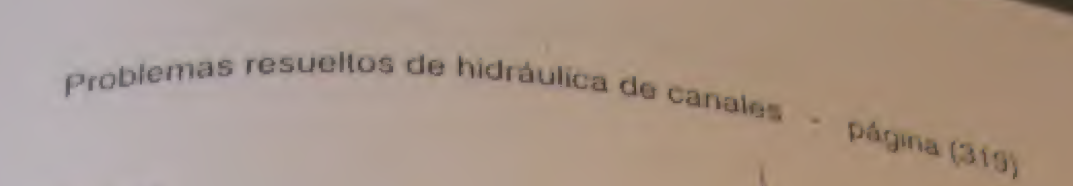
$$H = 0.7529 + 0.2$$

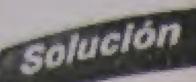
$$H = 0.9529\ m$$

89. En un cierto tramo de un canal de sección rectangular se tiene una compuerta. El canal tiene un ancho de solera de 1,20 m, pendiente 0,5 ‰ y coeficiente de rugosidad 0,014.

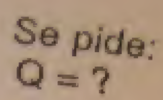
La compuerta hace que se produzca un resalto hidráulico inmediatamente después de la vena contraída, con una longitud del resalto igual a 4 m (usando la fórmula de Sieñchin).

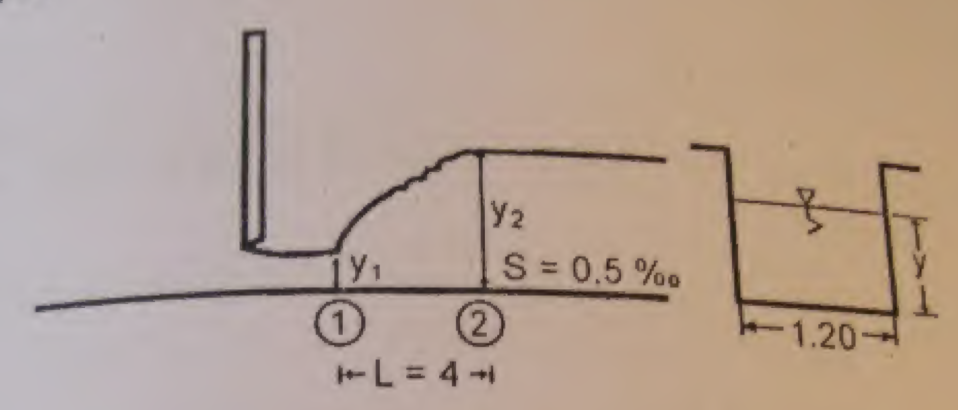
Indicar cuál es el caudal en el canal.





Datos:
$b = 1.20$ m
$S = 0.5$ ‰
$n = 0.014$
$L = 4$ m





1. Si se produce el resalto hidráulico, en ② se tendrá el flujo uniforme subcrítico, por lo cual:

$$y_2 = y_n$$

2. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{5/3}}{p^{2/3}}S^{1/2} \quad \ldots (1)$$

donde para la sección rectangular, se tiene:

$$A = 1.20\, y_2$$

$$p = 1.20 + 2\, y_2$$

3. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$Q = \frac{1}{0.014} \times \frac{(1.20\, y_2)^{5/3}}{(1.20 + 2\, y_2)^{2/3}} \times 0.0005^{1/2}$$

$$Q = \frac{1.20^{5/3} \times 0.0005^{1/2}\, y_2^{\,5/3}}{0.014 \times 2^{2/3}\,(0.6 + y_2)^{2/3}} \quad \cdots (2)$$

4. De la ecuación de Sieñchin para el resalto hidráulico para u... sección rectangular, se tiene:

$$L = 5\,(y_2 - y_1)$$
$$4 = 5\,(y_2 - y_1)$$
$$0.8 = y_2 - y_1$$
$$y_1 = y_2 - 0.8 \quad \ldots (3)$$

5. De la ecuación del resalto hidráulico para una secció... rectangular, se tiene:

$$y_2 + y_1 - \frac{2\,q^2}{g\,y_1\,y_2} = 0$$
$$q^2 = \frac{g\,y_1\,y_2(y_1 + y_2)}{2} \quad \ldots (4)$$

6. Sustituyendo (3) en (4), resulta:

$$q^2 = \frac{g\,(y_2 - 0.8)\,y_2(y_2 - 0.8 + y_2)}{2}$$
$$q^2 = \frac{9.81 y_2\,(y_2 - 0.8)(2\,y_2 - 0.8)}{2}$$
$$q^2 = 9.81\,y_2\,(y_2 - 0.8)(y_2 - 0.4)$$
$$q = \sqrt{9.81}\,\sqrt{y_2\,(y_2 - 0.8)(y_2 - 0.4)}$$

7. Pero:

$$Q = q\,b = 1.2\,\sqrt{9.81}\,\sqrt{y_2\,(y_2 - 0.8)(y_2 - 0.4)} \quad \ldots (5)$$

8. Igualando (1) y (5), resulta:

$$\frac{1.20^{5/3}\times 0.0005^{1/2}\ y_2^{5/3}}{0.014\times 2^{2/3}\,(0.6+y_2)^{2/3}} = 1.2\sqrt{9.81}\ \sqrt{y_2\,(y_2-0.8)(y_2-0.4)}$$

$$\frac{\sqrt{y_2\,(y_2-0.8)(y_2-0.4)}\,(0.6+y_2)^{2/3}}{y_2^{5/3}} = \frac{1.20^{5/3}\times 0.0005^{1/2}}{0.014\times 2^{2/3}\times 1.2\sqrt{9.81}}$$

$$\frac{\sqrt{y_2\,(y_2-0.8)(y_2-0.4)}\,(0.6+y_2)^{2/3}}{y_2^{5/3}} = 0.3628$$

9. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$y_2 = 0.9192\ m$$

10. Sustituyendo valores en la ecuación (5), resulta:

$$Q = 1.2\sqrt{9.81}\ \sqrt{0.9192\,(0.9192-0.8)(0.9192-0.4)}$$

$$\therefore\ Q = 0.8965\ m^3/s$$

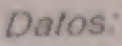
90. Un canal trapezoidal construido en tierra, con ancho de solera 1,5 m, talud 1,5, coeficiente de rugosidad 0,025 y con una pendiente de 0,6 ‰, conduce un caudal de 2 m³/s.

Este canal debe atravesar una quebrada, para lo cual se construye un puente canal, revestido (n = 0,015), de sección rectangular, siguiendo la misma pendiente (0,6 ‰) y con el mismo ancho de solera (1,5 m).

Para el paso del canal al puente canal y de este al canal se construyen transiciones con la misma pendiente.

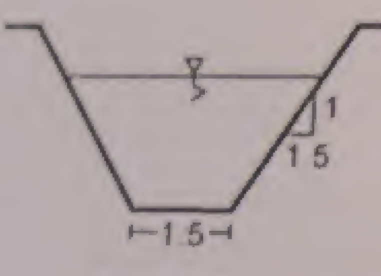
¿Se producirá resalto hidráulico, para esas condiciones?

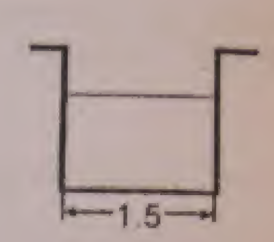
Solución

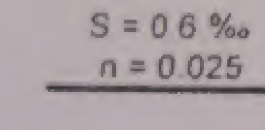


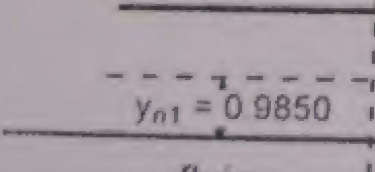
Datos:
Canal:
$b = 1.5$ m
$Z = 1.5$
$n = 0.025$
$S = 0.6$ ‰
$Q = 2\ m^3/s$
Puente canal:
$b = 1.5$ m
$S = 0.6$ ‰
$n = 0.013$

Se pide:
¿Se producirá resalto hidráulico por la singularidad del puente canal?









1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{5/3}}{p^{2/3}}S^{1/2}$$

$$\frac{A^2}{p^5} = \left(\frac{Q \times n}{S^{1/2}}\right)^3 \quad \ldots (1)$$

2. Para el canal trapezoidal, se tiene:

$$A = (1.5 + 1.5\,y)y = 1.5\left(y + y^2\right) \quad \ldots (2)$$
$$p = 1.5 + 2\sqrt{1 + 1.5^2}\,y$$
$$p = 1.5 + 3.6056\,y \quad \ldots (3)$$
$$T = 1.5 + 2 \times 1.5\,y$$
$$T = 1.5 + 3\,y \quad \ldots (4)$$

3. Sustituyendo (2) y (3) en (1), se tiene:

$$\frac{1.5^5\left(y + y^2\right)^5}{(1.5 + 3.6056\,y)^2} = \left(\frac{2 \times 0.025}{0.0006^{1/2}}\right)^3$$

$$\frac{\left(y + y^2\right)^5}{(1.5 + 3.6056y)^2} = 1.1200$$

4. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$$y = 0.9850\,m$$

5. Sustituyendo el valor de *y* en (2), resulta:

$$A = 1.5\left(0.9850 + 0.9850^2\right)$$
$$A = 2.9328\,m^2$$

6. Sustituyendo el valor de *y* en (4), resulta:

$$T = 1.5 + 3 \times 0.9850$$
$$T = 4.4550\,m$$

7. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{2}{2.9328}$$

$$v = 0.6819\,m/s$$

8. De la ecuación del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

$$F = \frac{0.6819}{\sqrt{9.81 \times \frac{2.9328}{4.4550}}}$$

$F = 0.2683$ < 1 por lo que produce un flujo subcrítico

9. Para el canal rectangular, se tiene:

$A = 1.5y$ ... (5)

$p = 1.5 + 2y$ ... (6)

10. Sustituyendo (5) y (6) en (1), resulta:

$$\frac{1.5^5 y^5}{(1.5+2y)^2} = \left(\frac{2 \times 0.014}{0.0006^{1/2}}\right)^3$$

$$\frac{y^5}{(1.5+2y)^2} = 0.1967$$

11. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$y = 1.2603\,m$

12. Sustituyendo el valor de y en (5), resulta:

$A = 1.5 \times 1.2603$

$A = 1.8905$ m^2

13. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{2}{1.8905}$$

$$v = 1.0579\, m/s$$

14. De la ecuación del número de Froude, se tiene:

$$F = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{T}}}$$

$$F = \frac{1.0579}{\sqrt{9.81 \times \frac{1.8905}{1.5}}}$$

$F = 0.3009 < 1$ por lo que se produce un flujo subcrítico

15. Como se muestra en la figura 39, en los tres tramos se produce un flujo subcrítico, por lo que no se produce resalto hidráulico. Recordar que para que se produzca el resalto hidráulico, se debe pasar de un régimen supercrítico a un régimen subcrítico.

Figura 39. Perfil longitudinal

91. Un canal de sección trapezoidal conduce un caudal de 3 m^3/s, tiene un ancho de solera de 2 m, un talud de Z = 1 y $n = 0{,}014$.

En cierto tramo, se tiene que el perfil longitudinal del canal es como se muestra en la figura 40, manteniendo la misma sección transversal para los puntos que se indican.

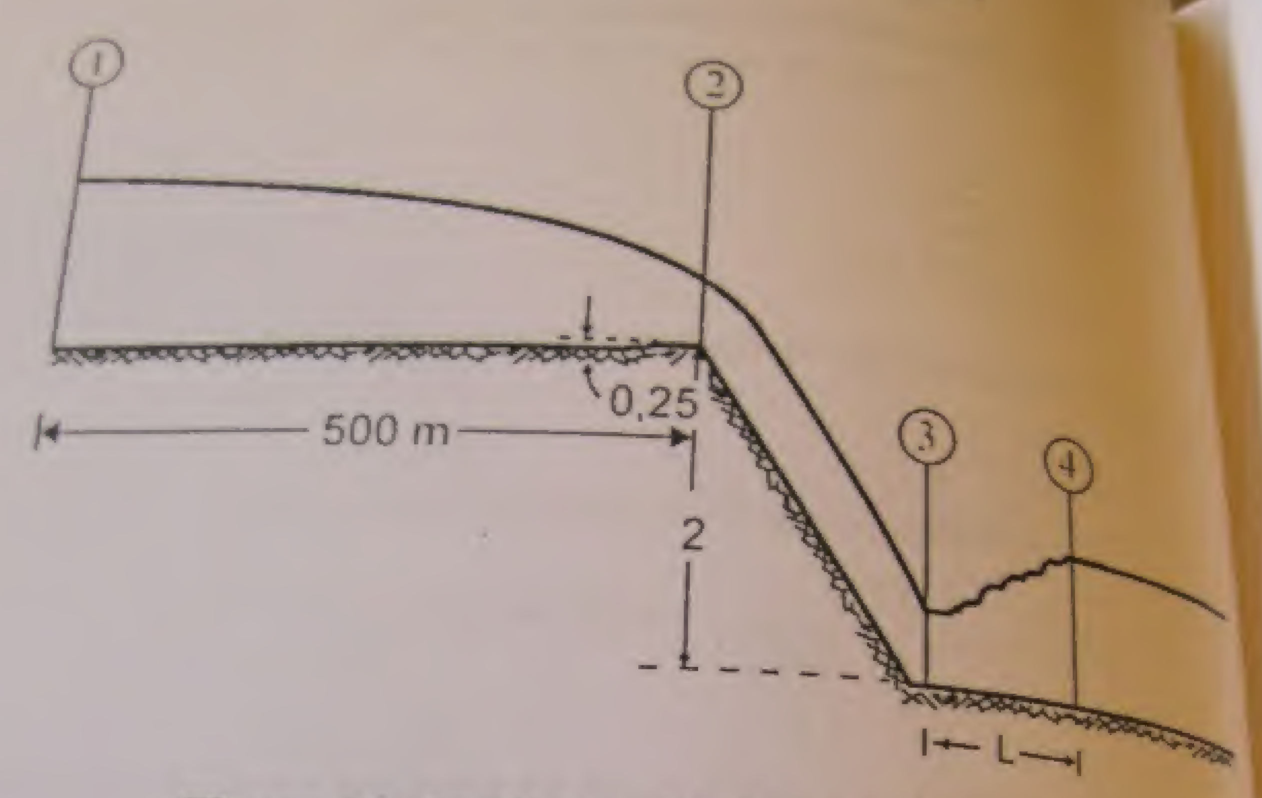


Figura 40. Perfil longitudinal de un canal

Calcular;

a. Las velocidades en las secciones ①,②, ③ y ④.
Suponer que las pérdidas se calculan con las fórmulas siguientes:

Tramo 1-2: $h_{l1\text{-}2} = S_E L$

$$S_E = \left(\frac{\bar{v} \times n}{\bar{R}^{2/3}}\right)^2$$

$$\bar{v} = \frac{(v_1 + v_2)}{2} ; \bar{R} = \frac{(R_1 + R_2)}{2}$$

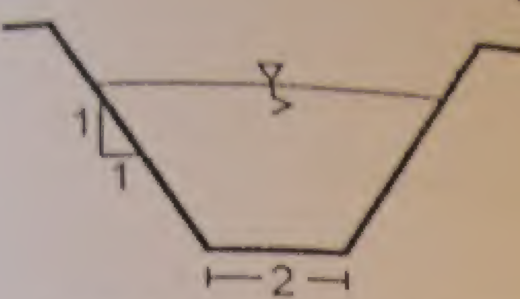
Tramo 2 – 3: $h_{l2\text{-}3} = 0{,}1\dfrac{v_3^2}{2g}$

b. La longitud del resalto y pérdida de energía del tramo 3-4. (Usar la fórmula de Sieñchin).

Solución

Datos:
$Q = 3\ m^3/s$
$n = 0.014$

Se pide:
a. $v_1, v_2, v_3, v_4 = ?$
b. $L = ?$, $\Delta E_{3\text{-}4} = ?$



1. En el perfil longitudinal, la sección ② es una sección de control, allí ocurre el flujo crítico, luego:

$$y_2 = y_c$$

2. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^{\,3}}{T_c}$$

donde:

$$A_c = (b + Z\,y_c)y_c$$

$$A_c = (2 + y_c)y_c = 2y_c + y_c^{\,2}$$

$$T_c = b + 2Zy_c$$

$$T_c = 2 + 2y_c = 2(1 + y_c)$$

luego:

$$\frac{9}{9.81} = \frac{\left(2y_c + y_c^{\,2}\right)^3}{2(1 + y_c)}$$

$$\frac{\left(2y_c + y_c^{\,2}\right)^3}{1 + y_c} = 1.8349$$

3. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_2 = y_c = 0.5551\ m$

4. De la ecuación del área hidráulica, se tiene:

$$A = (b + Zy)y$$

$$A_2 = (2 + 0.5551) \times 0.5551$$

$$A_2 = 1.4183\ m^2$$

5. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v_2 = \frac{3}{1.4183}$$

$$v_2 = 2.1152\ m/s$$

6. De la ecuación de energía específica, se tiene:

$$E_2 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$E_2 = 0.5551 + \frac{2.1152^2}{19.62}$$

$$E_2 = 0.7831\ m\text{-}kg/kg$$

7. En la sección ② el flujo es crítico, mientras que en la sección ① el flujo debe ser subcrítico.

Aplicando la ecuación de la energía entre las secciones ① y ②, se tiene:

$$E_1 = E_2 + h_{f1\text{-}2}$$

$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = 0.25 + E_2 + h_{f1\text{-}2} \quad \text{... (1)}$$

donde de acuerdo con las condiciones del problema, se tiene:

$$h_{f1-2} = \left[\frac{\left(\frac{v_1 + v_2}{2} \right) n}{\left(\frac{R_1 + R_2}{2} \right)^{\frac{2}{3}}} \right]^2 L$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{3}{(2 + y_1) y_1}$$

$$R_1 = \frac{A_1}{p_1} = \frac{(2 + y_1) y_1}{2 + 2\sqrt{2} y_1} = \frac{(2 + y_1) y}{2 + 2.8284 y_1}$$

$$R_2 = \frac{A_2}{p_2} = \frac{1.4183}{2 + 2\sqrt{2} \times 0.5551} = 0.3973\, m$$

es decir:

$$h_{f1-2} = \frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^2} \times \frac{\left[\frac{3}{(2 + y_1) y_1} + 2.1152 \right]^2}{\left[\frac{(2 + y_1) y_1}{2 + 2.8284 y_1} + 0.3973 \right]^{\frac{4}{3}}} \times 0.014^2 \times 500$$

$$h_{f1-2} = 0.0617 \times \frac{\left[\frac{3}{(2 + y_1) y_1} + 2.1152 \right]^2}{\left[\frac{(2 + y_1) y_1}{2 + 2.8284 y_1} + 0.3973 \right]^{\frac{4}{3}}}$$

8. sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$y_1 + \frac{9}{19.62[(2+y_1)y_1]^2} = 0.25 + 0.7831 + 0.0617\frac{\left[\frac{3}{(2+y_1)y_1} + 2.1152\right]^2}{\left[\frac{(2+y_1)y_1}{2+2.8284y_1} + 0.3973\right]^{\frac{4}{3}}}$$

$$y_1 + \frac{0.4587}{[(2+y_1)y_1]^2} - 0.0617\frac{\left[\frac{3}{(2+y_1)y_1} + 2.1152\right]^2}{\left[\frac{(2+y_1)y_1}{2+2.8284y_1} + 0.3973\right]^{\frac{4}{3}}} = 1.0331$$

9. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

   $y_1 = 1.3841$ m

Como $y_1 = 1.3841$ m $< yc = 0.5551$ m se produce un flujo subcrítico

10. De la ecuación para el área hidráulica, se tiene:

   $A = (b + Zy)\ y$

   $A_1 = (2 + 1.3841)\ 1.3841$

   $A_1 = 4.6839$ m^2

11. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v_1 = \frac{3}{4.6839}$$

   $v_1 = 0.6405$ m/s

12. En la sección ② el flujo es crítico, mientras que en la sección ③, el flujo debe ser supercrítico.

Aplicando la ecuación de la energía entre las secciones ② y ③, tomando como *N.R.* el fondo del canal del tramo ③ – ④, se tiene:

$$2 + E_2 + = y_3 + \frac{v_3^2}{2g} + h_{f2-3}$$

$$2 + 0.7831 = y_3 + \frac{v_3^2}{2g} + 0.1\frac{v_3^3}{2g}$$

$$2.7831 = y_3 + \frac{1.1}{2g}v_3^2$$

$$2.7831 = y_3 + \frac{1.1}{2g} \times \frac{Q^2}{A_3^2}$$

$$2.7831 = y_3 + \frac{1.1}{19.62} \times \frac{9}{[(2 + y_3)y_3]^2}$$

$$y_3 + \frac{0.5046}{[(2 + y_3)y_3]^2} = 2.7831$$

13. Resolviendo por tanteos, las soluciones positivas, son:

$y_3' = 0.20085 < y_c = 0.5551$ (produce flujo supercrítico)

$y_3'' = 2.7802 > y_c = 0.5551$ (produce flujo subcrítico)

Se toma la solución que produce un flujo supercrítico, por lo tanto:

$y_3 = 0.20085$ m

14. De la ecuación del área hidráulica, se tiene:

$A = (b + Zy)\ y$

$A_3 = (2 + 0.20085)\ 0.20085$

$A_3 = 0.4420\ m^2$

15. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v_3 = \frac{3}{0.4420}$$

$$v_3 = 6.7867\ m/s$$

16. En el tramo ③ – ④, se produce el resalto hidráulico, con un tirante conjugado menor $y_3 = 0.20085$ m conocido.
De la ecuación de resalto hidráulico para una sección trapezoidal con régimen supercrítico conocido, se tiene:

$$J^4 + \frac{5t+2}{2}J^3 + \frac{(3t+2)(t+1)}{2}J^2 + \left[\frac{t^2}{2} + (t-6r)(t+1)\right]J - 6r(t+1)^2 = 0$$

donde: ... (2)

$$y_1 = y_3$$
$$y_2 = y_4$$
$$J = \frac{y_2}{y_1} \ \ldots (3)$$
$$t = \frac{b}{Zy_1}$$
$$r = \frac{v_1^2}{2gy_1}$$

luego:

$$t = \frac{2}{0.20085} = 9.9577$$

$$r = \frac{6.7867^2}{19.62 \times 0.20085} = 11.6882$$

17. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$J^4 + \frac{5 \times 9.9577 + 2}{2}J^3 + \frac{(3 \times 9.9577 + 2)(9.9577 + 1)}{2}J^2$$
$$+ \left[\frac{9.9577^2}{2} + (9.9577 - 6 \times 11.6882)(9.9577 + 1)\right]J$$

$$-6\times 11.6882(9.9577+1)^2=0$$

$$J^4+25.8943J^3+174.6279J^2-609.7634J-8420.4965=0$$

18. Resolviendo por tanteos, se obtiene:
$J = 5.77886$

19. De la ecuación (3), se obtiene:
$y_2 = J\, y_1$
$y_2 = 5.77886 \times 0.20085$
$\therefore\ y_4 = y_2 = 1.1607$ m

20. De la ecuación del área hidráulica, se tiene:
$A = (b + Z\, y)\, y$
$A_4 = (2 + 1.1607)\ 1.1607$
$A_4 = 3.6686\ m^2$

21. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v=\frac{Q}{A}$$

$$v_4=\frac{3}{3.6686}$$

$$v_4=0.8178\ m/s$$

22. De la ecuación de Sieñchin para un canal trapezoidal con Z = 1, se tiene:
$L = 10.6\ (y_4 - y_3)$
$L = 10.6\ (1.1607 - 0.20085)$
$L = 10.1744$ m

23. La pérdida de energía en el resalto, es:

$$\Delta E=E_3-E_4$$

$$\Delta E = \left(y_3 + \frac{v_3^2}{2g} \right) - \left(y_4 + \frac{v_4^2}{2g} \right)$$

$$\Delta E = \left(0.20085 + \frac{6.7867^2}{19.62} \right) - \left(1.1607 + \frac{0.8178^2}{19.62} \right)$$

$$\therefore \ \Delta E = 1.3536\, m - kg / kg$$

920. El perfil longitudinal de un canal es como se muestra en la figura 41 y conduce un caudal de 1,5 m^3/s.

El canal es de sección trapezoidal a lo largo del perfil longitudinal, con ancho de solera 1 m, talud 1,5, pero en la sección ②, se produce una sobreelevación del fondo de 0,15 m, además para efectuar la limpieza del canal y que no quede agua almacenada se diseña con una ventana cuyo ancho es de 0,20 m.

Suponiendo que las pérdidas en el tramo ② - ③, se calcula con:

$$h_{f2\text{-}3} = S_E L$$

donde:

$$S_E = \left(\frac{\overline{v} \cdot n}{\overline{R}^{2/3}} \right)^2 \qquad \overline{v} = \frac{v_2 + v_3}{2} \qquad \overline{R} = \frac{R_2 + R_3}{2}$$

Indicar dónde se produce el resalto hidráulico (si se produce), es decir, si el resalto será claro, ahogado o barrido. Justificar con cálculos su respuesta.

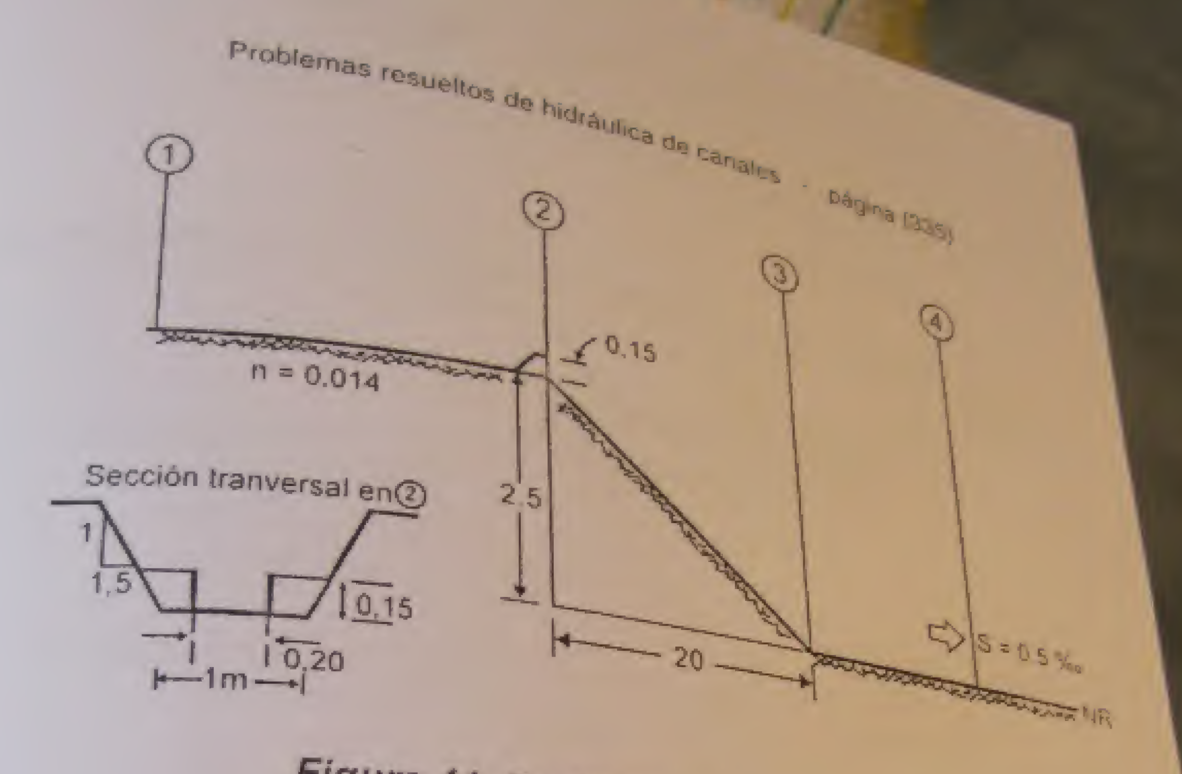


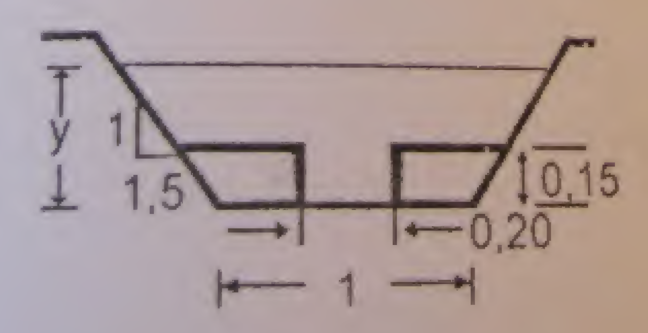
Figura 41. Perfil longitudinal del canal

Solución

Datos:
$Q = 1.5\ m^3/s$
$n = 0.014$
$h_{f1\text{-}2} = S_E\, L$

Se pide:
¿Dónde se produce el resalto?

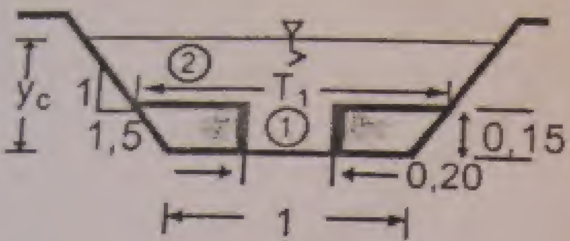
Sección ②:



1. En la sección ② se presenta el flujo crítico, luego de la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g}=\frac{A_c^3}{T_c} \quad \ldots (1)$$

2. Descomponiendo la sección transversal en 2 áreas parciales, se tiene:



Sección rectangular:

$A_1 = 0.20 \times 0.15$
$A_1 = 0.03\ m^2 \quad \ldots (2)$

$p_1 = 0.20 + 2 \times 0.15$
$p_1 = 0.50\ m \quad \ldots (3)$

$T_1 = 1 + 2 \times 1.5 \times 0.15$
$T_1 = 1.45\ m \quad \ldots (4)$

Sección Trapezoidal:

$$A_2 = [T_1 + Z(y_c - 0.15)](y_c - 0.15)$$
$$A_2 = [1.45 + 1.5(y_c - 0.15)](y_c - 0.15)$$
$$A_2 = (1.5y_c - 1.225)(y_c - 0.15) \quad \ldots (5)$$

$T_c = T_1 + 2Z\,(y_c - 0.15)$
$T_c = 1.45 + 2 \times 1.5\,(y_c - 0.15)$
$T_c = 3y_c + 1 \quad \ldots (6)$

$$p_2 = T_1 - 0.20 + 2\sqrt{1+Z^2}\,(y_c - 0.15)$$
$$p_2 = 1.45 - 0.20 + 2\sqrt{1+1.5^2}\,(y_c - 0.15)$$

$p_2 = 3.6065 y_c + 0.7092 \quad \ldots (7)$

3. Sumando las ecuaciones (2) y (5), se tiene:

$A_c = A_1 + A_2$

$A_c = 0.03 + (1.5y_c + 1.225)(y_c - 0.15) \quad \ldots (8)$

4. Sumando las ecuaciones (3) y (7), se tiene:

$p_c = p_1 + p_2$

$p_c = 0.5 + 3.6065\ y_c + 0.7092$

$p_c = 3.6065\ y_c + 1.2092 \quad \ldots (9)$

5. Sustituyendo los datos y las ecuaciones (8) y (6) en (1), resulta:

$$\frac{1.5^2}{9.81} = \frac{[(1.5y_c + 1.225)(y_c - 0.15) + 0.03]^3}{3y_c + 1}$$

$$\frac{[(1.5y_c + 1.225)(y_c - 0.15) + 0.03]^3}{3y_c + 1} = 0.2294$$

6. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$y_2 = y_c = 0.5487$ m

7. Sustituyendo valores en (8), resulta:

$A_c = 0.03 + (1.5 \times 0.5487 + 1.225)(0.5487 - 0.15)$

$A_c = 0.8466\ m^2$

8. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v_c = \frac{Q}{A_c}$$

$$v_c = \frac{1.5}{0.8466}$$

$$v_2 = v_c = 1.7718\ m/s$$

9. Sustituyendo valores en (9), se tiene:

$p_c = 3.6065 \times 0.5487 + 1.2092$

$p_c = 3.1881$ m

10. De la relación de radio hidráulico, se tiene:

$$R_c = \frac{A_c}{p_c}$$

$$R_c = \frac{0.8466}{3.1881}$$

$$R_2 = R_c = 0.2656\,m$$

11. Aplicando la ecuación de energía entre las secciones ② y ③, tomando como *N.R* el que se muestra en la figura del problema, se tiene:

$$2.5 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} = y_3 + \frac{v_3^2}{2g} + h_{f2-3} \quad \ldots (10)$$

donde:

$$y_2 = y_c = 0.5487 \text{ m}$$
$$v_2 = v_c = 1.7718 \text{ m/s}$$

$$v_3 = \frac{1.5}{(1+1.5y_3)y_3}$$

$$h_{f2-3} = S_E \times L$$

$$L = \sqrt{2.5^2 + 20^2} = 20.1556$$

$$S_E = \left(\frac{\bar{v} \times n}{\bar{R}^{\frac{2}{3}}}\right)^2 \quad \ldots (11)$$

$$\bar{v} = \frac{v_2 + v_3}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{1.7718 + \frac{1.5}{(1+1.5y_3)y_3}}{2}$$

$$\bar{v} = 0.8859 + \frac{0.75}{(1+1.5y_3)y_3}$$

$$R_2 = \frac{(1+1.5y_1)y_1}{1+2\sqrt{1+1.5^2}\,y_1} = \frac{(1+1.5y_1)y_1}{1+3.6056y_1}$$

$$R = \frac{R_1+R_2}{2}$$

$$R = \frac{0.2656 + \dfrac{(1+1.5y_1)y_1}{1+3.6056y_1}}{2}$$

$$R = 0.1328 + \frac{(0.5+0.75y_1)y_1}{1+3.6056y_1}$$

12. Sustituyendo valores en (11), se tiene:

$$S_E = \left(\frac{\left(0.8859 + \dfrac{0.75}{(1+1.15y_1)y_1}\right) \times 0.014}{\left(0.1328 + \dfrac{(0.5+0.75y_1)y_1}{1+3.6056y_1}\right)^{\frac{2}{3}}} \right)^2$$

13. Sustituyendo valores en (10), se tiene:

$$2.5 + 0.5487 + \frac{1.7718^2}{19.62} = y_1 + \frac{\dfrac{1.5^2}{\left[(1+1.5y_1)y_1\right]^2}}{19.62}$$

$$+ \left(\frac{\left(0.8859 + \dfrac{0.75}{(1+1.15y_1)y_1}\right) \times 0.014}{\left(0.1328 + \dfrac{(0.5+0.75y_1)y_1}{1+3.6056y_1}\right)^{\frac{2}{3}}} \right)^2 \times 20.1556$$

$$y_3 + \frac{0.1147}{[(1+1.5y_3)y_3]^2} + 0.0040\frac{\left(0.8859 + \frac{0.75}{(1+1.15y_3)y_3}\right)^2}{\left(0.1328 + \frac{(0.5+0.75y_3)y_3}{1+3.6056y_3}\right)^{\frac{4}{3}}} = 3.20\ldots$$

14. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$y_3 = 0.17352$ m

15. Para decidir donde se produce el resalto hidráulico, se requiere calcular el tirante conjugado mayor y_4, conocido y_3 (tirante conjugado menor) y el tirante normal y_n del tramo después que se produce el resalto hidráulico.

Si $y_4 > y_n$ el resalto será barrido

Si $y_4 = y_n$ el resalto es claro y se inicia justo en el cambio de pendiente.

Si $y_4 < y_n$ el resalto será ahogado y se ubica en el plano de mayor pendiente.

16. De la ecuación de resalto hidráulico para una sección trapezoidal con régimen supercrítico conocido, se tiene:

$$J^4 + \frac{5t+2}{2}J^3 + \frac{(3t+2)(t+1)}{2}J^2 + \left[\frac{t^2}{2} + (t-6r)(t+1)\right]J - 6r(t+1)^2 = 0 \quad \ldots(12)$$

donde:

$y_1 = y_3 = 0.17352$ m

$y_2 = y_4$

$$J = \frac{y_2}{y_1} \quad \ldots (13)$$

$$t = \frac{b}{Zy_1}$$

$$r = \frac{v_1^2}{2gy_1}$$

luego:

$$t = \frac{1}{1.5 \times 0.17352}$$

t = 3.8420

$$v_1 = \frac{Q}{A}$$

$$v_1 = \frac{1.5}{(1 + 1.5 \times 0.17352)0.17352}$$

$$v_1 = 6.8592\ m/s$$

$$r = \frac{6.8592^2}{19.62 \times 0.17352}$$

$$r = 13.8197$$

17. Sustituyendo valores en (12) se obtiene:

$$J^4 + \frac{5 \times 3.8420 + 2}{2} J^3 + \frac{(3 \times 3.8420 + 2)(3.8420 + 1)}{2} J^2 +$$

$$\left[\frac{3.8420^2}{2} + (3.8420 - 6 \times 13.8197)(3.8420 + 1)\right] J$$

$$-6 \times 13.8197(3.8420 + 1)^2 = 0$$

$$J^4 + 10.6050J^3 + 32.7464J^2 - 375.5065J - 1944.0142 = 0$$

18. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$J = 5.7005$

19. De la ecuación (13), se obtiene:

$y_2 = J\, y_1$

$y_2 = 5.7005 \times 0.17352$

20. De la ecuación de Manning, para el tramo después que se produce el resalto hidráulico, se tiene:

$$\left(\frac{Q\times n}{S^{\frac{1}{2}}}\right)^3 = \frac{A^5}{p^2} \quad \dots (15)$$

donde:

$Q = 1.5\ m^3/s$
$n = 0.014$
$S = 0.5‰ = 0.0005$
$A = (1 + 1.5\ y_n)\ y_n = y_n + 1.5\ y_n^2$

$$p = 1 + 2\sqrt{1+1.5^2}\ y_n$$

$p = 1 + 3.6056 y_n$

21. Sustituyendo valores en (15), se tiene:

$$\frac{\left(y_n + 1.5y_n^{\ 2}\right)^5}{\left(1+3.6056y_n\right)^2} = \left(\frac{1.5\times 0.014}{0.0005^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{\left(y_n + 1.5y_n^{\ 2}\right)^5}{\left(1+3.6056y_n\right)^2} = 0.8283$$

22. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_n = 0.7622$ m

23. Comparando resultados, se tiene:

$y_4 = 0.9892 > y_n = 0.7622$

por lo que el resalto es barrido.

93. En un proyecto de riego, se tiene un canal secundario, de sección trapezoidal que conduce un caudal de 0,8 m^3/s. El canal está trazado en tierra con un coeficiente de rugosidad 0,025, talud 1,5 y ancho de solera 1m.
En cierto tramo, el canal debe seguir el perfil que se muestra en la figura 42.

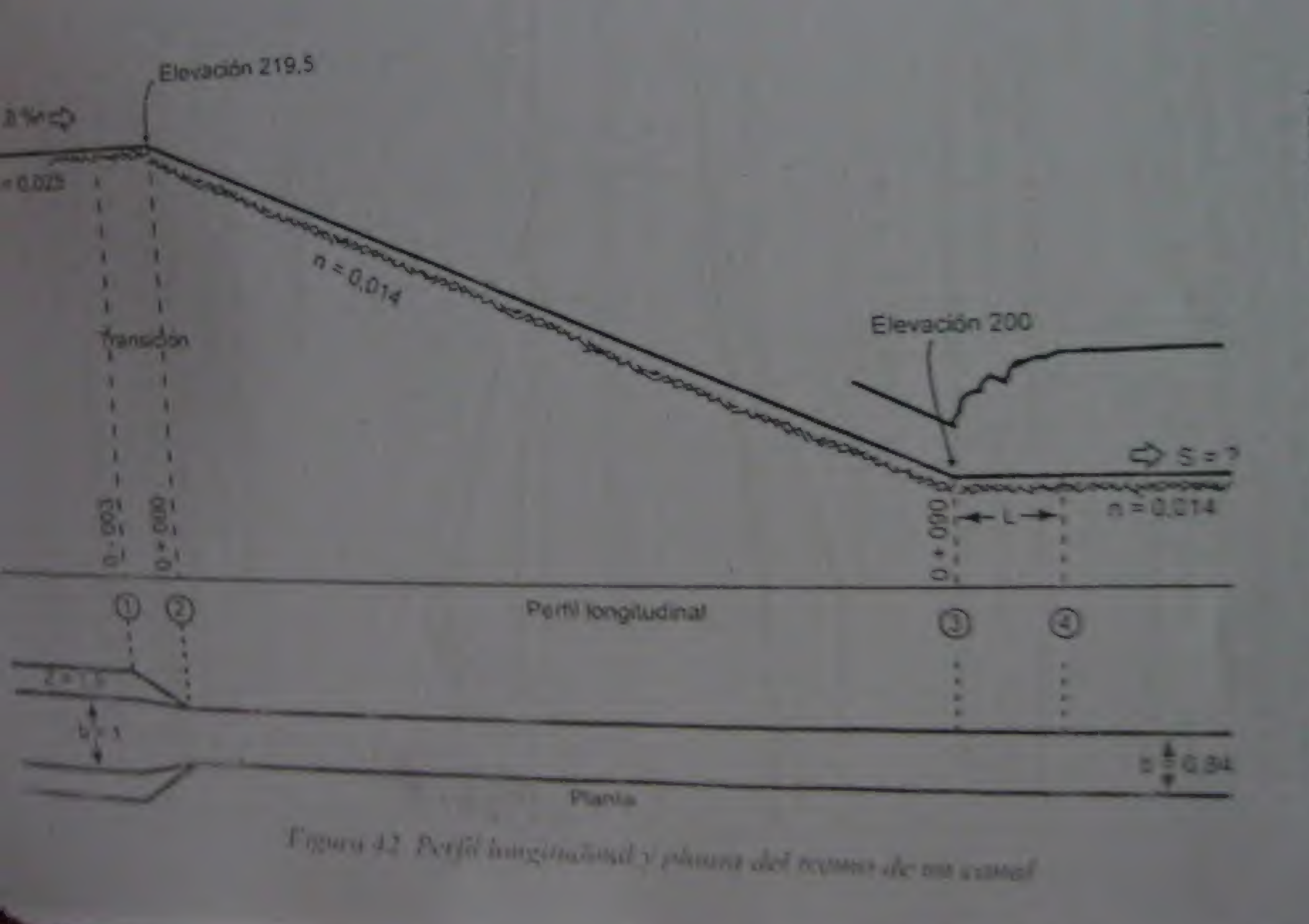


Figura 42 Perfil longitudinal y planta del tramo de un canal

Para salvar la diferencia de altura, se desea diseñar una rápida de sección rectangular, con una transición de entrada en forma alabeada. La rápida y el canal que sigue después de la rápida tienen un ancho de solera de 0,84 m y un coeficiente de rugosidad de 0,014.

Se le pide:

a. Realizar el diseño de la transición de entrada, en forma alabeada (figura 43), que permita pasar del canal de sección trapezoidal a la sección rectangular de la rápida.

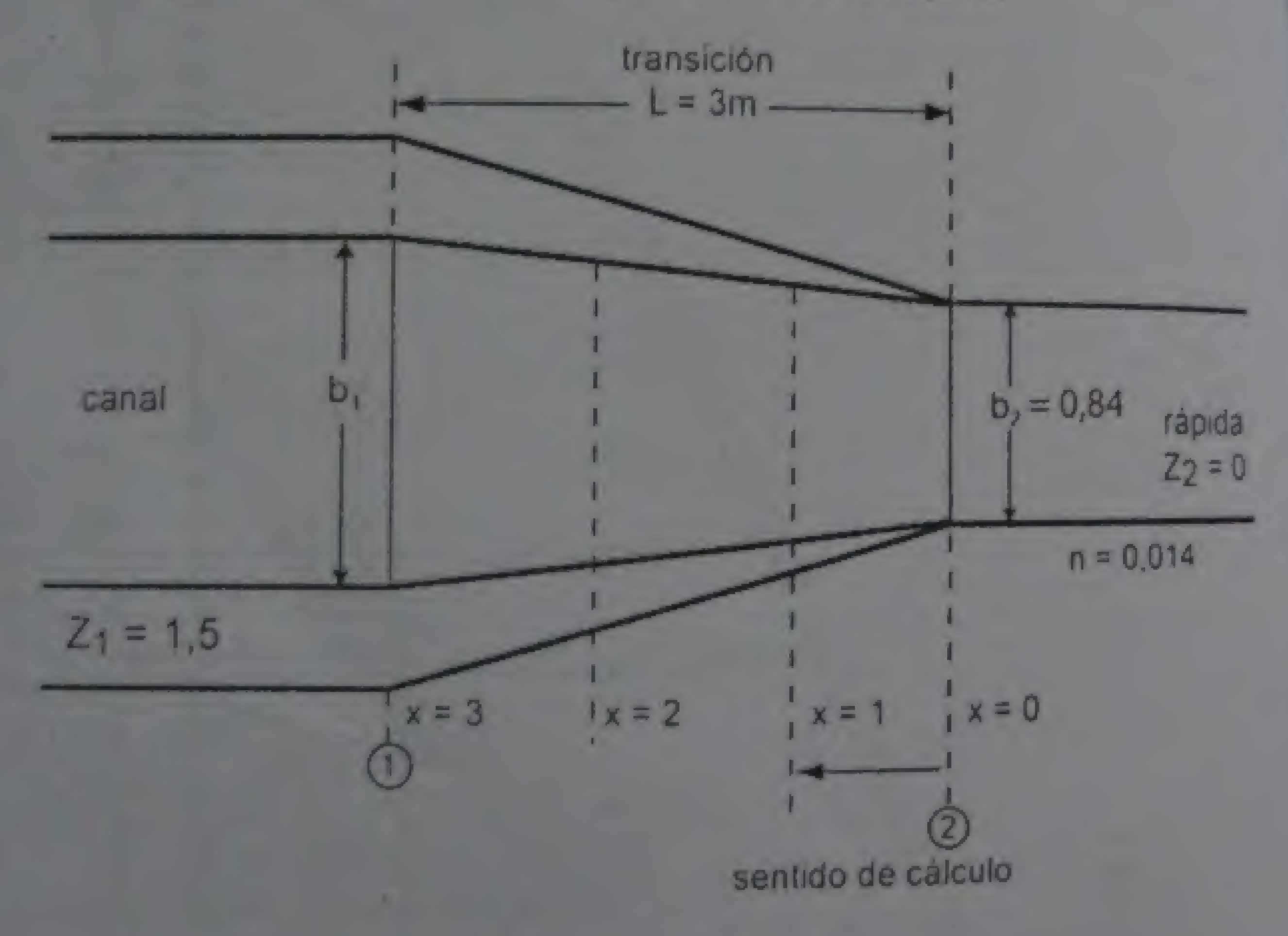


Figura 43. Transición de entrada

Considerar que la longitud de la transición es de 3 m. Usar las siguientes ecuaciones:

1. Ancho de solera en cada sección:

$$bx = b_2 + (b_1 - b_2)\frac{x}{L}\left[1-\left(1-\frac{x}{L}\right)^{hb}\right]$$

donde:

$$hb = 0{,}8 - 0{,}26 \times Z_1^{1/2}$$

2. Talud en cada sección:

$$Zx = Z_1\left[1-\left(1-\frac{x}{L}\right)^{1/2}\right]$$

3. Pérdidas por cambio de dirección:

$$hf = K\left(\frac{v_i^2 - v_{i+1}^2}{2g}\right)$$

donde para una transición de entrada alabeada, $K = 0{,}1$.

Los resultados, se deben mostrar resumidos, de acuerdo con la siguiente tabla:

x	Z_x	b_x	y_x	v_x	E_x
0					
1					
2					
3					

Considerando que en la sección ③ de la figura 42 ya se consiguió el tirante normal de la rápida y que en esta sección ③, se inicia el resalto hidráulico, calcular:

b. La pendiente del tramo del canal aguas abajo de la rápida.
c. La eficiencia del resalto.
d. La longitud del resalto usando la fórmula de Sieñchin.
e. La altura del resalto.
f. Indicar cual es el tipo de resalto, de acuerdo a la clasificación del U. S. Bureau of Reclamation.

Solución

Datos:
$Q = 0.80\ m^3/s$
Canal de entrada
$b = 1$ m
$Z = 1.5$
$n = 0.025$
Rápida y canal rectangular
$b = 0.84$ m
$n = 0.014$

Se pide:
a. *Diseñar transición alabeada*
b. *S tramo canal después de la rápida*
c. *Eficiencia del resalto*
d. *L resalto*
e. *Altura del resalto*
f. *Tipo de resalto según U.S. Bureau of Reclamation*

1. La sección ② es una sección de control donde se produce flujo crítico, justamente a partir de ella se realizan los cálculos de la transición alabeada.

2. De la ecuación del flujo crítico para una sección rectangular, se tiene:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{0.8^2}{9.81 \times 0.84^2}}$$

$yc = 0.4522$ m

3. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v_c = \frac{Q}{A}$$

$$v_c = \frac{0.8}{0.84 \times 0.4522}$$

$v_c = 2.1061$ m/s

4. Para la sección ② aplicando la ecuación de la energía específica, se tiene:

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E = 0.4522 + \frac{2.1061^2}{19.62}$$

$E = 0.6783$ m-kg/kg ... (1)

5. Por datos del problema, se tiene:

$$h_b = 0.8 - 0.26 Z_1^{\frac{1}{2}}$$

$$h_b = 0.8 - 0.26 \times 1.5^{\frac{1}{2}}$$

$h_b = 0.4816$

6. El ancho de solera a una distancia *x* de la sección ② (figura 43), se calcula con la ecuación:

$$b_x = b_2 + (b_1 - b_2)\frac{x}{L}\left[1 - (1 - \frac{x}{L})^{h_b}\right]$$

$$b_x = 0.84 + (1 - 0.84)\frac{x}{3}\left[1 - (1 - \frac{x}{3})^{0.4816}\right]$$

$$b_x = 0.84 + \frac{0.16}{3}x\left[1 - (1 - \frac{x}{3})^{0.4816}\right]$$

Para valores de $x = 0, 1, 2$ y 3, se tiene:

x	bx
0	0.84
1	0.8495
2	0.8838
3	1

7. El talud a una distancia x de la sección ② (figura 43), se calcula con la ecuación:

$$Z_x = Z_1\left[1-(1-\frac{x}{L})^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$Z_x = 1.5\left[1-(1-\frac{x}{3})^{\frac{1}{2}}\right]$$

Para valores de x = 0, 1, 2 y 3, se tiene:

x	Zx
0	0
1	0.2753
2	0.6340
3	1.5

8. Aplicando la ecuación de la energía entre las secciones $x = 1$ y ②, se tiene:

$$E_{x1} = E_2 + 0.1\left(\frac{v_2^2 - v_{x1}^2}{2g}\right)$$

$$y_{x1} + \frac{v_{x1}^2}{2g} = 0.6783 + 0.1\frac{v_2^2}{2g} - 0.1\frac{v_{x1}^2}{2g}$$

$$y_{x1} + 1.1\frac{v_{x1}^2}{2g} = 0.6783 + \frac{0.1}{19.62}\left(\frac{0.8}{0.84\times 0.4522.}\right)^2$$

$$y_{x1} + \frac{1.1}{19.62}\left(\frac{0.8}{(0.8495+0.2753y_{x1}).y_{x1}}\right)^2 = 0.7009$$

$$y_{x1} + \frac{0.03588}{[(0.8495+0.2753y_{x1}).y_{x1}]^2} = 0.7009$$

9. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_{x1} = 0.6065$ m

10. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v_{x1} = \frac{0.8}{(0.8495 + 0.2753 \times 0.6065) \times 0.6065}$$

$v_{x1} = 1.2977$ m/s

11. La energía específica en $x = 1$, es:

$$E_{x1} = 0.6065 + \frac{1.2977^2}{19.62}$$

$E_{x1} = 0.6923$ m-kg/kg

12. Aplicando la ecuación de la energía entre las secciones $x = 2$ y $x = 1$, se tiene:

$$E_{x2} = E_{x1} + 0.1\left(\frac{v_{x1}^2 - v_{x2}^2}{2g}\right)$$

$$y_{x2} + \frac{v_{x2}^2}{2g} = 0.6923 + 0.1\frac{v_{x1}^2}{2g} - 0.1\frac{v_{x2}^2}{2g}$$

$$y_{x2} + 1.1\frac{v_{x2}^2}{2g} = 0.6923 + \frac{0.1}{19.62} \times 1.2977^2$$

$$y_{x2} + \frac{1.1}{19.62}\left(\frac{0.8}{(0.8838 + 0.6340y_{x2})y_{x2}}\right)^2 = 0.70088$$

$$y_{x2} + \frac{0.03588}{[(0.8838 + 0.6340y_{x2})y_{x2}]^2} = 0.70088$$

13. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_{x2} = 0.6504$ m

14. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v_{x2} = \frac{0.8}{(0.8838 + 0.6340 \times 0.6504) \times 0.6504}$$

$v_{x2} = 0.9490$ m/s

15. La energía específica en x = 2, es:

$$E_{x2} = 0.6504 + \frac{0.9490^2}{19.62}$$

$E_{x2} = 0.6963$ m-kg/kg

16. Aplicando la ecuación de la energía entre las secciones $x = 3$ y x = 2, se tiene:

$$E_{x3} = E_{x2} + 0.1\left(\frac{v_{x2}^2 - v_{x3}^2}{2g}\right)$$

$$y_{x3} + \frac{v_{x3}^2}{2g} = 0.6963 + 0.1\frac{v_{x2}^2}{2g} - 0.1\frac{v_{x3}^2}{2g}$$

$$y_{x3} + 1.1\frac{v_{x3}^2}{2g} = 0.6963 + \frac{0.1}{19.62} \times 0.9490^2$$

$$y_{x3} + \frac{1.1}{19.62}\left(\frac{0.8}{(1 + 1.5y_{x3})y_{x3}}\right)^2 = 0.70089$$

$$y_{x3} + \frac{0.03588}{[(1 + 1.5y_{x3})y_{x3}]^2} = 0.70089$$

17. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_{x3} = 0.6821$ m

18. De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v_{x3} = \frac{0.8}{(1 + 1.5 \times 0.6821) \times 0.6821}$$

$v_{x3} = 0.5797$ m/s

19. La energía específica en $x = 3$, es:

$$E_{x3} = 0.6821 + \frac{0.5797^2}{19.62}$$

$E_{x3} = 0.6992$ m-kg/kg

20. Tabulando los resultados obtenidos en cada una de las secciones, se obtiene la tabla 4.

Tabla 4. Valores de Z, *b*, *y*, v y *E* a las distancias 0, 1, 2 y 3 m de la sección de control

x	Z*x*	b*x*	y*x*	v*x*	E*x*
0	0	0.84	0.4522	2.1061	0.6783
1	0.2753	0.8495	0.6065	1.2977	0.6923
2	0.6340	0.8838	0.6504	0.9490	0.6963
3	1.5	1	0.6821	0.5797	0.6992

Estos resultados sirven para la construcción de la transición alabeada.

21. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

o también:

$$\frac{A^5}{P^2} = \left(\frac{Q\,n}{S^{\frac{1}{2}}} \right)^3 \quad \dots (2)$$

donde para la rápida, se tiene:

$$S = \frac{219.5 - 200}{90} = 0.2167$$

$Q = 0.8\ m^3/s$
$n = 0.014$
$A = 0.84\ y$
$p = 0.84 + 2\ y$

22. Sustituyendo valores en (2), se obtiene:

$$\frac{(0.84y)^5}{(0.84 + 2y)^2} = \left(\frac{0.8 \times 0.014}{0.2167^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{y^5}{(0.84 + 2y)^2} = \frac{1}{0.84^5} \times \left(\frac{0.8 \times 0.014}{0.2167^{\frac{1}{2}}}\right)^3$$

$$\frac{y^5}{(0.84 + 2y)^2} = 0.0000333$$

23. Resolviendo por tanteos, se obtiene:
$yn = 0.1324\ m$

24. Por condición del problema en la sección ③ ya se consigue el yn, y esto ocurre en la realidad si se hacen los cálculos de la curva de remanso. Por esta condición, y como el resalto se inicia en el cambio de pendiente, se puede calcular el tirante conjugado mayor, usando la fórmula del resalto para una sección rectangular, la cual es:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}}$$

donde:
$y_1 = yn = 0.1324\ m$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{0.8}{0.84} = 0.9524$$

luego:

$$y_2 = -\frac{0.1324}{2} + \sqrt{\frac{2 \times 0.9524^2}{9.81 \times 0.1324} + \frac{0.1324^2}{4}}$$

$y_2 = 1.1175$ m

25. Después que ocurre el resalto hidráulico se tiene un flujo uniforme, siendo el $y_n = y_2 = 1.1175$ m.

26. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}} \quad \text{ó} \quad S = \left(\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}}\right)^2 \quad \ldots (3)$$

donde para el canal aguas abajo del resalto, se tiene:

$Q = 0.8$ m³/s
$n = 0.014$
$A = 0.84 \times 1.1175 = 0.9387$ m²
$p = 0.84 + 2 \times 1.1175 = 3.075$ m

27. Sustituyendo valores en (3), se obtiene:

$$S = \left(\frac{0.8 \times 0.014 \times 3.075^{\frac{2}{3}}}{0.9387^{\frac{5}{3}}}\right)^2 = 0.00069$$

S = 0.7 ‰

28. La eficiencia del resalto se calcula con la fórmula:

$$\frac{E_2}{E_1}$$

donde:

$$E_1 = y_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

$$E_1 = 0.1324 + \frac{1}{19.62}\left(\frac{0.8}{0.84 \times 0.1324}\right)^2 = 2.7696 \text{ m-kg/kg}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$E_2 = 1.1175 + \frac{1}{19.62}\left(\frac{0.8}{0.84 \times 1.1175}\right)^2 = 1.1545 \text{ m-kg/kg}$$

luego:

$$\frac{E_2}{E_3} = \frac{1.1545}{2.7696} = 0.4169 = 41.69\ \%$$

29. De la ecuación de Sieñchin para el cálculo de la longitud del resalto para una sección rectangular, se tiene:

$L = 5(y_2 - y_1)$
$L = 5(1.1175 - 0.1324)$
$L = 4.9255$ m

30. De la ecuación de la altura del resalto, se tiene:

$\Delta y = y_2 - y_1$
$\Delta y = 1.1175 - 0.1324$
$\Delta y = 0.9851$ m

31. Para calcular el tipo de resalto de acuerdo con la clasificación del U.S. Bureau of Reclamation, hay que calcular el número de Froude en la sección supercrítica, para lo cual se tiene:

$$F_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{\dfrac{0.8}{0.84 \times 0.1324}}{\sqrt{9.81 \times 0.1324}} = 6.3117$$

Como:

$4.5 < F_1 = 6.3117 < 9.0$, el resalto es estable y equilibrado



Flujo gradualmente variado

94. Un canal trapezoidal de 2 m de ancho de solera, talud Z = 1,5, y pendiente 0,0006, conduce un caudal de 3 m³/s. Si en la sección ① el tirante es 0,78 m y en la sección ②, 190 m aguas abajo, el tirante es 0,63 m, calcular el coeficiente de rugosidad.

Solución

Datos:

$S_o = 0.0006$

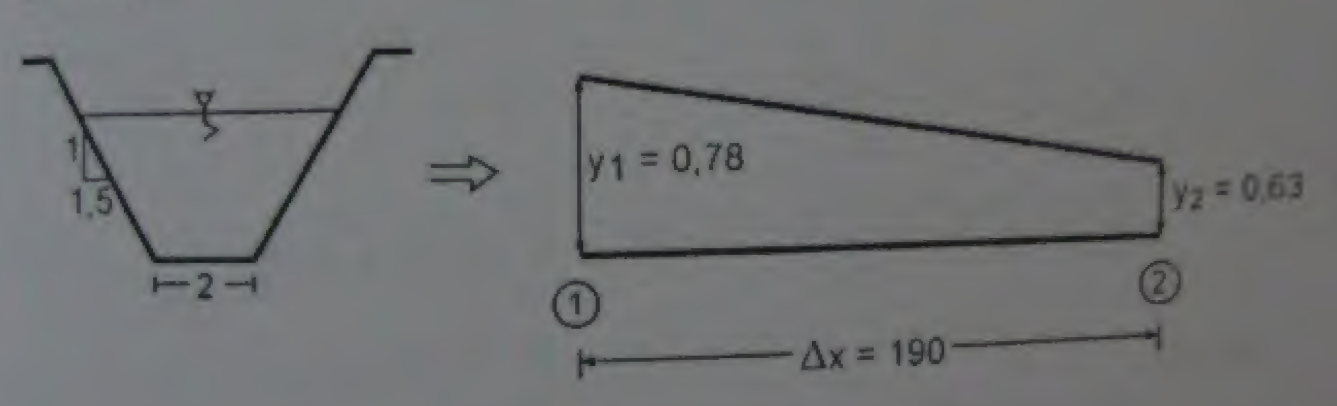
$Q = 3\ m^3/s$

$b = 2\ m$

$Z = 1.5$

Se pide:

$n = ?$



1. De la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^{\ 3}}{T_c} \quad \dots \quad (1)$$

donde:

$A_c = (2 + 1.5y_c)\ y_c = 2y_c + 1.5y_c^2$

$T_c = 2 + 2 \times 1.5\ y_c = 2 + 3\ y_c$

2. Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$\frac{9}{9.81} = \frac{\left(2y_c + 1.5y_c^{\ 2}\right)^3}{2 + 3y_c}$$

$$\frac{\left(2y_c + 1.5y_c^{\ 2}\right)^3}{2 + 3y_c} = 0.9174$$

3. Resolviendo por tanteos, obtiene:

$y_c = 0.5320$ m

4. Como:

$y_1 = 0.78 > y_c = 0.5320$ flujo subcrítico
$y_2 = 0.63 > y_c = 0.5320$ flujo subcrítico

Los tirantes son diferentes y no se produce resalto hidráulico, por lo que se trata de una curva de remanso.

5. De la ecuación del método directo por tramos, para el cálculo de la curva de remanso, se tiene:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - \overline{S_E}}$$

ó

$$S_o - \overline{S_E} = \frac{E_2 - E_1}{\Delta x}$$

$$\overline{S_E} = S_o - \frac{E_2 - E_1}{\Delta x} \quad \dots (2)$$

donde:

$S_o = 0.0006$
$\Delta x = 190$ m

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$E_1 = 0.78 + \frac{9}{19.62[(2+1.5\times0.78)\times0.78]^2}$$

$E_1 = 0.8550$ m-kg/ kg

$$E_2 = 0.63 + \frac{9}{19.62[(2+1.5\times0.63)\times0.63]^2}$$

$E_2 = 0.7633$ m-kg/ kg

$$\overline{S_E} = \frac{S_{E1} + S_{E2}}{2} \quad \dots (3)$$

$$A_1 = (2 + 1.5 \times 0.78) \times 0.78 = 2.4726\ m^2$$
$$p_1 = 2 + 2\sqrt{1 + 1.5^2} \times 0.78 = 4.8123\ m$$
$$A_2 = (2 + 1.5 \times 0.63) \times 0.63 = 1.8554\ m^2$$
$$p_2 = 2 + 2\sqrt{1 + 1.5^2} \times 0.63 = 4.2715\ m$$

6. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S_E^{\frac{1}{2}}$$

$$S_E = \left(\frac{Q \times n \times p^{\frac{2}{3}}}{A^{\frac{5}{3}}}\right)^2$$

$$S_{E1} = \left(\frac{3 \times 4.8123^{\frac{2}{3}}}{2.4726^{\frac{5}{3}}}\right)^2 n^2$$

$$S_{E1} = 3.5771\, n^2$$

$$S_{E2} = \left(\frac{3 \times 4.2715^{\frac{2}{3}}}{1.8554^{\frac{5}{3}}}\right)^2 n^2$$

$$S_{E2} = 7.9474\, n^2$$

7. Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$S_E = \frac{3.5771\, n^2 + 7.9474\, n^2}{2}$$

$$S_E = 5.7623\, n^2$$

8. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$5.7623\,n^2 = 0.0006 - \frac{0.7633 - 0.8550}{190}$$

$$5.7623\,n^2 = 0.0011$$

$$n = \sqrt{\frac{0.0011}{5.7623}}$$

$$\therefore\; n = 0.0137$$

95. El tirante normal de un canal trapezoidal para las siguientes características: b = 1 m, Z = 2, S_0 = 0,0005, n = 0,025, es 1 m. Existe una presa que produce una curva de remanso de altura 0,5 m como se muestra en la figura 44.

Se quiere determinar la altura del remanso en la sección ① situado a una distancia aguas arriba de la presa, sabiendo que está a 500 m aguas arriba de la sección ②, la cual tiene una altura de remanso de 0,35 m.

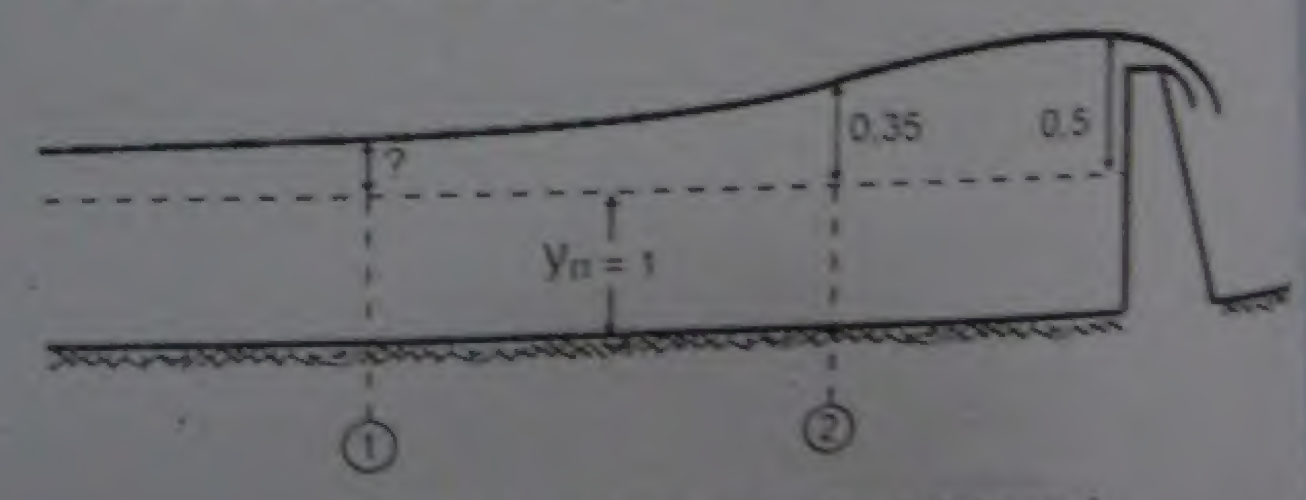


Figura 44. Perfil longitudinal del canal

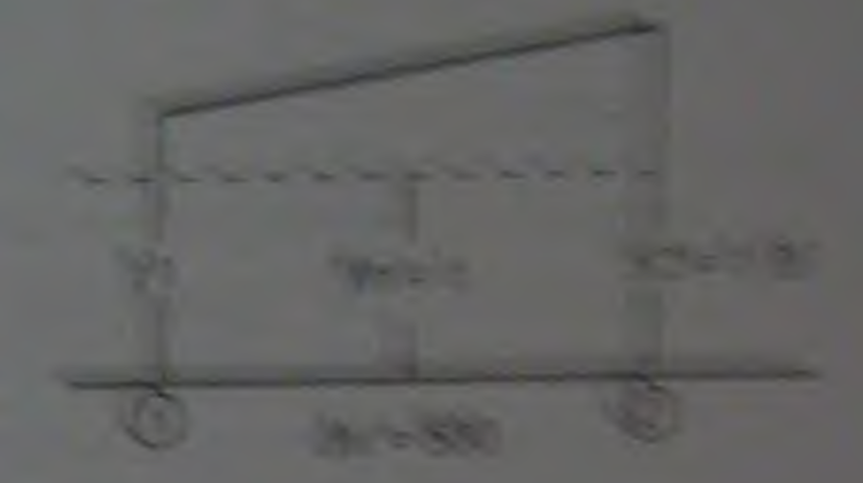
Solución

Datos:
y_n = 1 m
n = 0.025

Se pide:
$\Delta y = y_1 - y_n = ?$

[illegible]





1. De la ecuación de flujo uniforme, se:

[illegible]

donde:

[illegible]

luego:

[illegible]

2. De las ecuaciones de [illegible] de tramos fijos, se tiene:

$$C = S_o \Delta x + y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} - \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2}\left(\frac{p_1^2}{A_1^5}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \ldots (2)$$

$$f(y_2) = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} + \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2}\left(\frac{p_2^2}{A_2^5}\right)^{\frac{2}{3}} = C \quad \ldots (3)$$

donde:

$A_2 = (1 + 2 \times 1.35)\ 1.35 = 4.9950\ m^2$

$p_2 = 1 + 2\sqrt{1+2^2} \times 1.35 = 7.0374\ m$

$A_1 = (1 + 2\ y_1)\ y_1 = y_1 + 2\ y_1^2$

$p_1 = 1 + 2\sqrt{1+2^2}\ y_1 = 1 + 4.4721\ y_1$

3. Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$C = 1.35 + \frac{1.7974^2}{19.62 \times 4.9950^2} + \frac{500 \times 1.7974^2 \times 0.025^2}{2}\left(\frac{7.0374^2}{4.9950^5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

C = 1.3886 ... (4)

4. Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$C = 0.0005 \times 500 + y_1 + \frac{1.7974^2}{19.62 \times (y_1 + 2y_1^2)^2}$$

$$- \frac{500 \times 1.7974^2 \times 0.025^2}{2}\left(\frac{(1 + 4.4721 y_1)^2}{(y_1 + 2y_1^2)^5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$C = y_1 + \frac{0.1647}{(y_1 + 2y_1^2)^2} - 0.5048\frac{(1 + 4.4721 y_1)^{\frac{4}{3}}}{(y_1 + 2y_1^2)^{\frac{10}{3}}} + 0.25 \quad \ldots (5)$$

5. Igualando las ecuaciones (4) y (5), se tiene:

$$y_1 + \frac{0.1647}{\left(y_1 + 2y_1^2\right)^2} - 0.5048\frac{\left(1 + 4.4721y_1\right)^{\frac{4}{3}}}{\left(y_1 + 2y_1{}^2\right)^{\frac{10}{3}}} + 0.25 = 1.3886$$

$$y_1 + \frac{0.1647}{\left(y_1 + 2y_1^2\right)^2} - 0.5048\frac{\left(1 + 4.4721y_1\right)^{\frac{4}{3}}}{\left(y_1 + 2y_1{}^2\right)^{\frac{10}{3}}} = 1.1386$$

6. Resolviendo por tanteos, se obtiene:
   $y_1 = 1.1862$ m

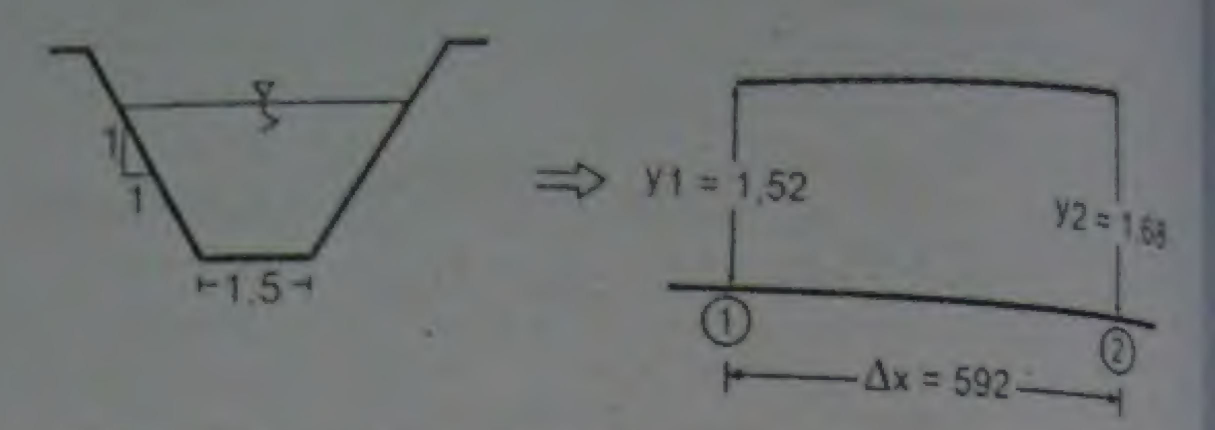
7. La altura de remanso en el punto ①, es:
   $\Delta y = y_1 - 1 = 1.1862 - 1 = 0.1862$m

96. Un canal trapezoidal de ancho de solera 1,5 m, talud Z = 1, tiene una pendiente de 0,4 ‰ y un coeficiente de rugosidad de 0,025. Si la profundidad en la sección ① es 1,52 m y en la sección ②, 592 m aguas abajo es 1,68 m, determinar el caudal en el canal.

Solución

Datos:
$b = 1.5$ m
$Z = 1$
$S_0 = 0.4$ ‰ $= 0.0004$
$n = 0.025$
$\Delta x = 592$

Se pide:
$Q = ?$



1. Como los tirantes son diferentes, se trata de un flujo gradualmente variado. De la ecuación del método directo por tramos, para el cálculo de la curva de remanso, se tiene:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - \bar{S}_E}$$

ó

$$S_o - \bar{S}_E = \frac{E_2 - E_1}{\Delta x}$$

$$\overline{S_E} = S_o - \frac{E_2 - E_1}{\Delta x}$$

$$\overline{S_E} = S_o + \frac{E_1 - E_2}{\Delta x} \quad \ldots (1)$$

donde:

$S_o = 0.0004$

$\Delta x = 592$

$A_1 = (1.5 + 1.52)\ 1.52 = 4.5904\ m^2$

$p_1 = 1.5 + 2\sqrt{2} \times 1.52 = 5.7992\ m$

$A_2 = (1.5 + 1.68)\ 1.68 = 5.3424\ m^2$

$p_2 = 1.5 + 2\sqrt{2} \times 1.68 = 6.2518\ m$

$$R_1 = \frac{A_1}{p_1} = \frac{4.5904}{5.7992} = 0.7616\ \text{m}$$

$$R_2 = \frac{A_2}{p_2} = \frac{5.3424}{6.2518} = 0.8545\ \text{m}$$

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$E_1 = y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2}$$

$$E_1 - E_2 = (y_1 - y_2) + \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2}\right) \ldots (2)$$

$$\overline{S_E} = \frac{S_{E1} + S_{E2}}{2}$$

2. De la ecuación de Manning, se tiene.

$$Q = \frac{1}{n} A R^{\frac{2}{3}} S_E^{\frac{1}{2}}$$

$$S_E = \left(\frac{n}{AR^{\frac{2}{3}}}\right)^2 Q^2$$

$$S_{E1} = \left(\frac{n}{A_1 R_1^{\frac{2}{3}}}\right)^2 Q^2$$

$$S_{E2} = \left(\frac{n}{A_2 R_2^{\frac{2}{3}}}\right)^2 Q^2$$

$$\overline{S_E} = \frac{\left[\left(\frac{n}{A_1R_1^{\frac{2}{3}}}\right)^2 + \left(\frac{n}{A_2R_2^{\frac{2}{3}}}\right)^2\right]}{2} Q^2 \quad \ldots (3)$$

3. Sustituyendo (2) y (3) en (1), se tiene:

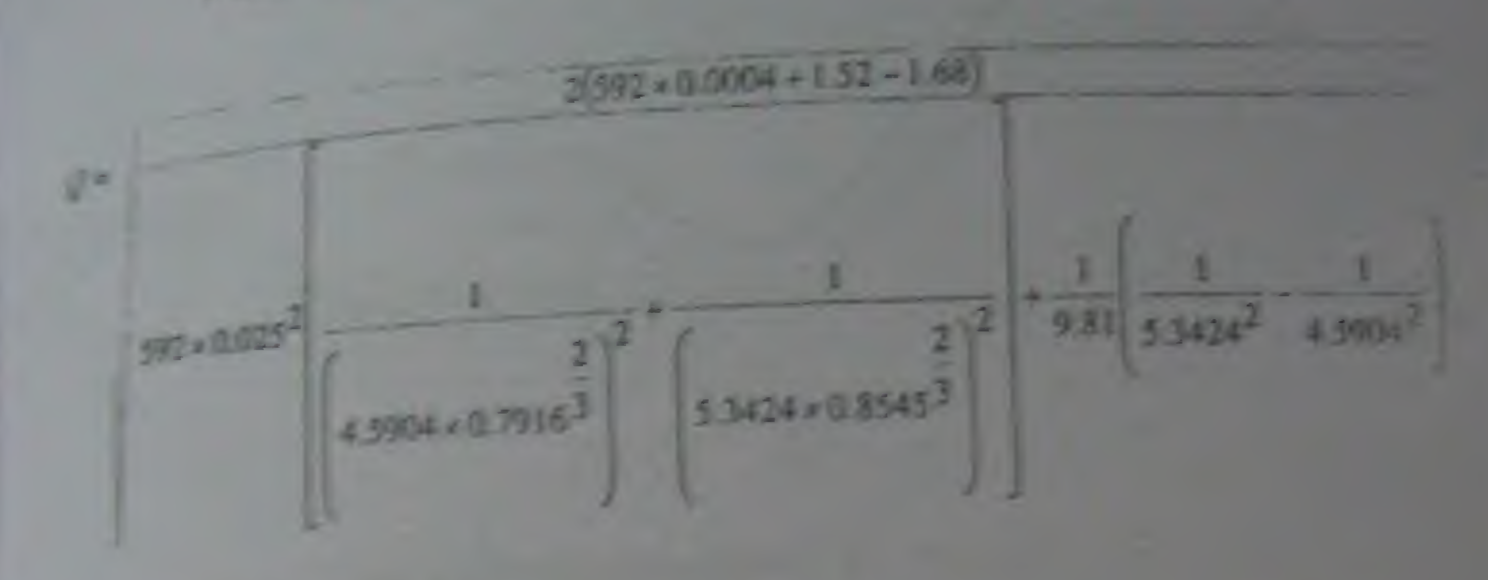
$$\left[\left(\frac{n}{A_1R_1^{\frac{2}{3}}}\right)^2 + \left(\frac{n}{A_2R_2^{\frac{2}{3}}}\right)^2\right]\frac{Q^2}{2} = S_0 + \frac{1}{\Delta x}\left[(y_1 - y_2) + \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2}\right)\right]$$

$$\frac{Q^2}{2}\left[\left(\frac{n}{A_1R_1^{\frac{2}{3}}}\right)^2 + \left(\frac{n}{A_2R_2^{\frac{2}{3}}}\right)^2 - \frac{1}{g\Delta x}\left(\frac{1}{A_1^2} - \frac{1}{A_2^2}\right)\right] = S_0 + \frac{y_1 - y_2}{\Delta x}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2\left(S_0 + \frac{y_1 - y_2}{\Delta x}\right)}{\left(\frac{n}{A_1R_1^{\frac{2}{3}}}\right)^2 + \left(\frac{n}{A_2R_2^{\frac{2}{3}}}\right)^2 + \frac{1}{g\Delta x}\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right)}}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2\left(\Delta x S_0 + y_1 - y_2\right)}{\Delta x n^2\left[\frac{1}{\left(A_1R_1^{\frac{2}{3}}\right)^2} + \frac{1}{\left(A_2R_2^{\frac{2}{3}}\right)^2}\right] + \frac{1}{g}\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right)}}$$

4. Sustituyendo valores, resulta:



$\therefore Q = 1.9922\ m^3/s.$

97. Un canal de sección trapezoidal de ancho de solera b = 1 m y talud Z = 1, conduce un caudal de 0,9 m^3/s. En cierto lugar del perfil longitudinal tiene que vencer un desnivel, para lo cual se construye una rápida, cuyas características se muestran en la figura 45.

Calcular la longitud *L* revestida sabiendo que:

1. La energía específica en la sección ⓪ es 2,5217 m-kg/kg
2. Aguas abajo de la rápida la pendiente de fondo es de 0,8 ‰
3. Los coeficientes de rugosidad son:
   0,014 en el tramo revestido
   0,025 en el tramo sin revestir (que se inicia después de producido el resalto hidráulico).
4. Tirante conjugado mayor del resalto igual al tirante normal del tramo sin revestir.

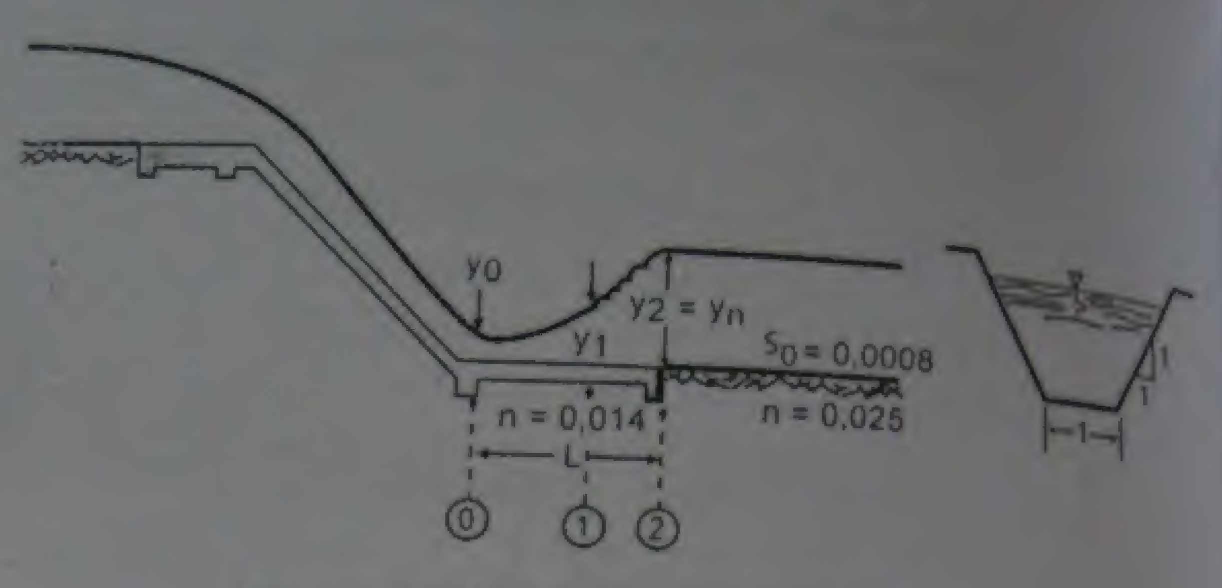
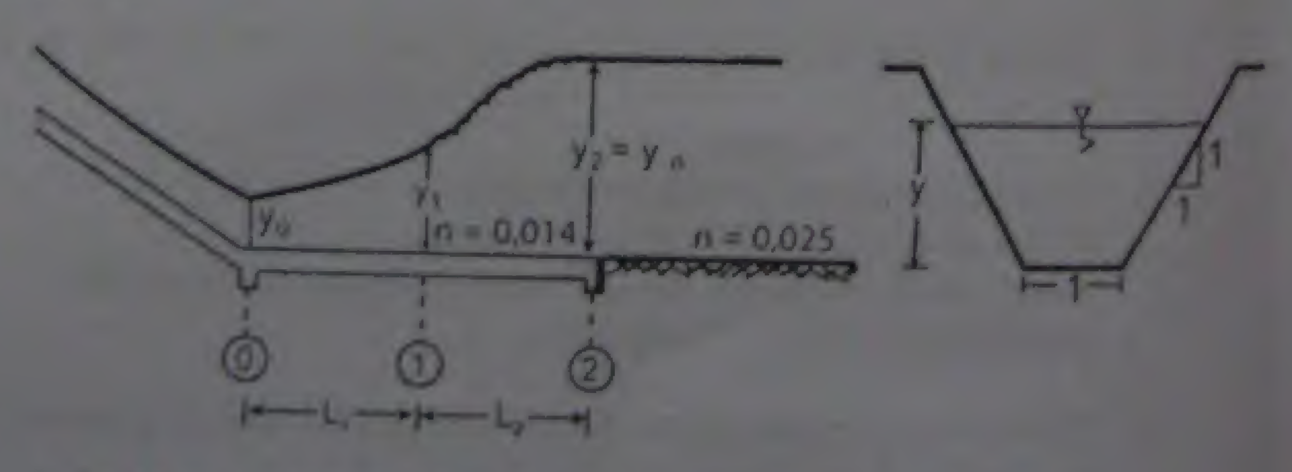


Figura 45. Perfil longitudinal del canal

Solución

Datos:
b = 1 m
$Z = 1$
$Q = 0.9\ m^3/s$
$E_o = 2.5217$ m-kg/kg
$S_o = 0.8$ ‰ $= 0.0008$
$n = 0.014$ (tramo revestido)
$n = 0.025$ (tramo sin revestir)
$y_2 = y_n$

Se pide:
$L = L_1 + L_2 = ?$



1. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{2}{3}}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{A^5}{p^2} = \left(\frac{Q \times n}{S^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$\frac{((1+y_n)y_n)^5}{\left(1+2\sqrt{2}y_n\right)^2} = \left(\frac{0.9 \times 0.025}{0.0008^{\frac{1}{2}}} \right)^3$$

$$\frac{\left(y_n + y_n^2\right)^5}{\left(1+2.8284\,y_n\right)^2} = 0.5034$$

2. Resolviendo por tanteos, se tiene:

$y_n = 0.7804$ m

3. Por la condición del problema, el conjugado mayor del resalto hidráulico es:

$y_2 = y_n = 0.7804$ m

4. De la ecuación del resalto hidráulico para una sección trapezoidal con régimen subcrítico conocido, se tiene:

$$J^4 + \frac{5t+2}{2} J^3 + \frac{(3t+2)(t+1)}{2} J^2 + \left[\frac{t^2}{2} + (t - 6r)(t+1) \right] J - 6r(t+1)^2 = 0 \quad \ldots (1)$$

donde:

$$J = \frac{y_1}{y_2} \quad \ldots (2)$$

$$t = \frac{b}{Zy_2}$$

$$r = \frac{v_2^2}{2gy_2}$$

luego:

$$t = \frac{1}{0.7804} = 1.2814$$

$$v_2 = \frac{Q}{A}$$

$$v_2 = \frac{0.9}{(1 + 0.7804) \times 0.7804} = 0.6478$$

$$r = \frac{0.6478^2}{19.62 \times 0.7804}$$

$$r = 0.0274$$

5. Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$J^4 + \frac{5 \times 1.2814 + 2}{2} J^3 + \frac{(3 \times 1.2814 + 2)(1.2814 + 1)}{2} J^2 + \left[\frac{1.2814^2}{2} + (1.2814 - 6 \times 0.0274)(1.2814 + 1)\right] J - 6 \times 0.0274 (1.2814 + 1)^2 = 0$$

$$J^4 + 4.2035 J^3 + 6.6665 J^2 + 3.3693 J - 0.8557 = 0$$

6. Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$J = 0.1812$

7. De la ecuación (2), se tiene:

$y_1 = J\, y_2$

$y_1 = 0.1812 \times 0.7804$

$y_1 = 0.1414$ m

8. De la ecuación de la energía específica aplicada al punto ⓪, se tiene:

$$E_0 = y_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 2.5217$$

$$y_0 + \frac{Q^2}{2gA_0^2} = 2.5217$$

$$y_0 + \frac{0.9^2}{19.62[(1+y_0)y_0]^2} = 2.5217$$

$$y_0 + \frac{0.0413}{[(1+y_0)y_0]^2} = 2.5217$$

9. Resolviendo por tanteos, pero tomando la solución que produce condiciones supercríticas (esto porque esta sección se encuentra aguas arriba del resalto hidráulico), se tiene:

y_0 =0.1173 m

10. De la ecuación de la longitud del resalto L_2, para una sección trapezoidal, con talud Z = 1, se tiene:

$L_2 = 10.6\ (y_2 - y_1)$
$L_2 = 10.6\ (0.7804 - 0.1414)$
$L_2 = 6.7734$ m

11. De la ecuación del método directo por tramos, para el cálculo de la curva de remanso, se tiene:

$$\Delta x = L_1 = \frac{E_1 - E_0}{S_0 - S_E} \quad \ldots (3)$$

$y_1 = 0.1414$

$y_0 = 0.1173$

0 1

$\Delta x - L_1$

donde:

$$A_0 = (1 + 0.1173)\,0.1173 = 0.1311$$

$$A_1 = (1 + 0.1414)\,0.1414 = 0.1614$$

$$p_0 = 1 + 2\sqrt{2} \times 0.1173 = 1.1318$$

$$p_1 = 1 + 2\sqrt{2} \times 0.1414 = 1.3999$$

$$E_0 = y_0 + \frac{Q^2}{2gA_0^2} = 0.1173 + \frac{0.81}{19.62 \times 0.1311^2} = 2.5193$$

$$E_1 = 0.1414 + \frac{0.81}{19.62 \times 0.1614^2} = 1.7262$$

$$\overline{S_E} = \frac{S_{E0} + S_{E1}}{2}$$

12. De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n}\frac{A^{5/3}}{p^{2/3}} S_E^{\;1/2}$$

$$S_E = \left(\frac{Q\,n\,p^{2/3}}{A^{5/3}}\right)^2$$

$$S_{E0} = \left(\frac{0.9 \times 0.014 \times 1.3318^{2/3}}{0.1311^{5/3}}\right)^2 = 0.2032$$

$$S_{E1} = \left(\frac{0.9 \times 0.014 \times 1.3999^{2/3}}{0.1614^{5/3}}\right) = 0.1086$$

$$\overline{S_E} = \frac{0.2030 + 0.1086}{2} = 0.1559$$

13. Sustituyendo valores en (3), se obtiene:

$$L_1 = \frac{1.7262 - 2.5193}{0.0008 - 0.1559}$$

$$L_1 = 5.1135\,m$$

14. De la figura, la longitud a revestir, es:

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = 5.1135 + 6.7734$$

$$L = 11.8869\,m$$

$$\therefore\ L \approx 12\,m$$

98. Se tiene un canal rectangular, cuyo ancho de solera es 1 m, coeficiente de rugosidad 0,014 y pendiente de 0,0008. Este canal tiene una compuerta que da paso a un caudal de 1,1 m^3/s, con una abertura a = 0,20 m.

Considerando que la altura de la vena contraída en la compuerta es:
y = Cc × a, donde Cc = 0,61 y situado a una distancia 1,5a m, se pide calcular el perfil del flujo aguas abajo de la compuerta, desde la vena contraída hacia aguas abajo, usando:

a. El método de integración gráfica
b. El método de integración directa
c. El método directo por tramos

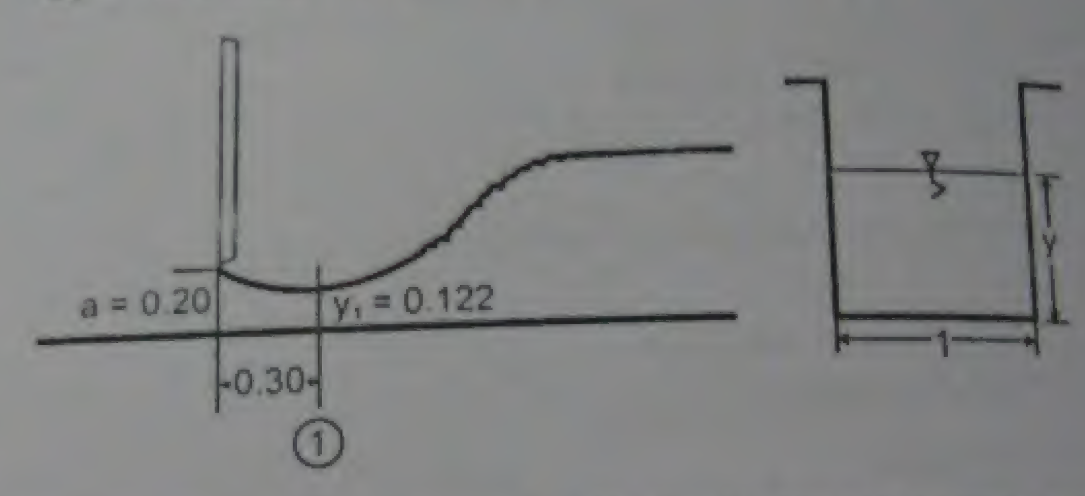
Solución

Datos:
$n = 0.014$
$S = 0.8\ ‰ = 0.0008$
$Q = 1.1\ m^3/s$

Se pide:
Calcular el perfil del flujo desde la vena contraída hacia aguas abajo

abertura $a = 0.20$ m
$y = C_c \times a$
$L_c = 1.5$ m

$y_1 = 0.61 \times 0.20 = 0.1220$
$L_1 = 1.5 \times 0.20 = 0.30$



Nota. A partir de este problema, el cálculo del tirante normal, tirante crítico y tirante conjugado del resalto hidráulico se realizará en esta publicación utilizando el software HCANALES desarrollado por el autor. El proceso de tanteos se ha explicado muchas veces en los ejemplos anteriores, si el lector desea ver su proceso de cálculo, puede revisar por ejemplo los problemas 92, 94 ó 97.

Esta simplificación de los cálculos con HCANALES, permitirá explicar el detalle de la formación de las curvas de remanso.

1. Cálculo del y_n, y_c
Para el canal rectangular con:

$b = 1$ m
$n = 0.014$
$S = 0.0008$
$Q = 1.1$ m^3/s

se obtiene:

$y_n = 1.1079$ m
$y_c = 0.4978$ m

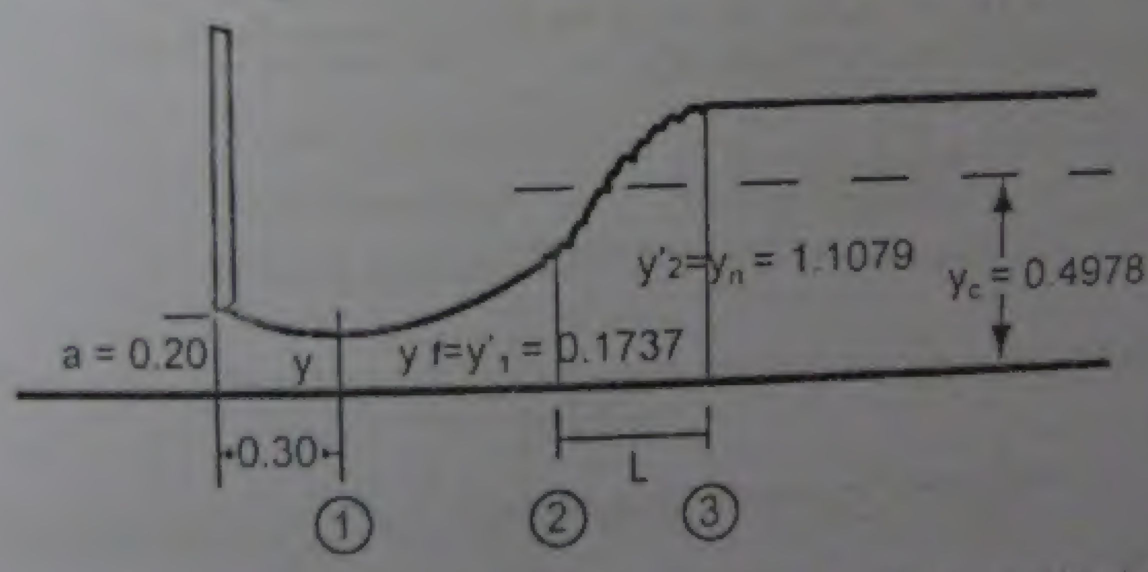
2. Cálculo del conjugado mayor suponiendo que el resalto tiene como $y_1 = 0.122$ m, se obtiene $y_2 = 1.3623$ m

3. Como $y_n = 1.1079 < y_2 = 1.3623$ el resalto es barrido, es decir que no se inicia en $y_1 = 0.122$.

4. Como después que se produce el resalto, el flujo es uniforme, el conjugado mayor debe ser igual al tirante normal, es decir: $y'_2 = y_n = 1.1079$

5. Cálculo del conjugado menor, si $y'_2 = 1.1079$ se obtiene:

$y'_1 = 0.1737$ m



6. De la ecuación de Sieñchin para el cálculo de la longitud del resalto hidráulico, para una sección rectangular, se tiene:

$$L = 5\,(y_2 - y_1)$$

donde:

$$y_2 = y'_2 = y_n = 1.1079 \text{ m}$$
$$y_1 = y'_1 = 0.1737 \text{ m}$$

luego:

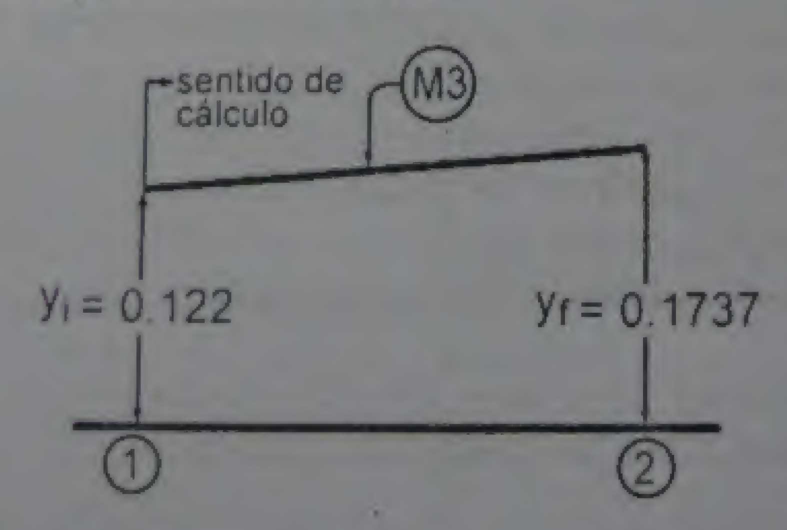
$$L = 5\,(1.1079 - 0.1737)$$
$$L = 4.671 \text{ m}$$

7. De la figura anterior se observa que la curva de remanso se inicia en la vena contraída, con $y_i = 0.122$ m y finaliza donde se inicia el resalto, con $y_f = 0.1737$ m

8. Identificación de la sección de control
La sección de control es la sección ①, puesto que tiene un tirante conocido y se conoce su ubicación a 0.3 m aguas debajo de la compuerta. Los cálculos de la curva de remanso siempre se inician desde la sección de control, hacia aguas arriba ó aguas abajo, para este ejemplo, es hacia aguas abajo.

9. Identificación del perfil de la curva de remanso
Como: $y_n = 1.1079 > y_c = 0.4978$, se genera una curva *M*

Como: $y < yc = 0.4978$
y $y < yn = 1.1079$, la curva se encuentra en la zona 3
luego el perfil es una curva *M3*



10. Cálculo del perfil usando el método de integración gráfica
Este es el método más inexacto que existe, su exactitud se incrementa a medida que el número de intervalos (*n*) se incrementa y por lo tanto, el intervalo:

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

sea lo más pequeño posible.

Para el ejemplo se tomarán 5 intervalos

$$\Delta y = \frac{0.1737 - 0.122}{5}$$

$$\Delta y = 0.01034$$

Los datos de este problema se muestran en la figura 46.

Datos:

Caudal (Q) :	1.1	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud Z :	0	
Pendiente (S) :	0.0008	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.122	m
Tirante final (y2):	0.1737	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 46. Datos del problema para el método de integración gráfica

Los resultados parciales se muestran el la tabla 5.

Tabla 5. Resultados parciales del problema obtenido con el método de integración gráfica.

y	A	p	R	T	v	Se
0.1220	0.1220	1.2440	0.0981	1	9.0164	0.352319
0.1323	0.1323	1.2647	0.1046	1	8.3119	0.274607
0.1427	0.1427	1.2854	0.1110	1	7.7096	0.218372
0.1530	0.1530	1.3060	0.1172	1	7.1886	0.176667
0.1634	0.1634	1.3267	0.1231	1	6.7336	0.145076
0.1737	0.1737	1.3474	0.1289	1	6.3328	0.120699

$1-Q^2/gA^3$	So-Se	f(y)	deltax	x
-66.9261	-0.351519	190.39	---	---
-52.2161	-0.273807	190.70	1.97	1.97
-41.4646	-0.217572	190.58	1.97	3.94
-33.4248	-0.175867	190.06	1.97	5.91
-27.2930	-0.144276	189.17	1.96	7.87
-22.5351	-0.119899	187.95	1.95	9.82

Los resultados finales se muestran en la tabla 6.

Tabia 6. Resultados finales del problema con el método de integración gráfica.

x	y
0	0.1220
1.97	0.1323
3.94	0.1427
5.91	0.1530
7.87	0.1634
9.82	0.1737

11. Calculo del perfil usando el método de Bakhmeteff.
Para todos los problemas resueltos se usarán 5 tramos, por lo que el Δy para este problema es el mismo, es decir:

$$\Delta y = 0.01034$$

Los datos de este problema se muestran en la figura 47.

Datos:

Caudal (Q) :	1.1	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.0008	
Tirante normal (yn):	1.1079	m
Tirante crítico (yc):	0.4978	m
Tirante inicial (y1):	0.122	m
Tirante final (y2):	0.1737	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 47. Datos del problema para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales se muestran en la tabla 7 y los finales en la tabla 8.

Tabla 7. Resultados parciales obtenidos con el método de Bakhmeteff.

valor de N =3.0290 Valor de M =3.0000 Valor de J =2.9436

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.1220	0.1101	0.1033	0.1102	0.1033	12.5652	0
0.1323	0.1195	0.1123	0.1195	0.1123	13.6494	1.08
0.1427	0.1288	0.1213	0.1288	0.1214	14.7315	2.17
0.1530	0.1381	0.1304	0.1382	0.1305	15.8108	3.25
0.1634	0.1475	0.1395	0.1476	0.1396	16.8862	4.32
0.1737	0.1568	0.1486	0.1569	0.1487	17.9566	5.39

Tabla 8. Resultados finales del problema usando el método de Bakhmeteff.

x	y
0	0.1220
1.08	0.1323
2.17	0.1427
3.25	0.1530
4.32	0.1634
5.39	0.1737

12. Cálculo del perfil usando el método directo por tramos.
Los datos que se usan para el problema se muestran en la figura 48.

Datos:

Caudal (Q) :	1.1	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud Z :	0	
Pendiente (S) :	0.0008	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.122	m
Tirante final (y2):	0.1737	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 48. Datos del problema usando el método de directo por tramos

Los resultados parciales y finales se muestran en las tablas 9 y 10 respectivamente.

Tabla 9. Resultados parciales del problema, obtenido con el método directo por tramos.

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.1220	0.1220	1.2440	0.0981	0.2127	9.0164	4.1435
0.1323	0.1323	1.2647	0.1046	0.2221	8.3119	3.5213
0.1427	0.1427	1.2854	0.1110	0.2310	7.7096	3.0294
0.1530	0.1530	1.3060	0.1172	0.2394	7.1886	2.6338
0.1634	0.1634	1.3267	0.1231	0.2475	6.7336	2.3110
0.1737	0.1737	1.3474	0.1289	0.2552	6.3328	2.0440

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So- $\overline{Se}$	deltax	x
4.2655	---	0.35232	---	---	---	0
3.6536	-0.6118	0.27461	0.31346	-0.31266	1.957	1.96
3.1721	-0.4815	0.21837	0.24649	-0.24569	1.960	3.92
2.7869	-0.3852	0.17667	0.19752	-0.19672	1.958	5.88
2.4743	-0.3125	0.14508	0.16087	-0.16007	1.952	7.83
2.2177	-0.2566	0.12070	0.13289	-0.13209	1.943	9.77

Tabla 10. Resultados finales del problema, obtenidos con el método directo por tramos.

x	y
0	0.1220
1.96	0.1323
3.92	0.1427
5.88	0.1530
7.83	0.1634
9.77	0.1737

Nota: De los resultados obtenidos, se tiene:
Método de integración gráfica $x = 9.82$ m
Método de Bakhmeteff $x = 5.39$ m

Método directo por tramos $x = 9.77$ m

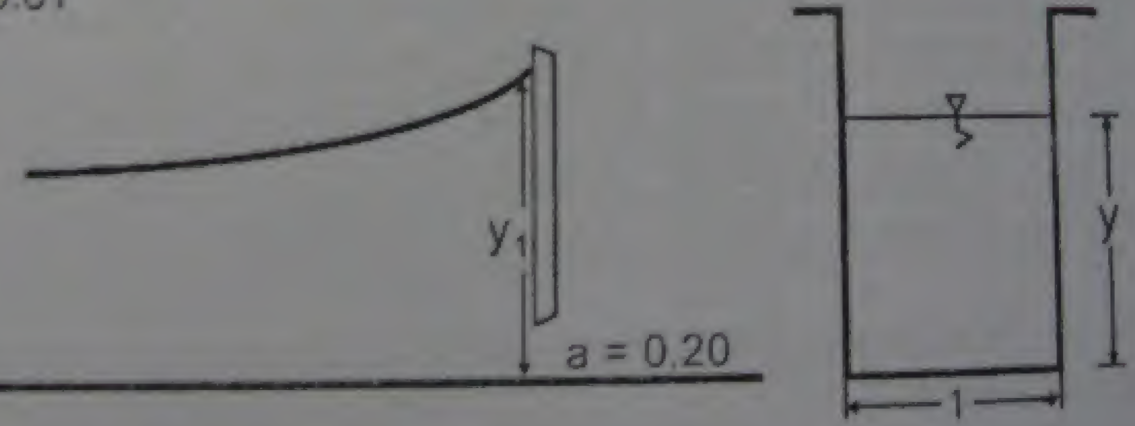
Los resultados son parecidos porque la variación entre el $y_1 = 0.1220$ m y el $y_1 = 0.1737$ m no es mucho.

99. Con los datos del problema anterior calcular el perfil del flujo desde la compuerta hacia aguas arriba, usando:
   a. El método de integración gráfica
   b. El método de integración directa
   c. El método directo por tramos

Solución

Datos:
$n = 0.014$
$S = 0.0008$
$Q = 1.1\ m^3/s$
$C_c = 0.61$

Se pide:
Perfil del flujo desde la compuerta hacia aguas arriba



1. Cálculo del y_n y y_c.

Para el canal rectangular con:

$b = 1$ m
$n = 0.014$
$S = 0.0008$
$Q = 1.1\ m^3/s$

se obtiene:

$y_n = 1.1079$ m
$y_c = 0.4978$ m

2. Cálculo de y_1
De la ecuación del coeficiente de descarga en una compuerta, se tiene:

$$Cd = \frac{C_C \times C_V}{\sqrt{1 + \frac{C_C a}{y_1}}}$$

donde:

$$C_V = 0.96 + 0.0979 \frac{a}{y_1}$$

$a = 0.20$ m
$C_C = 0.61$

luego:

$$Cd = \frac{0.61 \times \left(0.96 + \frac{0.0979 \times 0.20}{y_1}\right)}{\sqrt{1 + \frac{0.61 \times 0.20}{y_1}}}$$

$$Cd = \frac{0.5856 + \frac{0.0119}{y_1}}{\sqrt{1 + \frac{0.1220}{y_1}}}$$

De la ecuación del caudal descargado por la compuerta, se tiene:

$$Q = C_d b a \sqrt{2 g y_1}$$

Sustituyendo valores resulta:

$$1.1 = \frac{\left(0.5856 + \frac{0.0119}{y_1}\right) \times 1 \times 0.20 \times \sqrt{19.62 y_1}}{\sqrt{1 + \frac{0.1220}{y_1}}}$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_1 = 4.5752$ m

3. Inicio de la curva de remanso

La curva se inicia en el lado aguas arriba de la compuerta, siendo:

$y_i = y_1 = 4.5752$ m

esta representa la sección de control.

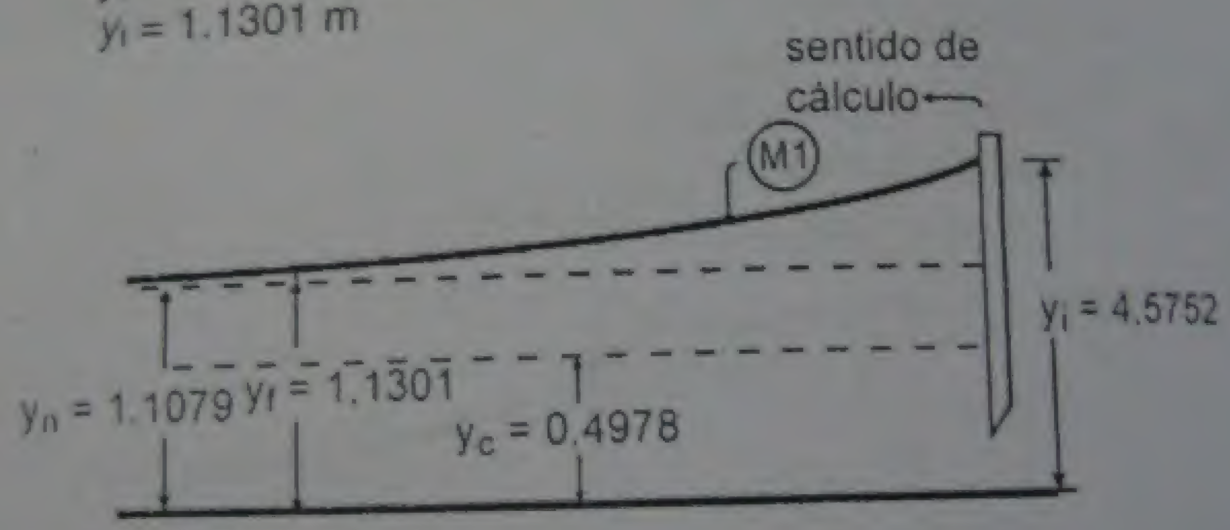
4. Final de la curva de remanso

Como la curva de remanso tiende hacia yn, por encima de él, se tiene:

$y_f = 1.02\ y_n$

$y_f = 1.02 \times 1.1079$

$y_f = 1.1301$ m



5. Identificación del perfil de la curva

Como $yn = 1.1079 > yc = 0.4978$, se genera una curva M

Como $y > yn = 1.1079$

$y > yc = 0.4979$, la curva se encuentra en la zona 1

luego el perfil es una $M1$

6. Cálculo del perfil usando el método de integración gráfica

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{1.1301 - 4.5752}{5}$$

$$\Delta y = -0.6890$$

Los datos de este problema se muestran en la figura 49.

Datos:

Caudal [Q] : 1.1 m3/s

Ancho de solera [b] : 1 m

Talud Z : 0

Pendiente [S] : 0.0008

Rugosidad [n] : 0.014

Tirante inicial [y1]: 4.5752 m

Tirante final [y2]: 1.1301 m

Número de tramos [nt] : 5

Figura 49. Datos para el método de integración gráfica

Los resultados parciales se muestran en la tabla 11.

Tabla 11. Resultados parciales obtenidos con el método de integración gráfica.

y	A	p	R	T	v	Se
4,5752	4,5752	10,1504	0,4507	1	0,2404	0,000033
3,8862	3,8862	8,7724	0,443	1	0,2831	0,000047
3,1972	3,1972	7,3943	0,4324	1	0,3441	0,000071
2,5081	2,5081	6,0163	0,4169	1	0,4386	0,000121
1,8191	1,8191	4,6382	0,3922	1	0,6047	0,000250
1,1301	1,1301	3,2602	0,3466	1	0,9734	0,000763

$1-Q^2/gA^3$	So-Se	f(y)	deltax	x
0,9987	0,000767	1301,73	---	---
0,9979	0,000753	1324,35	-904,71	904,71
0,9962	0,000729	1366,49	-927,02	1831,74
0,9922	0,000679	1461,35	-974,22	2805,96
0,9795	0,000550	1779,75	-1116,59	3922,55
0,9145	0,000037	24469,07	-9042,98	12965,53

Los resultados finales se muestran en la tabla 12.

Tabla 12. Resultados finales obtenidos con le método de integración gráfica.

x	y
0	4,5752
904,71	3,8862
1831,74	3,1972
2805,96	2,5081
3922,55	1,8191
12965,53	1,1301

7. Cálculo del perfil usando el método de Bakhmeteff
El Δy calculado usando 5 tramos, es:

$$\Delta y = -0.6890$$

Los datos para este método se muestran en la figura 50.

Datos:

Caudal (Q) :	1.1	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.0008	
Tirante normal (yn):	1.1079	m
Tirante crítico (yc):	0.4978	m
Tirante inicial (y1):	4.5752	m
Tirante final (y2):	1.1301	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 50. Datos del problema, para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales se muestran en la tabla 13 y los resultados finales en la tabla 14.

Tabla 13. Resultados parciales obtenidos con el método de Bakhmeteff

Valor de N =2.1988 Valor de M =3.0000 Valor de J =11.0580

y	u = y/yn	v = $u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
					5508,388	0
4,5752	4,1296	1,3258	0,1548	0,006	4600,432	907,96
3,8862	3,5077	1,2834	0,1896	0,0083	3668,297	1840,09
3,1972	2,8858	1,2346	0,2427	0,0125	2686,486	2821,9
2,5081	2,2639	1,1764	0,3336	0,0211	1568,466	3939,92
1,8191	1,6420	1,1036	0,5297	0,0445	-1102,568	6610,96
1,1301	1,0200	1,0040	1,9519	0,2974		

Tabla 14. Resultados finales obtenidos con el método de Bakhmeteff

x	y
0,00	4,5752
907,96	3,8862
1840,09	3,1972
2821,90	2,5081
3939,92	1,8191
6610,96	1,1301

8. Cálculo del perfil usando el método de directo por tramos

El Δy calculado usando 5 tramos es:

$$\Delta y = -0.6890$$

Los datos que se usan en le problema, muestran en la figura 51.

Datos:

Caudal (Q) :	1.1	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud Z :	0	
Pendiente (S) :	0.0008	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	4.5752	m
Tirante final (y2):	1.1301	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 51. Datos del problema para el método directo por tramos

Los resultados parciales y finales se muestran en las tablas 15 y 16 respectivamente.

Tabla 15. Resultados parciales obtenidos con el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
4,5752	4,5752	10,1504	0,4507	0,5879	0,2426	0,0030
3,8862	3,8862	8,7724	0,443	0,5811	0,2856	0,0042
3,1972	3,1972	7,3943	0,4324	0,5718	0,3472	0,0061
2,5081	2,5081	6,0163	0,4169	0,5581	0,4426	0,0100
1,8191	1,8191	4,6382	0,3922	0,5358	0,6102	0,0190
1,1301	1,1301	3,2602	0,3466	0,4935	0,9622	0,0492

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
4,5782	---	0,00003	---	---	---	0
3,8903	-0,6879	0,00005	0,00004	0,00076	-905,517	905,52
3,2033	-0,6870	0,00007	0,00006	0,00074	-928,179	1833,70
2,5181	-0,6852	0,00012	0,00010	0,00070	-975,708	2809,40
1,8381	-0,6800	0,00025	0,00019	0,00061	-1112,479	3921,88
1,1793	-0,6588	0,00078	0,00052	0,00028	-2314,712	6236,60

Tabla 16. Resultados finales obtenidos con el método directo por tramos

x	y
0	4,5752
905,52	3,8862
1833,7	3,1972
2809,4	2,5081
3921,88	1,8191
6236,6	1,1301

Nota: De los resultados obtenidos, se tiene:

Método de integración gráfica $x = 12\ 965.53$ m

Método de Bakhmeteff $x = 6610.96$ m

Método directo por tramos $x = 6236.60$ m

Observar que el resultado por el método de integración gráfica es muy alejado de los otros, esto se debe a que solo se está trabajando con 5 tramos y existe gran variación entre $y_1 = 4.5752$ m y $y_n = 1.1301$m.

100. Un canal trapezoidal con talud $Z = 1,5$, ancho de solera 1,5 m, coeficiente de rugosidad 0,014 y con una pendiente de 0,9 ‰, conduce un caudal de 1,8 m³/s. En una cierta sección debido a la topografía del terreno adopta una pendiente del 1%. Calcular el perfil del flujo en el tramo de menor pendiente, desde la sección donde se produce el cambio de pendiente hasta una sección aguas arriba donde el tirante es 1% menor que la profundidad normal, usando:
   a. El método de integración gráfica
   b. El método de integración directa
   c. El método directo por tramos

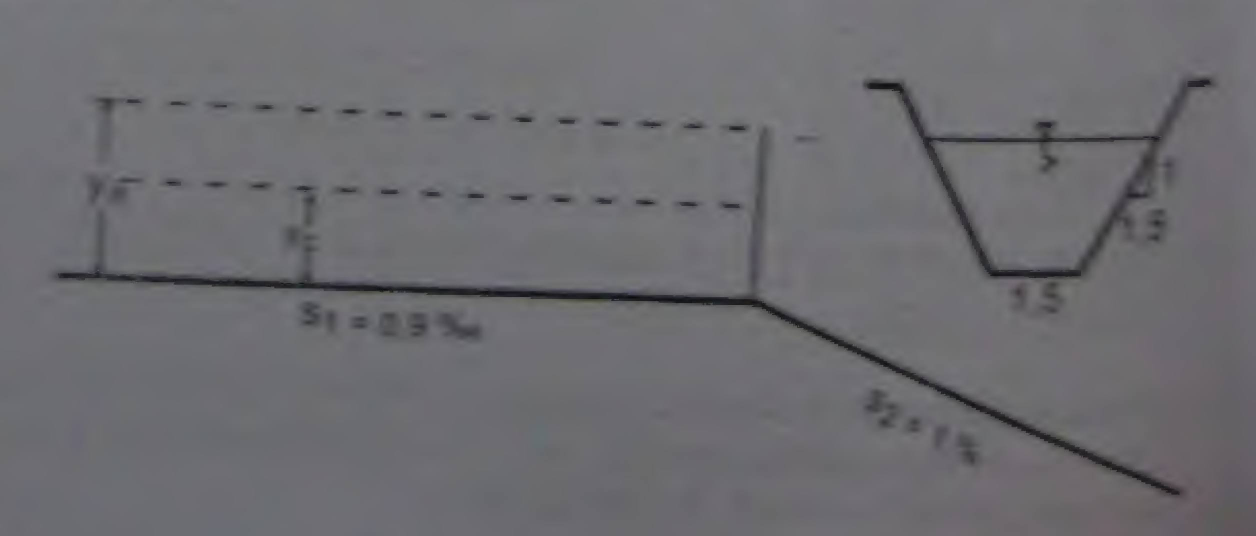
Solución

Datos:

$b = 1.5$ m
$Z = 1.5$
$n = 0.014$
$S = 0.9$ ‰
$Q = 1.8$ m³/s

Se pide:

Calcular la curva de remanso desde el cambio de pendiente hacia aguas arriba, donde el tirante es 1% menor que el y_n.



1. Cálculo del y_n y y_c del tramo de menor pendiente

Para el canal trapezoidal:

$b = 1.5$ m
$Z = 1.5$ m.
$n = 0.014$
$S = 0.9$ ‰ $= 0.0009$
$Q = 1.8$ m^3/s.

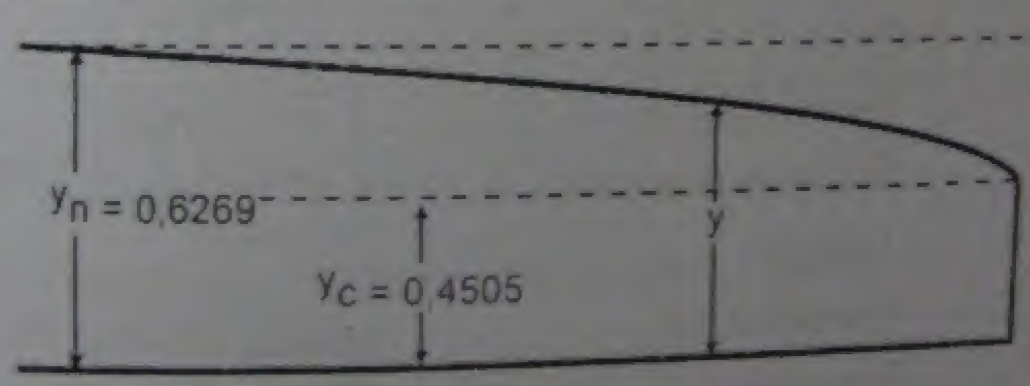
Se obtiene:

$y_n = 0.6269$ m (produciéndose un flujo subcrítico)
$y_c = 0.4505$ m

2. Identificación del perfil de la curva de remanso.

Como $y_n = > y_c = 0.4505$, se genera una curva M

3. La curva se inicia en el cambio de pendiente donde hay un y_c y como en el tramo de menor pendiente hay un flujo subcrítico, este cambio de pendiente (el cual es una singularidad) crea efectos hacia aguas arriba, buscando alcanzar a y_n.



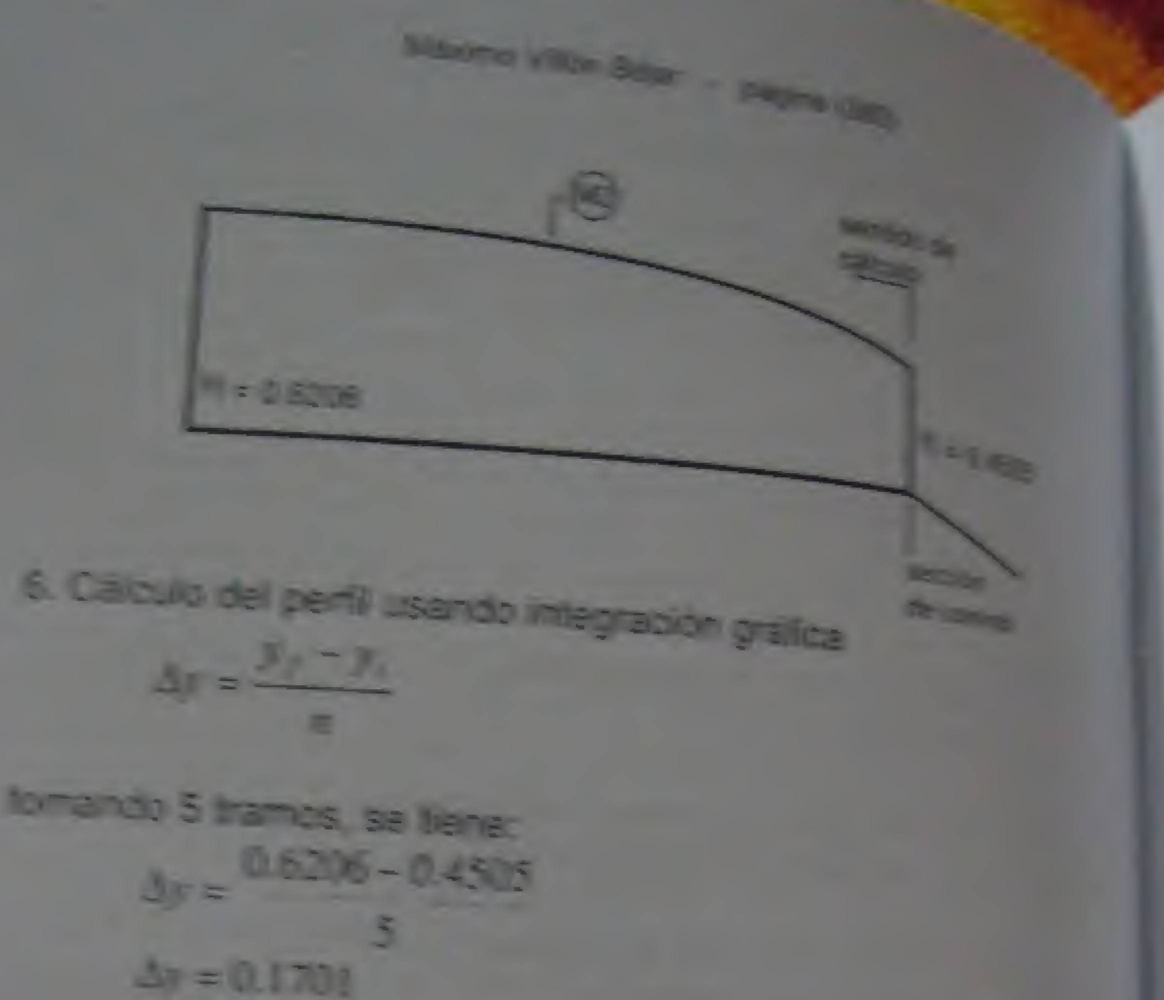
4. En todo momento:

$y > y_c = 0.4505$ y $y < y_n = 0.6269$

por lo que la curva se encuentra en la zona 2, luego el perfil es una M2

5. Tirantes inicial, final, sección de control y sentido de cálculo

$y_i = y_c = 0.4505$ m
$y_f = 0.99 \times y_n = 0.99 \times 0.6269 = 0.6206$ m



6. Cálculo del perfil usando integración gráfica

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.6206 - 0.4505}{5}$$

$$\Delta y = 0.1701$$

Los datos de este problema se muestran en la figura 52.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1.5	
Pendiente (S) :	0.0009	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.4505	m
Tirante final (y2):	0.6206	m
Número de tramos (n) :	5	

Figura 52. Datos del problema para el método de integración gráfica

Los resultados parciales y finales se muestran en las tablas 17 y 18 respectivamente.

Tabla 17. Resultados parciales obtenidos con el método de integración gráfica

y	A	p	R	T	v	Se
0.4505	0.9802	3.1243	0.3137	2.8515	1.8364	0.003101
0.4845	1.0789	3.247	0.3323	2.9536	1.6683	0.002370
0.5185	1.1811	3.3696	0.3505	3.0556	1.5240	0.001842
0.5526	1.2868	3.4923	0.3685	3.1577	1.3988	0.001452
0.5866	1.396	3.6149	0.3862	3.2597	1.2894	0.001159
0.6206	1.5086	3.7376	0.4036	3.3618	1.1931	0.000935

$1-Q^2/gA^3$	So-Se	f(y)	deltax	x
-0.0001	-0.002201	0.04	---	---
0.2233	-0.001470	-151.87	-2.58	2.58
0.3875	-0.000942	-411.49	-9.58	12.17
0.5106	-0.000552	-925.42	-22.74	34.91
0.6043	-0.000259	-2334.99	-55.46	90.37
0.6766	-0.000035	-19115.09	-364.87	455.23

Tabla 18. Resultados finales obtenidos con le método de integración gráfica

x	y
0	0.4505
2.58	0.4845
12.17	0.5185
34.91	0.5526
90.37	0.5866
455.23	0.6206

7. Cálculo del perfil usando el método de Bakhmeteff

El Δy calculado usando 5 tramos, es:

$$\Delta y = 0.1701$$

Los datos del problema se muestran en la figura 53.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	1.5	
Pendiente (S) :	0.0009	
Tirante normal (yn):	0.6269	m
Tirante crítico (yc):	0.4505	m
Tirante inicial (y1):	0.4505	m
Tirante final (y2):	0.6206	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 53. Datos del problema para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales y finales se muestran en las tablas 19 y 20 respectivamente.

Tabla 19. Resultados parciales obtenidos con el método de Bakhmeteff.

Valor de N =3.7455 Valor de M =3.5291 Valor de J =3.0793

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.4505	0.7186	0.6690	0.7715	0.7265	92.7850	0
0.4845	0.7729	0.7310	0.8531	0.8197	90.3625	2.42
0.5185	0.8271	0.7939	0.9494	0.9313	81.0243	11.76
0.5526	0.8814	0.8577	1.0723	1.0759	58.9770	33.81
0.5866	0.9357	0.9223	1.2571	1.2961	7.3869	85.40
0.6206	0.9900	0.9878	1.7732	1.9198	-203.0240	295.81

Tabla 20. Resultados finales obtenidos con el método de *Bakhmeteff.*

x	y
0	0.4505
2.42	0.4845
11.76	0.5185
33.81	0.5526
85.40	0.5866
295.81	0.6206

8. Cálculo del perfil usando el método directo por tramos

El Δy calculado usando 5 tramos, es:

$$\Delta y = 0.1701$$

Los datos que se usan en el problema se muestran en la figura 54.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1.5	
Pendiente (S) :	0.0009	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.4505	m
Tirante final (y2):	0.6206	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 54. Datos del problema para el método directo por tramos

Los resultados parciales y finales se muestran en las tablas 21 y 22 respectivamente.

Tabla 21. Resultados parciales obtenidos con el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.4505	0.9802	3.1243	0.3137	0.4617	1.8364	0.1719
0.4845	1.0789	3.2470	0.3323	0.4797	1.6683	0.1419
0.5185	1.1811	3.3696	0.3505	0.4971	1.5240	0.1184
0.5526	1.2868	3.4923	0.3685	0.5140	1.3988	0.0997
0.5866	1.396	3.6149	0.3862	0.5303	1.2894	0.0847
0.6206	1.5086	3.7376	0.4036	0.5462	1.1931	0.0726

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So- $\overline{Se}$	deltax	x
0.6224	---	0.00310	---	---	---	0
0.6264	0.0040	0.00237	0.00274	-0.00184	-2.178	2.18
0.6369	0.0105	0.00184	0.00211	-0.00121	-8.730	10.91
0.6523	0.0154	0.00145	0.00165	-0.00075	-20.588	31.50
0.6713	0.0190	0.00116	0.00131	-0.00041	-46.967	78.46
0.6932	0.0218	0.00094	0.00105	-0.00015	-148.475	226.94

Tabla 22. Resultados finales obtenidos con el método directo por tramos

x	y
0	0.4505
2.18	0.4845
10.91	0.5185
31.50	0.5526
78.46	0.5866
226.94	0.6206

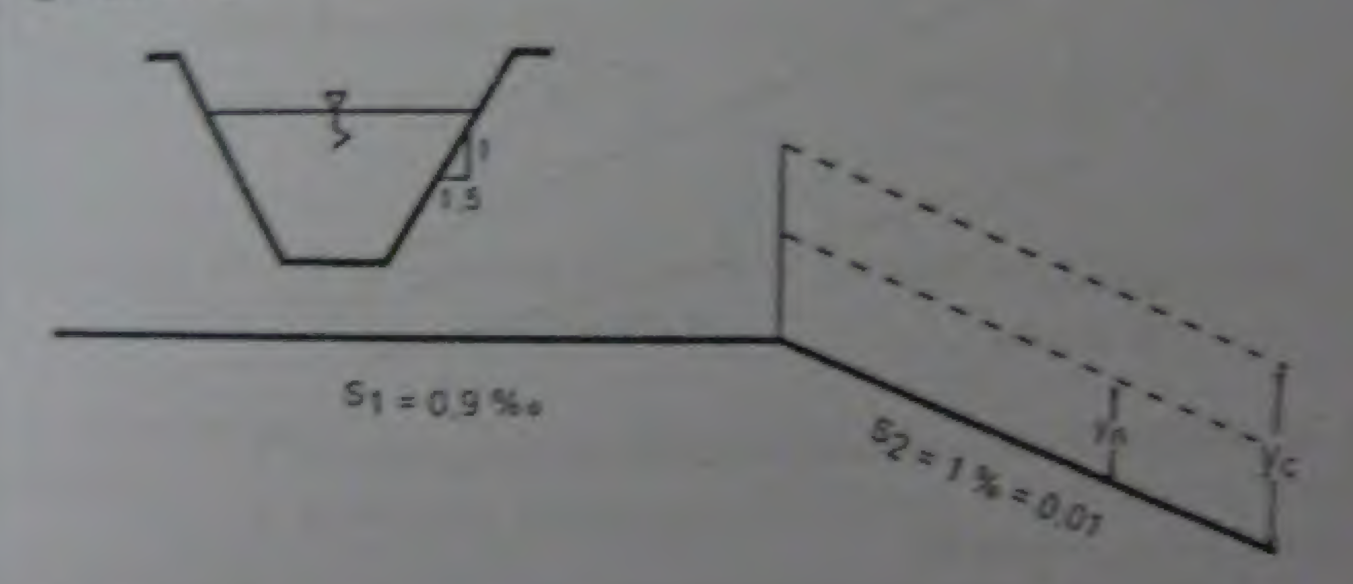
101. Para el canal del problema anterior, calcular el perfil del flujo en el tramo de mayor pendiente, desde la sección donde se produce el cambio de pendiente hasta una sección aguas abajo donde el tirante es 1 % mayor que el tirante normal, usando:

a. El método de integración gráfica
b. El método de integración directa
c. El método directo por tramos



Datos:
$b = 1.5$ m
$Z = 1.5$ m
$n = 0.014$
$S = 1\ \% = 0.01$
$Q = 1.8\ m^3/s$

Se pide:
Calcular la curva de remanso desde el cambio de pendiente hacia aguas abajo, donde el tirante es 1 % mayor que el yn



1. Cálculo de y_n y y_c en el tramo de mayor pendiente
Para el canal trapezoidal con:

$b = 1.5$ m
$Z = 1.5$
$n = 0.014$
$S = 1\%$
$Q = 1.8\ m^3/s$

se obtiene:
$y_n = 0.3260$ m (produciendo un flujo supercrítico)
$y_c = 0.4505$ m (es el mismo que el del tramo de menor pendiente)

2. Inicio de la curva de remanso

La curva se inicia en el cambio de pendiente, siendo esta la sección de control:

$$y_i = y_c = 0.4505 \text{ m}$$

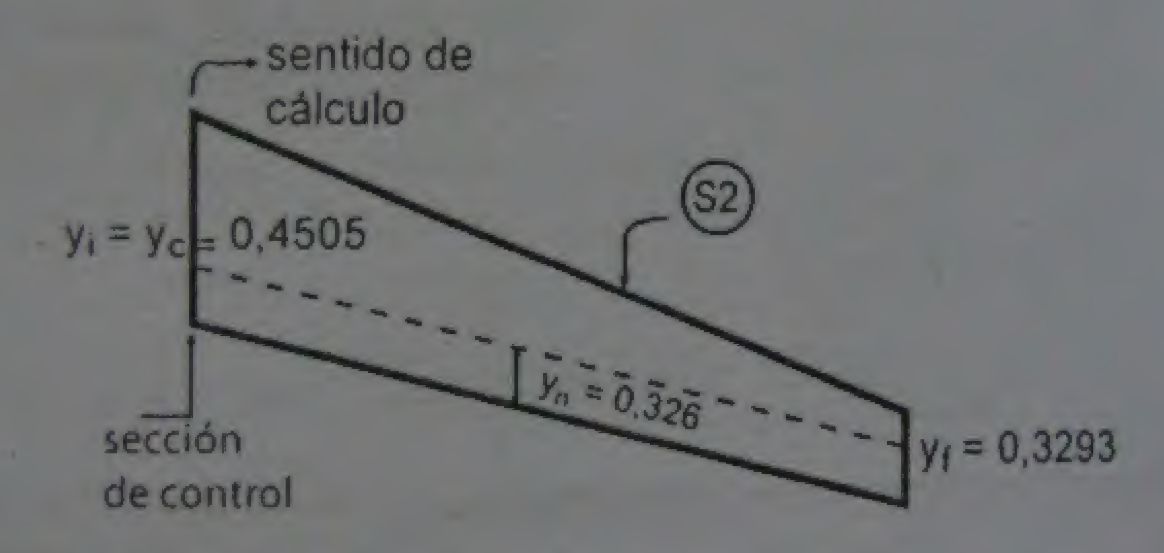
3. Final de la curva de remanso

Como aguas abajo de la sección de control el flujo es supercrítico, la curva tiende hacia el y_n por encima, y por condición del problema, se tiene:

$y_f = 1.01\ y_n$

$y_f = 1.01 \times 0.326$

$y_f = 0.3293$ m



4. Identificación del perfil de la curva de remanso

Como $y_c = 0.4505 > y_n = 0.326$, se genera una curva *S*.

Como: $y < y_c = 0.4505$

$y > y_n = 0.326$, la curva se encuentra en la zona *2*

luego el perfil es una *S2*.

5. Cálculo del perfil usando el método de integración gráfica.

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.3293 - 0.4505}{5}$$

$$\Delta y = -0.02424$$

Los datos de este problema se muestran en la figura 55.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1.5	
Pendiente (S) :	0.01	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.4505	m
Tirante final (y2):	0.3293	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 55. Datos del problema para el método de integración gráfica

Los resultados parciales se muestran en la tabla 23 y los finales en la tabla 24.

Tabla 23. Resultados parciales usando el método de integración gráfica

y	A	p	R	T	v	Se
0.4505	0.9802	3.1243	0.3137	2.8515	1.8364	0.003101
0.4263	0.9119	3.0369	0.3003	2.7788	1.9738	0.003797
0.402	0.8455	2.9495	0.2866	2.7061	2.1290	0.004701
0.3778	0.7807	2.8621	0.2728	2.6333	2.3055	0.005889
0.3535	0.7178	2.7747	0.2587	2.5606	2.5077	0.007477
0.3293	0.6566	2.6873	0.2443	2.4879	2.7414	0.009643

$1-Q^2/gA^3$	So-Se	f(y)	deltax	x
-0.0001	0.006899	-0.01	---	---
-0.2101	0.006203	-33.88	0.41	0.41
-0.4789	0.005299	-90.37	1.51	1.92
-0.8275	0.004111	-201.27	3.53	5.45
-1.2867	0.002523	-510.10	8.62	14.07
-1.9026	0.000357	-5326.90	70.74	84.82

Tabla 24. Resultados finales usando el método de integración gráfica.

x	y
0	0.4505
0.41	0.4263
1.92	0.402
5.45	0.3778
14.07	0.3535
84.82	0.3293

6. Cálculo del perfil usando el método de Bakhmeteff

El Δy calculado usando 5 tramos, es:

$$\Delta y = -0.02424$$

Los datos de este problema se muestran el la figura 56.

Los resultados parciales se muestran en la tabla 25 y los finales en la tabla 26.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	1.5	
Pendiente (S) :	0.01	
Tirante normal (yn):	0.3260	m
Tirante crítico (yc):	0.4505	m
Tirante inicial (y1):	0.4505	m
Tirante final (y2):	0.3293	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 56. Datos del problema para el método de Bakhmeteff

Tabla 25. Resultados parciales usando el método de Bakhmeteff

Valor de N =3.6234   Valor de M =3.4034   Valor de J =2.9701

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.4505	1.3819	1.4838	0.1898	0.2693	60.5037	0
0.4263	1.3075	1.3870	0.2287	0.3199	60.8771	0.37
0.402	1.2332	1.2914	0.2830	0.3898	62.2951	1.79
0.3778	1.1588	1.1970	0.3658	0.4947	65.6049	5.10
0.3535	1.0845	1.1040	0.5155	0.6818	73.3362	12.83
0.3293	1.0101	1.0124	1.0648	1.3570	107.2546	46.75

Tabla 26. Resultados finales usando el método Bakhmeteff.

x	y
0.00	0.4505
0.37	0.4263
1.79	0.402
5.10	0.3778
12.83	0.3535
46.75	0.3293

7. Cálculo del perfil usando el método de directo por tramos
El valor de Δy calculado, usando con 5 tramos, es:

$\Delta y = -0.02424$.

Los datos que se usan en este problema se muestran en la figura 57.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1.5	
Pendiente (S) :	0.01	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.4505	m
Tirante final (y2):	0.3293	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 57. Datos del problema para el método de directo por tramos

Los resultados parciales se muestran en la tabla 27 y los finales en la tabla 28.

Tabla 27. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.4505	0.9802	3.1243	0.3137	0.4617	1.8364	0.1719
0.4263	0.9119	3.0369	0.3003	0.4484	1.9738	0.1986
0.4020	0.8455	2.9495	0.2866	0.4347	2.1290	0.2310
0.3778	0.7807	2.8621	0.2728	0.4206	2.3055	0.2709
0.3535	0.7178	2.7747	0.2587	0.4060	2.5077	0.3205
0.3293	0.6566	2.6873	0.2443	0.3908	2.7414	0.3830

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
0.6224	---	0.00310	---	---	---	0
0.6248	0.0024	0.00380	0.00345	0.00655	0.373	0.37
0.6330	0.0082	0.00470	0.00425	0.00575	1.428	1.80
0.6487	0.0156	0.00589	0.00529	0.00471	3.325	5.13
0.6741	0.0254	0.00748	0.00668	0.00332	7.646	12.77
0.7123	0.0383	0.00964	0.00856	0.00144	26.585	39.36

Tabla 28. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0	0.4505
0.37	0.4263
1.80	0.402
5.13	0.3778
12.77	0.3535
39.36	0.3293

102. En un canal trapezoidal que conduce 1,3 m^3/s con ancho de solera de 1 m, talud 1, coeficiente de rugosidad 0,014, se produce un quiebre en su pendiente cambiando desde 0,008 sobre el lado aguas arriba a 0,0004 en el lado aguas abajo como lo muestra la figura 58.

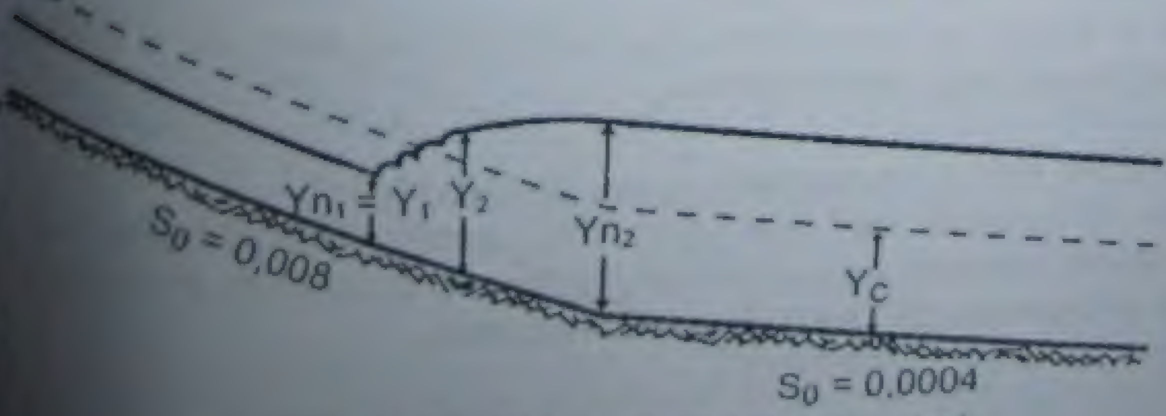


Figura 58. Perfil longitudinal del canal

Calcular el perfil del flujo en el tramo aguas arriba desde el quiebre hasta una sección cuyo tirante sea el conjugado mayor y_2 del resalto hidráulico, usando:

a. El método de integración gráfica
b. El método de integración directa
c. El método directo por tramos

Solución

Datos:
$b = 1$ m
$Z = 1$
$Q = 1.3$ m^3/s
$n = 0.014$
$S = 0.008$

Se pide:
Calcular la curva de remanso desde el quiebre hacia aguas arriba, hasta la sección donde el tirante es y2, conjugado mayor del resalto hidráulico

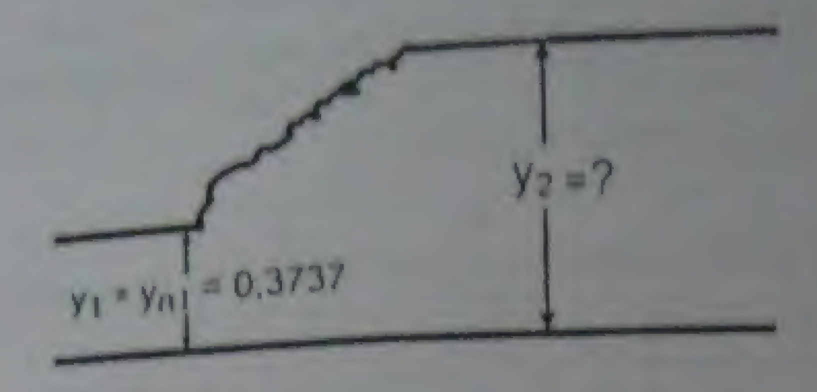
1. Cálculo de y_c, y_{n1}, y_{n2}
Para el canal trapezoidal con:

$b = 1$ m
$Z = 1$
$Q = 1.3$ m^3/s
$n = 0.014$

se tiene $y_c = 0.4718$ m.

Para el tramo con pendiente $S_{n1} = 0.008$, se tiene: $y_{n1} = 0.3737$ m produciendo flujo supercrítico.
Para el tramo con pendiente $S_{n2} = 0.0004$, se tiene: $y_{n2} = 0.8362$ m produciendo flujo subcrítico.

2. Cálculo del y_2, conjugado mayor del resalto
Nota: El cálculo del conjugado del resalto hidráulico, ya se ha explicado muchas veces en los problemas anteriores, por lo que en este problema, sólo se indicará el resultado.



Para el canal trapezoidal, con:

$Q = 1.3\ m^3/s$
$y_1 = 0.3737\ m$
$b = 1$
$Z = 1$

se obtiene un tirante conjugado mayor $y_2 = 0.5833$ m

3. Inicio de la curva de remanso

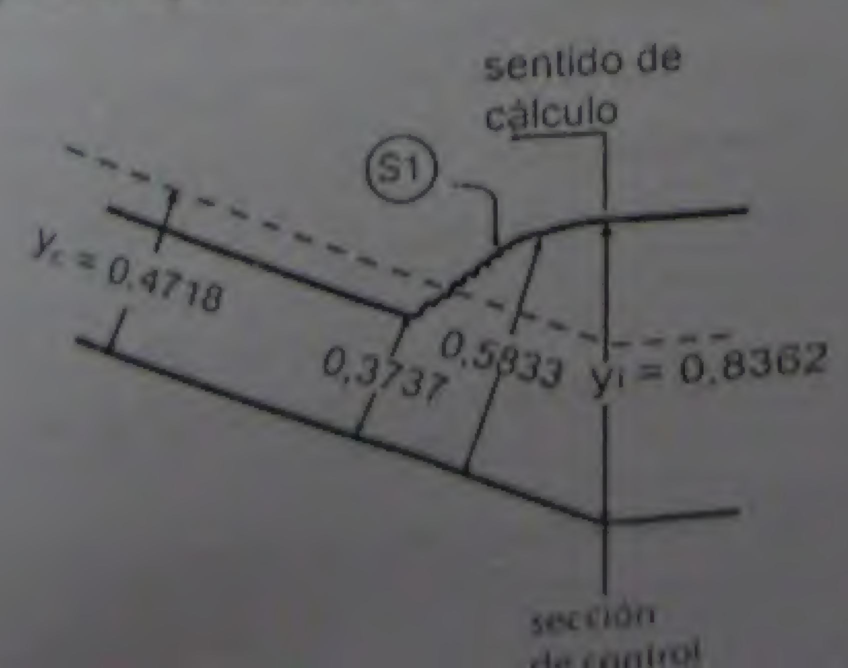
La curva se inicia en el cambio de pendiente, siendo:

$y_i = y_{n2} = 0.8362$ m

y esta representa la sección de control

4. Final de la curva de remanso

Este es un resalto ahogado, por lo que la curva se presenta en la sección de mayor pendiente hasta un tirante final $y_f = y_2 = 0.5833$ m (tirante conjugado mayor del resalto).



5. Identificación del perfil de la curva de remanso
Como $y_c = 0.4718 > y_{n1} = 0.3737$ m, se genera una curva S.
Como $y > y_c = 0.4718$ y $y > y_{n1} = 0.3737$, la curva se encuentra en la zona 1, luego el perfil es una $S1$.

6. Cálculo del perfil usando el método de integración gráfica

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.5833 - 0.8362}{5}$$

$$\Delta y = -0.05058$$

Los datos de este problema, se muestran en la figura 59.

Datos:

Caudal (Q) :	1.3	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.008	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.8362	m
Tirante final (y2):	0.5833	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 59. Datos del problema para el método de integración gráfica

Los resultados parciales se muestran en la tabla 29 y los finales en la tabla 30.

Tabla 29. Resultados parciales usando el método de integración gráfica

y	A	p	R	T	v	Se
0.8362	1.5354	3.3651	0.4563	2.6724	0.8467	0.000400
0.7856	1.4028	3.2221	0.4354	2.5712	0.9267	0.000510
0.7350	1.2753	3.0790	0.4142	2.4701	1.0193	0.000660
0.6845	1.1529	2.9359	0.3927	2.3689	1.1275	0.000867
0.6339	1.0357	2.7929	0.3708	2.2678	1.2552	0.001159
0.5833	0.9235	2.6498	0.3485	2.1666	1.4076	0.001583

$1-Q^2/gA^3$	So-Se	f(y)	deltax	x
0.8728	0.007600	114.8400	---	---
0.8395	0.007490	112.0900	-5.74	5.74
0.7949	0.007340	108.2800	-5.57	11.31
0.7337	0.007133	102.8600	-5.34	16.65
0.6483	0.006841	94.7700	-5.00	21.65
0.5262	0.006417	82.0000	-4.47	26.12

Tabla 30. Resultados finales, usando el método de integración gráfica

x	y
0	0.8362
5.74	0.7856
11.31	0.735
16.65	0.6845
21.65	0.6339
26.12	0.5833

7. Calculo del perfil usando el método de Bakhmeteff

El valor de Δy con 5 tramos, es:

$$\Delta y = -0.05058.$$

Los datos del problema se muestran en la figura 60.

Datos:

Caudal (Q) :	1.3	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud (Z) :	1	
Pendiente (S) :	0.008	
Tirante normal (yn):	0.3737	m
Tirante crítico (yc):	0.4718	m
Tirante inicial (y1):	0.8362	m
Tirante final (y2):	0.5833	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 60. Datos del problema para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales se muestran en la tabla 31 y los finales en la tabla 32.

Tabla 31. Resultados parciales, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N =3.8271 Valor de M =3.6587 Valor de 3.2755

y	u = y/yn	v = $u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.8362	2.2376	2.5627	0.0370	0.0526	107.7333	0
0.7856	2.1023	2.3825	0.0444	0.0625	101.9878	5.75
0.7350	1.9669	2.2043	0.0540	0.0751	96.4024	11.33
0.6845	1.8316	2.0281	0.0668	0.0917	91.0427	16.69
0.6339	1.6962	1.8541	0.0843	0.1142	86.0134	21.72
0.5833	1.5609	1.6824	0.1093	0.1459	81.4940	26.24

Tabla 32. Resultados finales usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.8362
5.75	0.7856
11.33	0.7350
16.69	0.6845
21.72	0.6339
26.24	0.5833

8. Cálculo de perfil usando el método de directo por tramos

El valor de Δy con 5 tramos, es:

Δy = -0.05058.

Los datos de este problema se muestran en la figura 61.

Datos:

Caudal (Q) :	1.3	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.008	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.8362	m
Tirante final (y2):	0.5833	m
Número de tramos (nt) :	10	

Figura 61. Datos del problema según el método directo por tramos

Los resultados parciales se muestran en la tabla 33 y los finales en la tabla 34.

Tabla 33. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.8362	1.5354	3.3651	0.4563	0.5927	0.8467	0.0365
0.7856	1.4028	3.2221	0.4354	0.5744	0.9267	0.0438
0.7350	1.2753	3.0790	0.4142	0.5557	1.0193	0.0530
0.6845	1.1529	2.9359	0.3927	0.5363	1.1275	0.0648
0.6339	1.0357	2.7929	0.3708	0.5162	1.2562	0.0803
0.5833	0.9235	2.6498	0.3485	0.4953	1.4076	0.1010

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
0.8727	---	0.00040	---	---	---	0.00
0.8294	-0.0433	0.00051	0.00046	0.00754	-5.745	5.74
0.7880	-0.0414	0.00066	0.00058	0.00742	-5.582	11.33
0.7493	-0.0387	0.00087	0.00076	0.00724	-5.353	16.68
0.7142	-0.0351	0.00116	0.00101	0.00099	-5.02	21.70
0.6843	-0.0299	0.00158	0.00137	0.00663	-4.51	26.21

Tabla 34. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0.00	0.8362
5.74	0.7856
11.33	0.735
16.68	0.6845
21.70	0.6339
26.21	0.5833

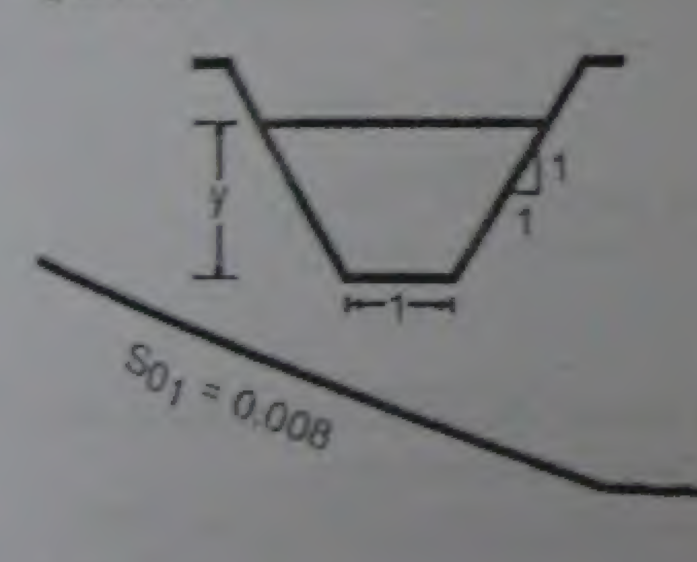
103. Para el canal del problema anterior si el quiebre en la pendiente cambia desde 0,008 sobre el lado aguas arriba a 0,004 en el lado aguas abajo, calcular el perfil del flujo en el tramo aguas abajo, desde el quiebre hasta una sección donde la profundidad sea el tirante normal en este tramo, usando:

a. El método de integración gráfica
b. El método Bakhmeteff
c. El método directo por tramos

Solución

Datos:
$b = 1$ m
$Z = 1$
$Q = 1.3\ m^3/s$
$n = 0.014$
$S = 0.04$

Se pide:
Calcular el perfil del flujo desde el cambio de pendiente hacia aguas abajo

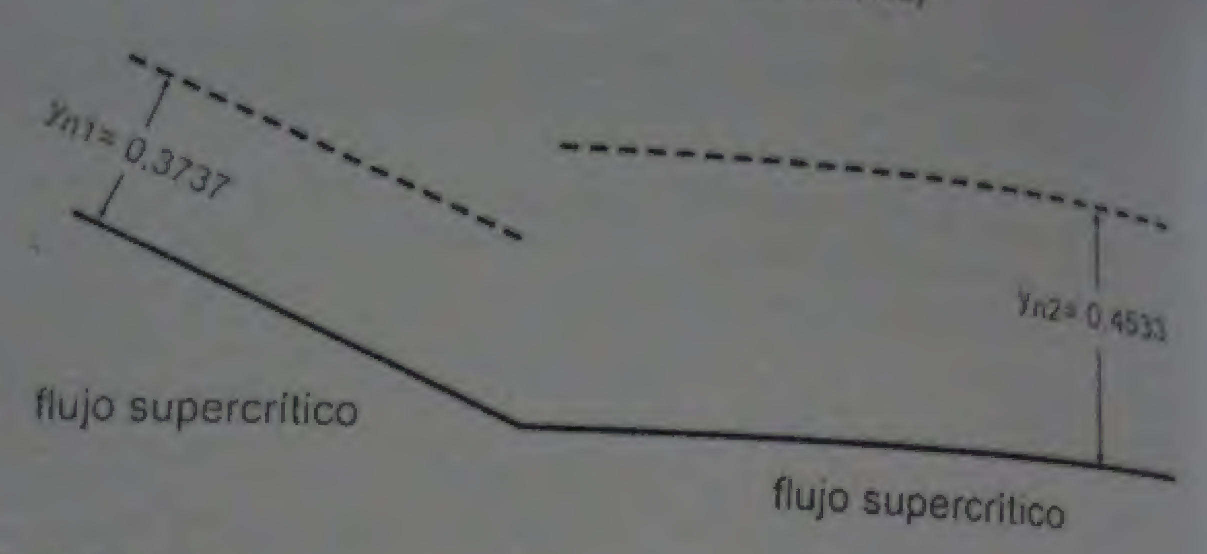


1. Para el canal trapezoidal con:

$b = 1$ m
$Z = 1$
$Q = 1.3\ m^3/s$
$n = 0.014$

se tiene: $y_c = 0.4718$ m

Para el tramo con pendiente $S_{01} = 0.008$ se tiene: $y_{n1} = 0.3737\ m$ produciendo flujo supercrítico.
Para el tramo con pendiente $S_{02} = 0.004$, se tiene: $y_{n2} = 0.4533\ m$ produciendo flujo supercrítico.



2. Análisis
Toda singularidad (en este caso el cambio de pendiente) en un flujo supercrítico, crea efectos hacia aguas abajo.
Por lo que en el cambio de pendiente el $y_r = y_{n1} = 0.3737$ m siendo por lo tanto este punto una sección de control.

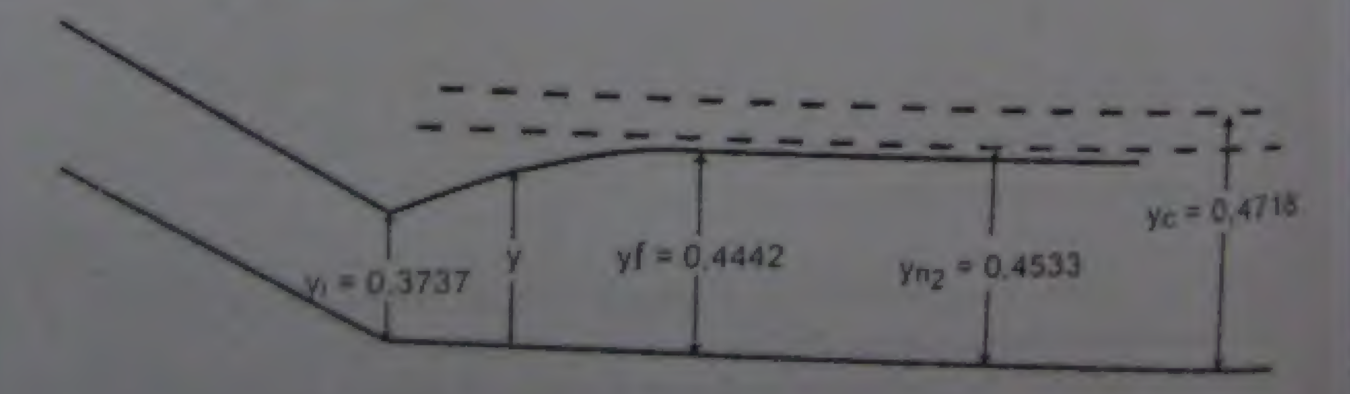
3. Inicio de la curva de remanso
La curva se inicia en el cambio de pendiente, siendo:

$$y_i = y_{n1} = 0.3737 \text{ m}$$

4. Final de la curva de remanso
A partir del cambio de pendiente hacia aguas abajo, el agua tratará de alcanzar las condiciones normales, es decir al y_{n2}.
Para los cálculos es suficiente que este y_f sea 0.98 y_{n2} es decir:

$$y_f = 0.98 \times 0.4533$$

$$y_f = 0.4442 \text{ m}$$



5. Identificación del perfil de la curva de remanso

Como $y_c = 0.4718$ m > $y_{n2} = 0.4533$ m, se genera una curva *S*.
Como $y < y_{n2}$ y $y < y_c$, la curva se encuentra en la zona 3, luego el perfil es una *S3*.

6. Cálculo del perfil usando el método de integración gráfica

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.4442 - 0.3737}{5} = 0.0141\,m$$

Los datos de este problema, se muestran en la figura 62.

Datos:

Caudal (Q) :	1.3	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.3737	m
Tirante final (y2):	0.4442	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 62. Datos del problema para el método de integración gráfica

Los resultados parciales se muestran en la tabla 35 y los finales en la tabla 36.

Tabla 35. Resultados parciales usando el método de integración gráfica

y	A	p	R	T	v	Se
0.3737	0.5134	2.0570	0.2496	1.7474	2.5324	0.008000
0.3878	0.5382	2.0969	0.2567	1.7756	2.4155	0.007011
0.4019	0.5634	2.1367	0.2637	1.8038	2.3073	0.006171
0.4160	0.5891	2.1766	0.2706	1.8320	2.2069	0.005453
0.4301	0.6151	2.2165	0.2775	1.8602	2.1135	0.004837
0.4442	0.6415	2.2564	0.2843	1.8884	2.0265	0.004305

$1-Q^2/gA^3$	So-Se	f(y)	deltax	x
-1.2252	-0.004000	306.33	---	---
-0.9623	-0.003011	319.57	4.41	4.41
-0.7374	-0.002171	339.64	4.65	9.06
-0.5441	-0.001453	374.36	5.03	14.09
-0.3771	-0.000837	450.52	5.82	19.91
-0.2322	-0.000305	760.57	8.54	28.45

Tabla 36. Resultados finales, usando el método de integración gráfica

x	y
0	0.3737
4.41	0.3878
9.06	0.4019
14.09	0.4160
19.91	0.4301
28.45	0.4442

7. Cálculo del perfil usando el método de Bakhmeteff

El Δy calculado usando 5 tramos, es:

$\Delta y = 0.041$

Los datos del problema se muestran en la figura 63.

Datos:

Caudal (Q) :	1.3	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud (Z) :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Tirante normal (yn):	0.4533	m
Tirante crítico (yc):	0.4718	m
Tirante inicial (y1):	0.3737	m
Tirante final (y2):	0.4442	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 63. Datos del problema para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 37 y los finales en la tabla 38.

Tabla 37. Resultados parciales, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.5857 Valor de M = 3.4208 Valor de J = 3.0782

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.3737	0.8244	0.7986	0.9542	0.9407	90.2265	0
0.3878	0.8555	0.8338	1.0212	1.0166	94.6216	4.39
0.4019	0.8866	0.8692	1.1012	1.1077	99.2430	9.01
0.4160	0.9177	0.9048	1.2027	1.2240	104.2346	14.01
0.4301	0.9488	0.9406	1.3470	1.3901	109.9478	19.72
0.4442	0.9799	0.9767	1.6195	1.7058	117.8040	27.58

Tabla 38. Resultados finales usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.3737
4.39	0.3878
9.01	0.4019
14.01	0.4160
19.72	0.4301
27.58	0.4442

8. Cálculo del perfil usando el método directo por tramos

El Δy calculado usando 5 tramos, es:

$\Delta y = 0.041$

Los datos del problema se muestran en la figura 64.

Datos:

Caudal (Q) :	1.3	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Rugosidad (n) :	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.3737	m
Tirante final (y2):	0.4442	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 64. Datos del problema para el método directo por tramos

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 39 y los finales en la tabla 40.

Tabla 39. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.3737	0.5134	2.0570	0.2496	0.3964	2.5324	0.3269
0.3878	0.5382	2.0969	0.2567	0.4039	2.4155	0.2974
0.4019	0.5634	2.1367	0.2637	0.4112	2.3073	0.2713
0.4160	0.5891	2.1766	0.2706	0.4184	2.2069	0.2482
0.4301	0.6151	2.2165	0.2775	0.4254	2.1135	0.2277
0.4442	0.6415	2.2564	0.2843	0.4324	2.0265	0.2093

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
0.7006	---	0.00800	---	---	---	0.00
0.6852	-0.0154	0.00701	0.00751	-0.00351	4.385	4.39
0.6732	-0.0119	0.00617	0.00659	-0.00259	4.609	8.99
0.6642	-0.0090	0.00545	0.00581	-0.00181	4.967	13.96
0.6578	-0.0065	0.00484	0.00515	-0.00115	5.646	19.61
0.6535	-0.0043	0.00431	0.00457	-0.00057	7.479	27.09

Tabla 40. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0.00	0.3737
4.39	0.3878
8.99	0.4019
13.96	0.4160
19.61	0.4301
27.09	0.4442

104. Se tiene un canal de sección rectangular, cuyo ancho de solera es 2 m, coeficiente de rugosidad $n = 0,015$ y conduce un caudal de 2,5 m^3/s. En este canal existe una compuerta cuya abertura es $a = 0,35$ m y tiene el perfil de fondo como el mostrado en la figura 65.

Considerando que la altura de la vena contraída en la compuerta es: $y = Cc \times a$
donde $Cc = 0{,}61$ y situado a una distancia 1,5 aguas abajo de la compuerta, se pide:

a. Realizar el estudio de los perfiles del flujo
b. Calcular y dibujar los perfiles

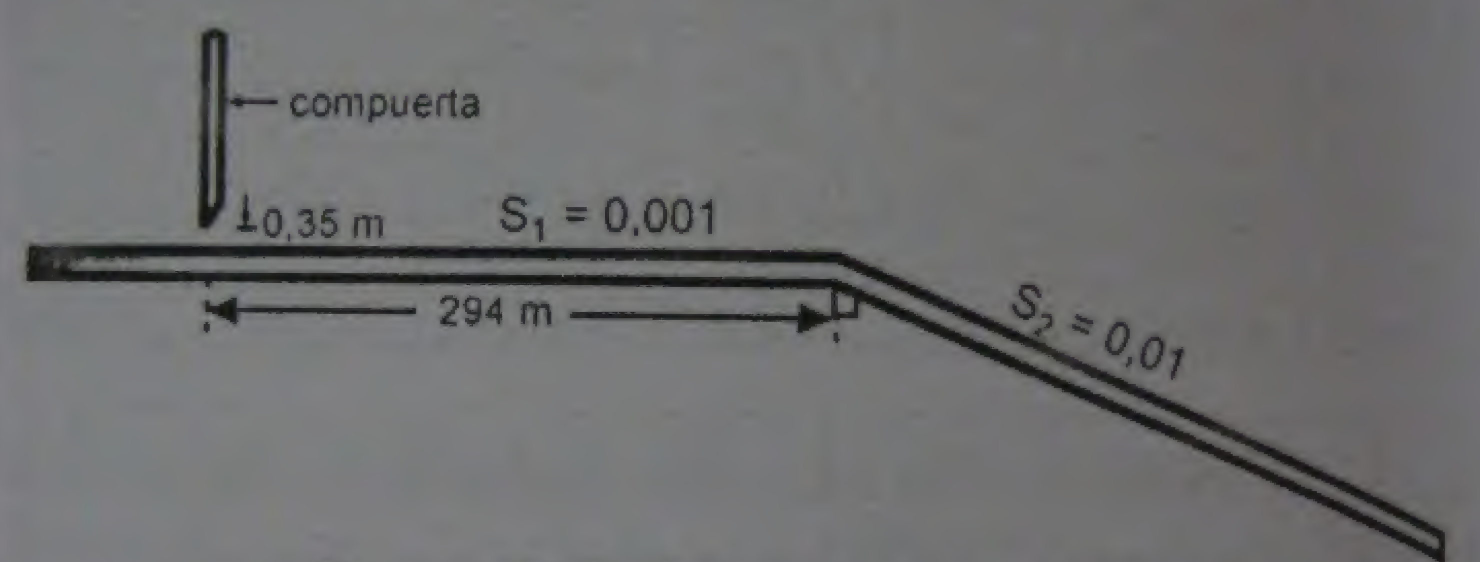
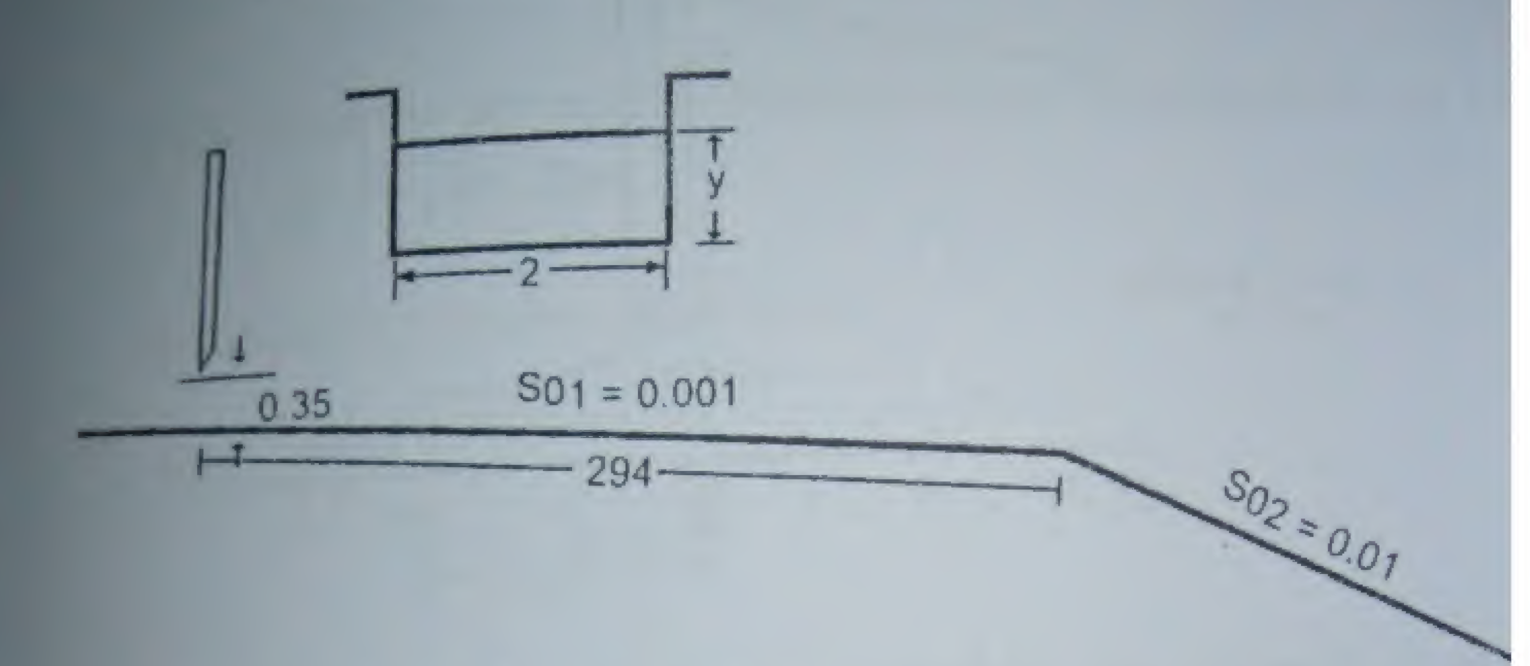


Figura 65. Perfil longitudinal del canal

Solución

Datos:
$b = 2$ m
$Q = 2.5$ m^3/s
$n = 0.015$
$Cc = 0.61$
$a = 0.35$
$y_1 = Cc \times a$
$Lc = 1.5\ a$

Se pide:
a. Realizar el estudio de los perfiles del flujo.
b. Calcular y dibujar los perfiles.



$$y_1 = Cc \times a = 0.61 \times 0.35 = 0.2135\,m$$
$$Lc = 1.5 \times 0.35 = 0.525\,m$$

Estudio de los perfiles del flujo

1. Cálculo de y_c, y_{n1}, y_{n2}

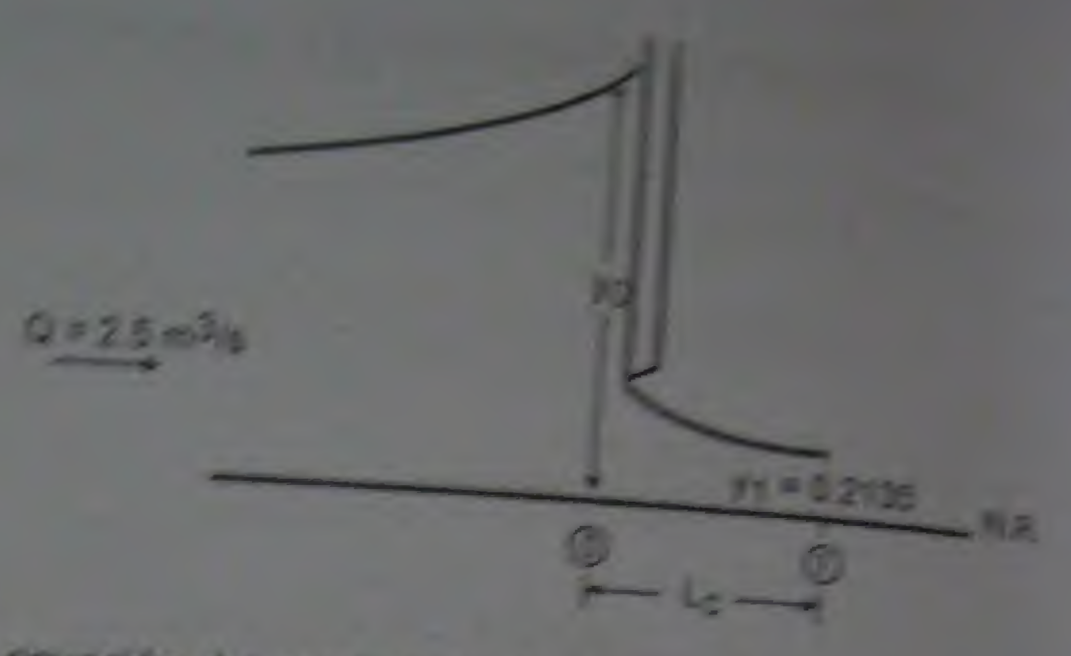
Para el canal rectangular con:

$b = 2$
$Z = 0$
$Q = 2.5\ m^3/s$
$n = 0.015$

se tiene $y_c = 0.5421$ m

Para el tramo con pendiente $S_{01} = 0.001$, se tiene $y_{n1} = 0.9557$ produciendo flujo subcritico.
Para el tramo con pendiente $S_{01} = 0.01$, se tiene $y_{n2} = 0.4216$ produciendo flujo supercrítico.

2. Cálculo del y_0, inmediatamente aguas arriba de la compuerta



De la ecuación del coeficiente de descarga en una compuerta, se tiene:

$$Cd = \frac{Cc\left(0.960 + 0.0979\dfrac{a}{y_0}\right)}{\sqrt{1 + \dfrac{Cca}{y_0}}}$$

donde:

$Cc = 0.61$
$a = 0.35$

luego:

$$Cd = \frac{0.61\left(0.960 + 0.0979\dfrac{0.35}{y_0}\right)}{\sqrt{1 + \dfrac{0.61 \times 0.35}{y_0}}}$$

$$Cd = \frac{0.5856 + \dfrac{0.0209}{y_0}}{\sqrt{1 + \dfrac{0.2135}{y_0}}}$$

De la ecuación del caudal descargado por la compuerta, se tiene:

$$Q = C_d ba\sqrt{2gy_0}$$

Sustituyendo valores, se obtiene:

$$2.5 = \frac{0.5856 + \dfrac{0.0209}{y_0}}{\sqrt{1 + \dfrac{0.2135}{y_0}}} \times 2 \times 0.35\sqrt{19.62\,y_0}$$

$$0.8063 = \frac{\left(0.5856 + \dfrac{0.0209}{y_0}\right)\sqrt{y_0}}{\sqrt{1 + \dfrac{0.2135}{y_0}}}$$

Resolviendo por tanteos se obtiene:

$y_0 = 2.0238$ m

3. Cálculo del conjugado mayor del resalto hidráulico aguas abajo de la compuerta

De la ecuación del resalto hidráulico para una sección rectangular, se tiene:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}}$$

donde:

$y_1 = 0.2135$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{2.5}{2} = 1.25$$

luego:

$$y_2 = -\frac{0.2135}{2} + \sqrt{\frac{2 \times 1.25^2}{9.81 \times 0.2135} + \frac{0.2135^2}{4}}$$

$y_2 = 1.1194$ m

4. Análisis del perfil longitudinal

- Tramo aguas arriba de la compuerta

El tirante real y_r, justo aguas arriba de la compuerta es y_r = 2,0238m, este tirante va a tratar de alcanzar aguas arriba al y_{n1}= 0,9557 m

Como y_{n1}= 0.9557 m > y_c = 0.5421m, se genera una curva *M*

Como y > y_{n1} = 0.9557 m y y > y_c = 0.5421 m, se encuentra en la zona 1, luego el perfil aguas arriba de la compuerta esta formado por la curva *M*1.

- Tramo aguas abajo de la compuerta

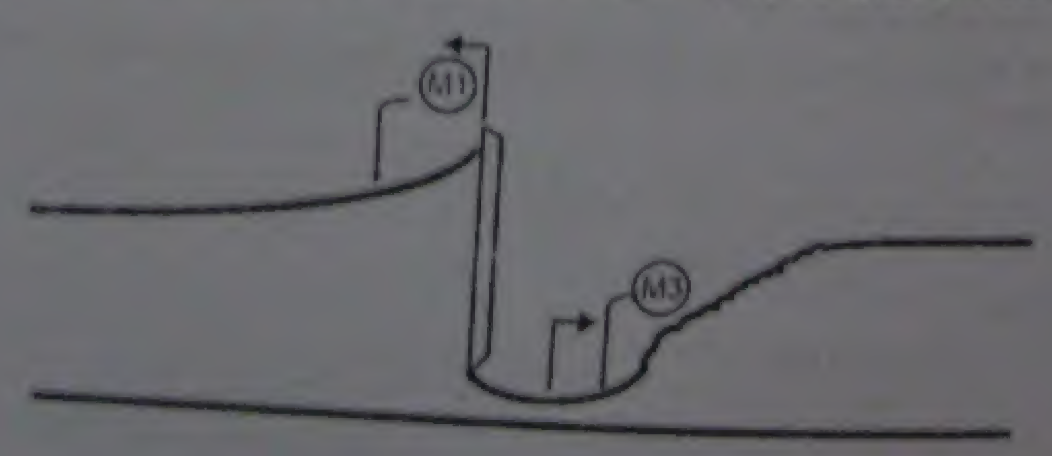
Como el y_i = y_1= 0.2135 m < y_c = 0.5421m el flujo es supercrítico en la sección después de la contracción.

Como en éste tramo debe formarse un flujo subcrítico, la única forma de hacerlo es a través del resalto hidráulico.

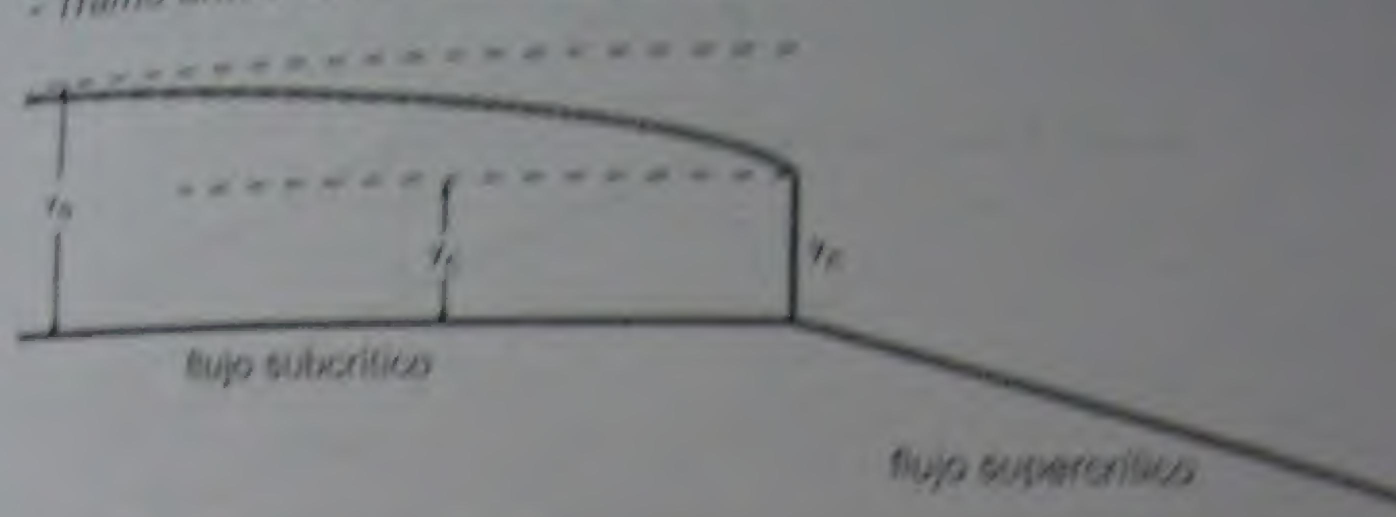
Calculando el conjugado mayor y_2 a partir del tirante y_1 en la contracción se obtiene:

$$y_2 = 1.1194\text{m} > y_{n1} = 0.9557\text{m}$$

lo cual indica que el resalto es barrido y como se tiene una pendiente suave (y_{n1}> y_c), antes del resalto se forma una curva *M3*.



- *Tramo antes del cambio de pendiente*



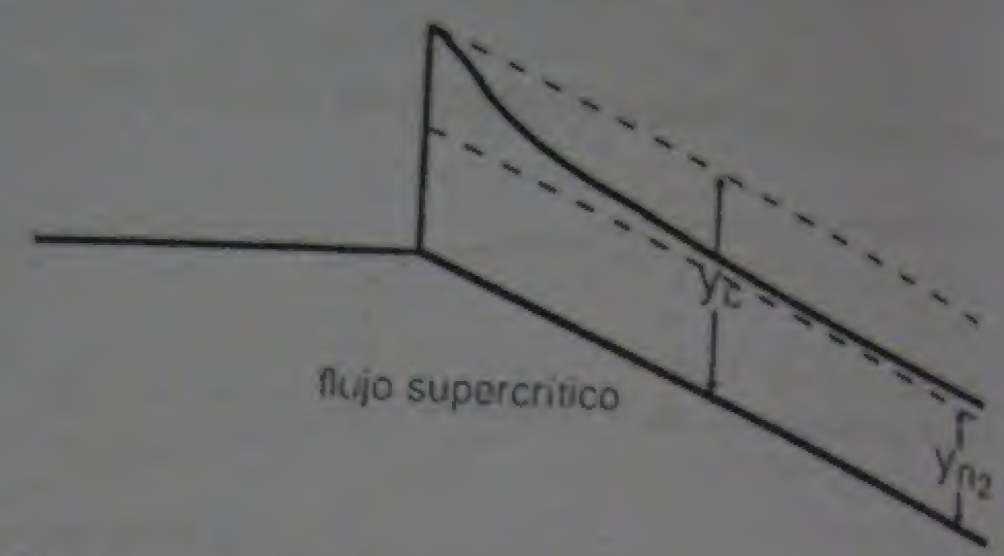
Para pasar de un flujo subcrítico a uno supercrítico, se debe pasar por el flujo crítico, lo que ocurre en la sección del cambio de pendiente.
En este punto el $y_f = y_c$

Como toda singularidad (en este caso el punto de cambio de pendiente), en un flujo subcrítico crea efectos hacia aguas arriba, por lo que se forma una curva de remanso aguas arriba de esta sección. A partir de este punto, el agua tratará hacia aguas arriba de alcanzar las condiciones normales.

Como $y_{n1} = 0.9557\text{m} > y_c = 0.5421\text{m}$ se genera una curva *M*.
Como $y > y_c = 0.5421\text{m}$ y $y < y_{n1} = 0.9557\text{m}$, se encuentra en la zona 2, luego el perfil aguas arriba del cambio de pendiente es una *M2*.



- Tramo después del cambio de pendiente

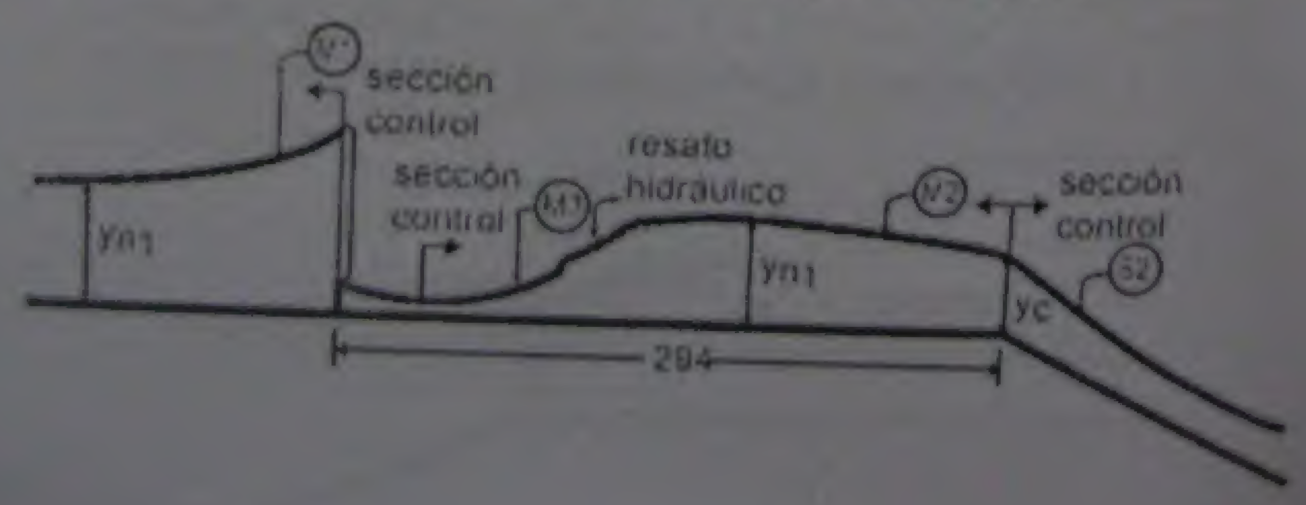


Como toda singularidad (en este caso el cambio de pendiente), en un flujo supercrítico crea efectos hacia aguas abajo, por lo que se forma una curva de remanso aguas abajo de esta sección.

A partir de este punto, el agua tratará hacia aguas abajo de alcanzar las condiciones normales.

Como $y_{n2} = 0.4216m < y_c = 0.5421m$ se genera una curva *S*.
Como $y < y_c = 0.5421m$ y $y > y_{n2} = 0.4216m$, se encuentra en la zona 2, luego, el perfil aguas abajo del cambio de pendiente es una *S2*.

En resumen, se tiene un perfil como el que se muestra:



Cálculo de los perfiles

5. Cálculo de la curva *M1*

$y_i = y_0 = 2.0238$ m

$y_f = 0.98\ y_{n1} = 1.02 \times 0.9557$

$y_f = 0.9748$ m

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.9748 - 2.0238}{5}$$

$\Delta y = -0.2098$ m

Usando el método de Bakhmeteff para la curva *M1*, los datos del problema se muestran en la figura 66.

Datos:

Caudal (Q) :	2.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	2	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.001	
Tirante normal (yn):	0.9557	m
Tirante crítico (yc):	0.5421	m
Tirante inicial (y1):	2.0238	m
Tirante final (y2):	0.9748	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 66. Datos de la curva M1 para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales obtenidos, se muestran en la tabla 41 y los finales en la tabla 42.

Tabla 41. Resultados parciales de la curva M1, usando el método de Bakhmeteff.

Valor de N = 2.5335   Valor de M = 3.0   Valor de J = 4.7490

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
2.0238	2.1176	1.4922	0.2192	0.0638	1835.1807	0
1.8140	1.8981	1.4076	0.2648	0.0814	1587.5522	247.63
1.6042	1.6786	1.3183	0.3308	0.1083	1323.4686	511.71
1.3944	1.4590	1.2233	0.4358	0.1539	1028.2262	806.95
1.1846	1.2395	1.1214	0.6377	0.2481	656.2886	1178.89
0.9748	1.0200	1.0106	1.5512	0.7175	-273.0868	2108.27

Tabla 42. Resultados finales de la curva M1, usando el método de Bakhmeteff.

x	y
0	2.0238
247.63	1.8140
511.71	1.6042
806.95	1.3944
1178.89	1.1846
2108.27	0.9748

6. Cálculo de la curva *S2*

$y_i = y_c = 0.5421\text{m}$

$y_f = 1.02 \times y_{n2} = 1.02 \times 0.4216$

$y_f = 0.4300$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.4300 - 0.5421}{5}$$

$\Delta y = -0.0224$

Usando el método de Bakhmeteff para la curva S2, los datos se muestran el la figura 67.

Datos:

Caudal (Q) :	2.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	2	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.01	
Tirante normal (yn):	0.4216	m
Tirante crítico (yc):	0.5421	m
Tirante inicial (y1):	0.5421	m
Tirante final (y2):	0.43	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 67. Datos de la curva S2, usando el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 43 y los finales en la tabla 44.

Tabla 43. Resultados parciales de la curva S2, usando el, método de Bakhmeteff.

Valor de N = 2.8972 Valor de M = 3.0 Valor de J = 3.2291

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
					71.5387	0
0.5421	1.2858	1.2530	0.4192	0.3504	71.8482	0.31
0.5197	1.2326	1.2064	0.4755	0.3997	73.0056	1.47
0.4973	1.1795	1.1596	0.5497	0.4651	75.6354	4.1
0.4748	1.1263	1.1126	0.6552	0.5584	81.4275	9.89
0.4524	1.0731	1.0653	0.8276	0.7115	99.4002	27.86
0.4300	1.0199	1.0179	1.2567	1.0950		

Tabla 44. Resultados finales de la curva S2, usando el método de Bakhmeteff.

x	y
0	0.5421
0.31	0.5197
1.47	0.4973
4.1	0.4748
9.89	0.4524
27.86	0.4300

7. Cálculo de la curva *M2*

$y_i = y_c = 0.5421\text{m}$

$y_f = 0.98\ y_{n1} = 0.98 \times 0.9557$

$y_f = 0.9366\ \text{m}$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.9366 - 0.5421}{5}$$

$\Delta y = 0.0789$

Usando el método de Bakhmeteff, los datos del problema se muestran en la figura 68.

Los resultados parciales obtenidos, se muestran en la tabla 45 y los finales en la tabla 46.

Datos:

Caudal (Q) :	2.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	2	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.001	
Tirante normal (yn):	0.9557	m
Tirante crítico (yc):	0.5421	m
Tirante inicial (y1):	0.5421	m
Tirante final (y2):	0.9366	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 68. Datos de la curva M2 para el método de Bakhmeteff

Tabla 45. Resultados parciales de la curva M2, usando el método de Bakhmeteff.

Valor de N = 2.7666 Valor de M = 3.0 Valor de J = 3.6090

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.5421	0.5672	0.6475	0.6030	0.6808	120.6840	0
0.6210	0.6498	0.7186	0.7138	0.7762	115.3821	5.3
0.6999	0.7323	0.7876	0.8434	0.8844	95.1075	25.58
0.7788	0.8149	0.8548	1.0073	1.0177	47.7212	72.96
0.8577	0.8975	0.9204	1.2497	1.2102	-61.2435	181.93
0.9366	0.9800	0.9846	1.8682	1.6902	-464.2254	584.91

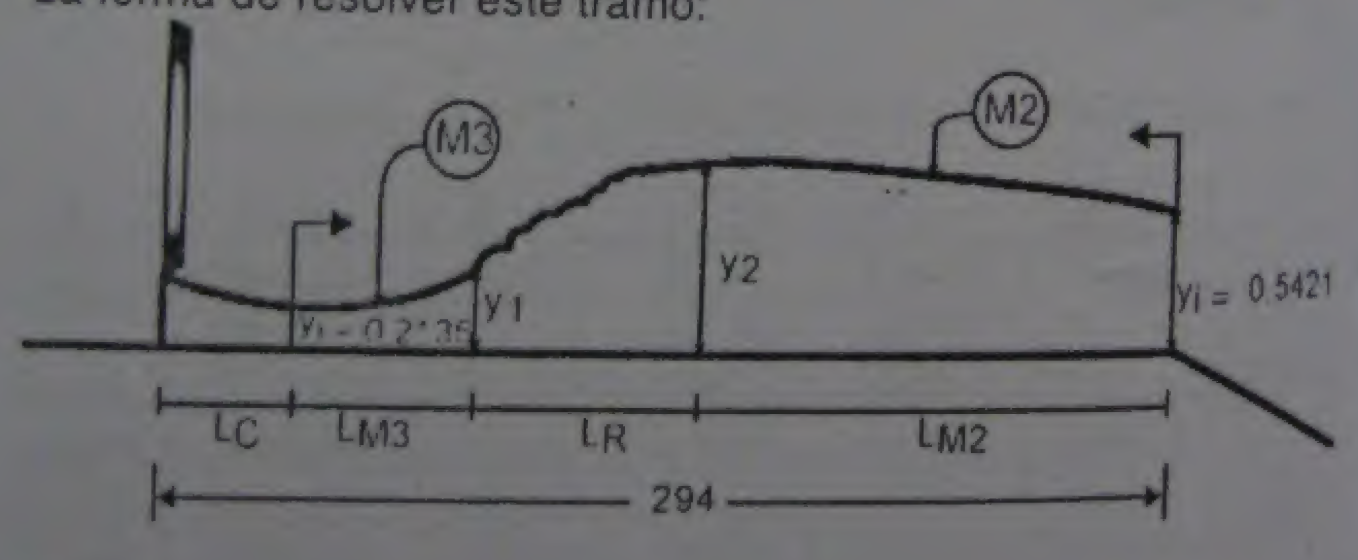
Tabla 46. Resultados finales de la curva M2, usando el método de Bakhmeteff.

x	y
0	0.5421
5.3	0.6210
25.58	0.6999
72.96	0.7788
181.93	0.8577
584.91	0.9366

De acuerdo a los datos del problema, la longitud que existe desde la compuerta hasta el cambio de pendiente es de 294m.

Pero de los cálculos previos realizados para la curva *M2*, para obtener el y_{n1}, se requiere una longitud de 584.91m, cosa que no existe. Por lo que se concluye que en este tramo no se logra producir el y_{n1}.

La forma de resolver este tramo:



donde:

L_c = 0.5250 m longitud de la curva contraída
L_{M3} = longitud de la curva de remanso *M3*
$L_R = 5(y_2 - y_1)$ longitud del resalto hidráulico
L_{M2} = longitud de la curva *M2*

es en forma iterativa hasta que se cumpla la relación:

$$L_c + L_{M3} + L_R + L_{M2} = 292$$

$$L_{M3} + L_R + L_{M2} = 292 - 0.5250$$

$$L_{M3} + L_R + L_{M2} \approx 293.475$$

donde:

$y_2 = y_{1M2}$

$y_1 = y_{1M3}$

$y_1, y_2 =$ tirantes conjugados

8. Recalculo de la curva $M2$, cálculo de la curva $M3$, y la longitud del resalto

Realizando un proceso iterativo se logro obtener las longitudes de las curvas L_{M2}, L_{M3}, y L_R de tal manera que su suma sea aproximadamente 293.475 m.

8.1 Resultado de la curva $M2$

Usando el método de Bakhmeteff, los datos que se aproximan se muestran en la figura 69.

Datos:

Caudal (Q) :	2.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	2	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.001	
Tirante normal (yn):	0.9557	m
Tirante crítico (yc):	0.5421	m
Tirante inicial (y1):	0.5421	m
Tirante final (y2):	0.8921	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 69. Datos para el recalculo de la curva M2 para el método de Bakhmeteff.

Los cálculos parciales obtenidos se muestran en la tabla 47 y los finales en la tabla 48.

Tabla 47. Resultados parciales del recalculo de la curva M2, usando el método Bakhmeteff.

Valor de N = 2.7765   Valor de M = 3.0   Valor de J = 3.5757

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.5421	0.5672	0.6439	0.6027	0.6770	118.1620	0
0.6121	0.6405	0.7075	0.7001	0.7616	114.0937	4.07
0.6821	0.7137	0.7696	0.8112	0.8558	99.0435	19.12
0.7521	0.7870	0.8302	0.9453	0.9667	65.8516	52.31
0.8221	0.8602	0.8896	1.1233	1.1110	-1.8740	120.04
0.8921	0.9335	0.9479	1.4157	1.3434	-159.0875	277.25

Tabla 48. Resultados finales del recalculo de la curva M2, usando el método de Bakhmeteff.

x	y
0	0.5421
4.07	0.6121
19.12	0.6821
52.31	0.7521
120.04	0.8221
277.25	0.8921

Nota. La curva *M2* nunca alcanza el y_n= 0.9557m, puesto que se llega solo al tirante 0.8921m.

8.2 Cálculo de y_1 del resalto y L_R

De la ecuación para el resalto hidráulico para una sección rectangular, se tiene:

$$y_1 = -\frac{y_2}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{g y_2} + \frac{y_2^2}{4}}$$

donde:

$y_2 = 0.8921\text{m}$

$q = \frac{2.5}{2} = 1.25$

Sustituyendo valores, se obtiene:

$$y_1 = -\frac{0.8921}{2} + \sqrt{\frac{2 \times 1.25^2}{9.81 \times 0.8921} + \frac{0.8921^2}{4}}$$

$y_1 = 0.2996\text{m}$

De la ecuación de Sienchin para una sección rectangular, se tiene:

$L_R = 5\,(y_2 - y_1)$

$L_R = 5\,(0.8921 - 0.2996)$

$L_R = 2.9625$ m

6.3 Cálculo de la curva M3

Usando el método de Bakhmeteff, los datos de ingreso se muestran en la figura 70.

Datos

Caudal (Q) :	2.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	2	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.001	
Tirante normal (yn):	0.9557	m
Tirante crítico (yc):	0.5421	m
Tirante inicial (y1):	0.2135	m
Tirante final (y2):	0.2996	m
Número de tramos (n) :	5	

Figura 70. Datos para el cálculo de la curva M3

Los resultados parciales obtenidos, se muestran en la tabla 49 y los finales en la tabla 50.

Tabla 49. Resultados parciales del cálculo de la curva M3, usando el método de Bakhmeteff.

Valor de N = 3.0611 Valor de M = 3.0 Valor de J = 2.8848

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.2135	0.2234	0.2038	0.2240	0.2044	33.0574	0
0.2307	0.2414	0.2213	0.2422	0.2221	35.7651	2.71
0.2479	0.2594	0.2389	0.2605	0.2399	38.4427	5.39
0.2652	0.2775	0.2565	0.2788	0.2579	41.0821	8.02
0.2824	0.2955	0.2743	0.2972	0.2760	43.6748	10.62
0.2996	0.3135	0.2920	0.3157	0.2942	46.2114	13.15

Tabla 50. Resultados finales del cálculo de la curva M3, usando el método de Bakhmeteff.

x	y
0	0.2135
2.71	0.2307
5.39	0.2479
8.02	0.2652
10.62	0.2824
13.15	0.2996

De acuerdo a los resultados obtenidos, se tiene:

$L_{M3} + L_R + L_{M2} = 13.15 + 2.9625 + 277.25$

$L_{M3} + L_R + L_{M2} = 293.3625$ m

Resultado que es aproximado a los 293.475 m, que se tiene disponible en la longitud del tramo, después de la curva contraída y el cambio de pendiente.

Un esquema del perfil hidráulico, se muestra en la figura 71.

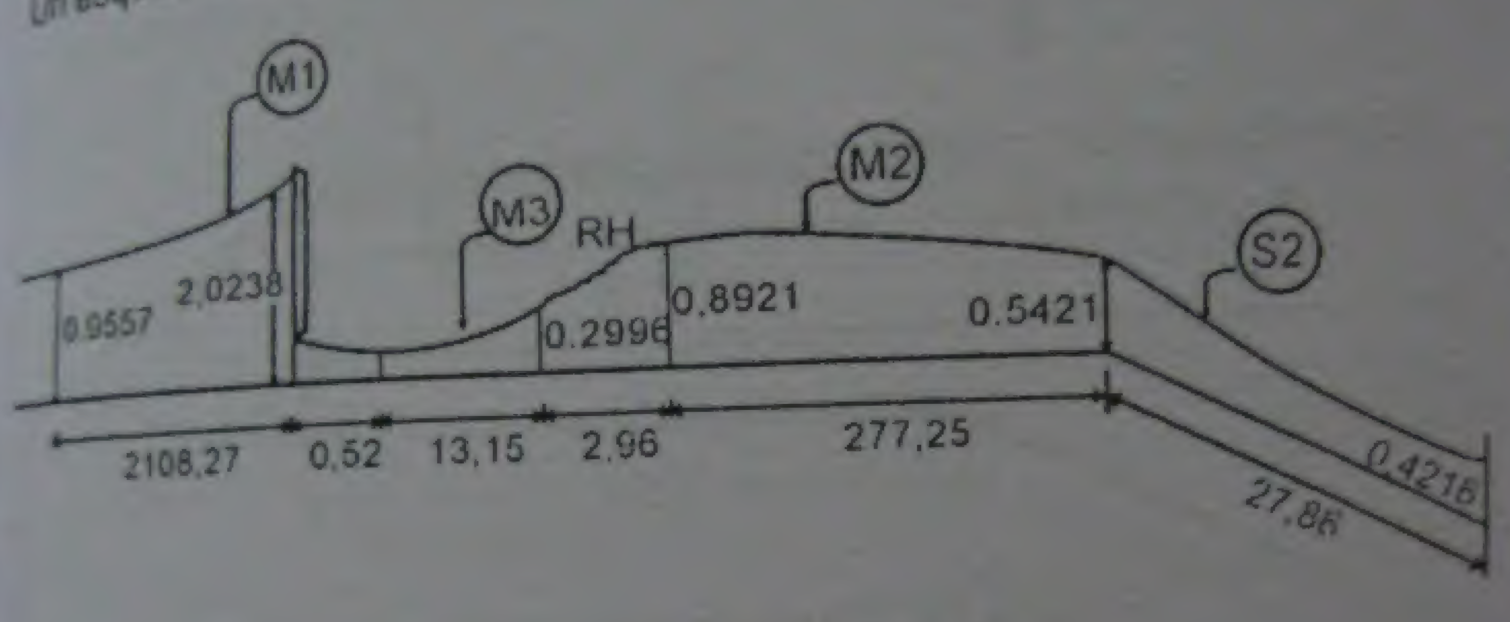


Figura 71. Perfil hidráulico

105. Un canal de sección rectangular, con ancho de solera 1,5 m, y coeficiente de rugosidad n = 0,014, conduce un caudal de 1,5 m^3/s. En cierta parte del perfil longitudinal del canal se tiene un perfil como se muestra en la figura 72.

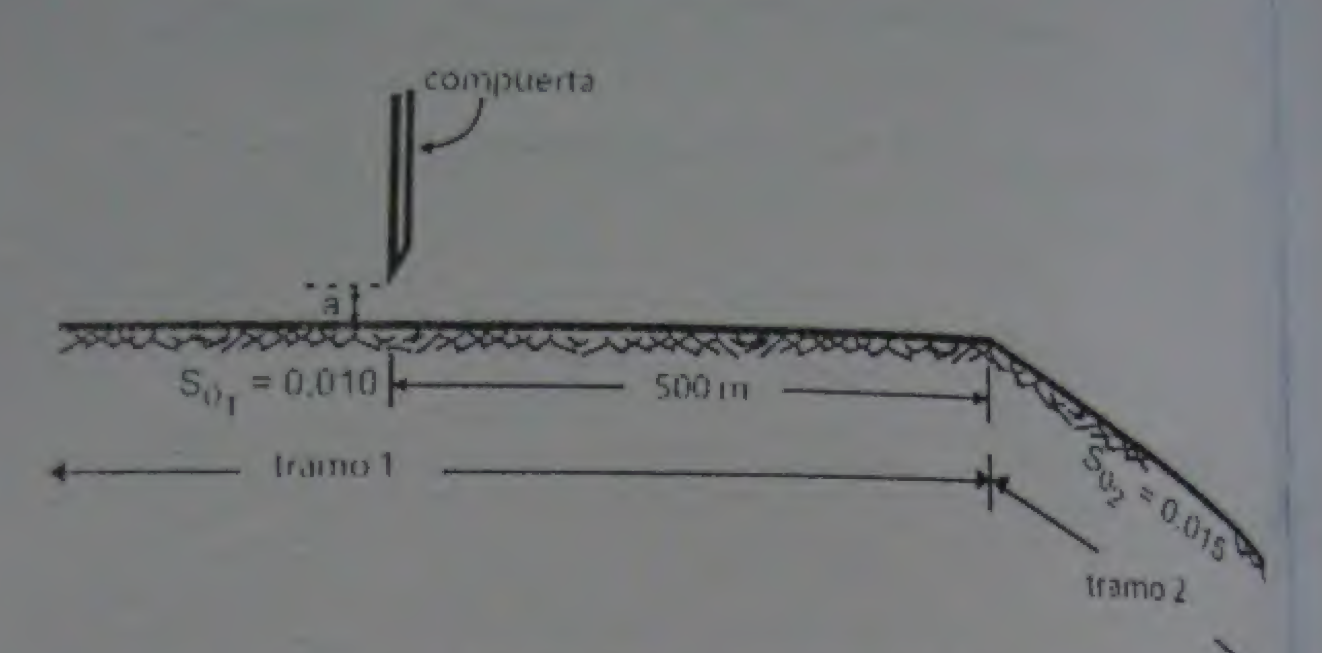


Figura 72. Perfil longitudinal del canal

El tramo 1 tiene una pendiente del 1% y en él se encuentra una compuerta cuya abertura es: $a = 0,20$ m.

El tramo 2 tiene una pendiente del 1,5%.

Considerando que la altura de la vena contraída en la compuerta es: $y = Cc \times a$, donde $Cc = 0,70$ y situado a una distancia $1,5a$ m, aguas abajo de la compuerta, se pide:

a. Análisis de los perfiles del flujo.

b. El perfil aguas arriba de la compuerta. Usar el método de Bakhmeteff. (La curva de remanso ubíquela con solo 5 puntos).

c. El perfil aguas abajo del cambio de pendiente. Usar el método de tramos fijos, con 5 tramos que estén separados 10 m.

Solución

Datos:

$b = 1.5$ m

$Q = 1,5$ m^3/s

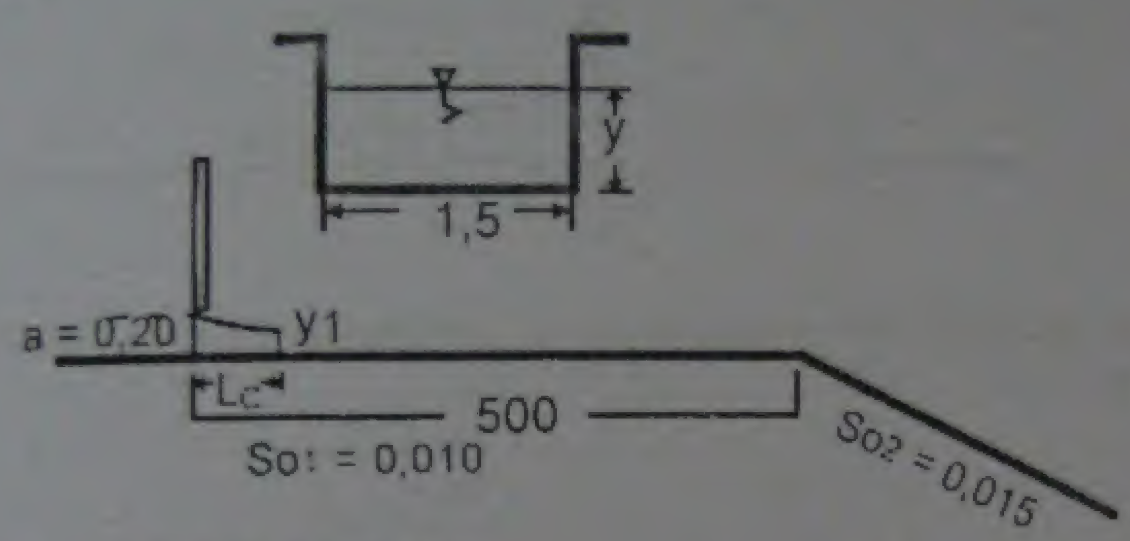
$y_1 = 0.7\ a$

Se pide:

a. Análisis de los perfiles del flujo

b. Cálculo de los perfiles

$L_c = 1.5\ a$
$C_c = 0.7$



$$L_c = 1.5 \times 0.2 = 0.3\ \text{m}$$
$$y_1 = 0.7 \times 0.2 = 0.12\ \text{m}$$

Análisis de los perfiles de flujo

1. Cálculo del y_c, y_{n1}, y_{n2}

Para el canal rectangular con:

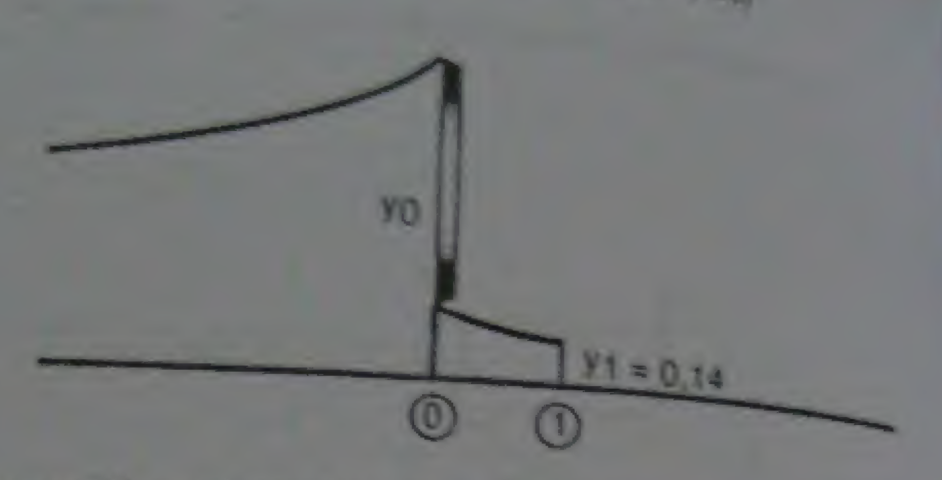
$Q = 1.5\ \text{m}^3/\text{s}$
$b = 1.5\ \text{m}$
$Z = 0$
$n = 0.014$

se obtiene yc = 0.4671m

Para el tramo con pendiente $S_{01} = 0.01$, se tiene $y_{n1} = 0.3595$m produciendo flujo supercrítico.

Para el tramo con pendiente $S_{02} = 0.015$, se tiene $y_{n2} = 0.3129$m produciendo flujo supercrítico.

2. Cálculo del y_0 inmediatamente aguas arriba de la compuerta



De la ecuación del coeficiente de descarga en una compuerta, se tiene:

$$Cd = \frac{C_c C_v}{\sqrt{1 + \frac{C_c a}{y_0}}}$$

donde:

$$C_v = 0.96 + 0.0979 \frac{a}{y_0}$$

$a = 0.2$

$C_c = 0.7$

luego:

$$Cd = \frac{0.7\left(0.96 + 0.0979 \frac{0.2}{y_0}\right)}{\sqrt{1 + \frac{0.7 \times 0.2}{y_0}}}$$

$$Cd = \frac{0.672 + \frac{0.0137}{y_0}}{\sqrt{1 + \frac{0.14}{y_0}}}$$

De la ecuación del caudal descargado por la compuerta, se tiene:

$$Q = C_d ba\sqrt{2gy_0}$$

Sustituyendo valores, se obtiene:

$$1.5 = \frac{0.672 + \frac{0.0137}{y_0}}{\sqrt{1 + \frac{0.14}{y_0}}} \times 1.5 \times 0.2\sqrt{19.62 y_0}$$

$$5 = \frac{\left(0.672 + \frac{0.0137}{y_0}\right)\sqrt{19.62 y_0}}{\sqrt{1 + \frac{0.14}{y_0}}}$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$$y_0 = 2.9162 \text{ m}$$

3. Como el $y_1 = y_0 = 2.9162$ m es mayor que $y_{n1} = 0.3595$ m y que $y_c = 0.4317$m, la curva de remanso se encuentra en la zona 1. Como $y_{n1} = 0.3595$m es menor que $y_c = 0.4617$m la curva es una *S*. Por lo tanto, la curva que se forma aguas arriba de la compuerta es una *S1*.

4. Cálculo del conjugado mayor resalto hidráulico.
Como aguas arriba de la compuerta se forma una curva *S1*, antes de ella se forma un resalto hidráulico.

De la ecuación del resalto hidráulico para una sección rectangular se tiene:

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{g y_1} + \frac{y_1^2}{4}}$$

donde:

$$y_1 = y_{n1} = 0.3595$$

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{1.5}{1.5} = 1$$

Sustituyendo valores conocidos, se obtiene:

$$y_2 = -\frac{0.3595}{2} + \sqrt{\frac{2 \times 1^2}{g y_1} + \frac{0.3595^2}{4}}$$

$y_2 = 0.5945m$

5 Cálculo de la longitud del resalto

De la ecuación de Sieñchin para una sección rectangular, se tiene:

$L_R = 5\ (y2 - y1)$

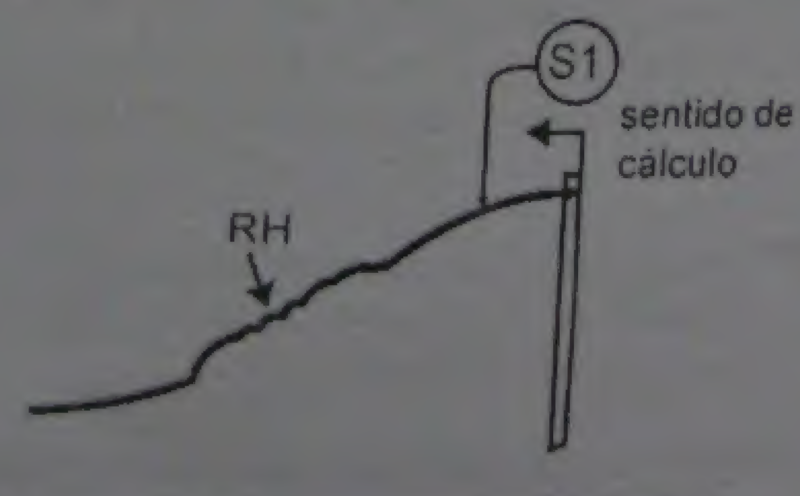
$L_R = 5\ (0.5945 - 0.3595)$

$L_R = 1.175m$

6 Análisis del perfil longitudinal

- Tramo aguas arriba de la compuerta

Como se explicó en el punto 3, aguas arriba de la compuerta se forma una curva $S1$, pero antes de ella se forma el resalto hidráulico.

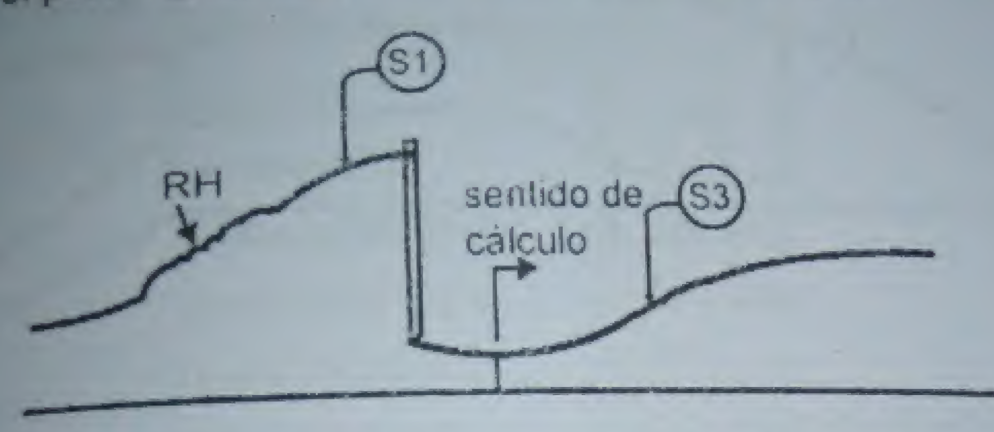


La curva $S1$ se inicia inmediatamente aguas arriba de la compuerta y llega al tirante conjugado mayor del resalto hidráulico.

- Tramo aguas abajo de la compuerta

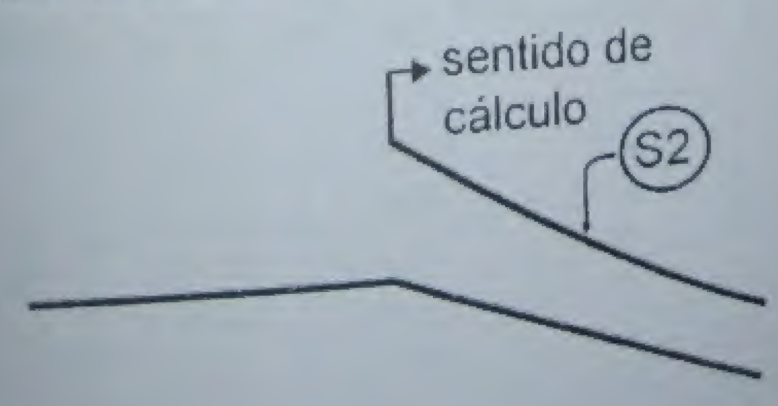
Como $y_{n1} = 0.3595m < y_c = 0.4671m$ se genera una curva S.

Como $y < y_{n1} = 0.3595 < y_c = 0.46171$, se encuentra en la zona 3, luego, el perfil aguas abajo de la compuerta es una *S*3.



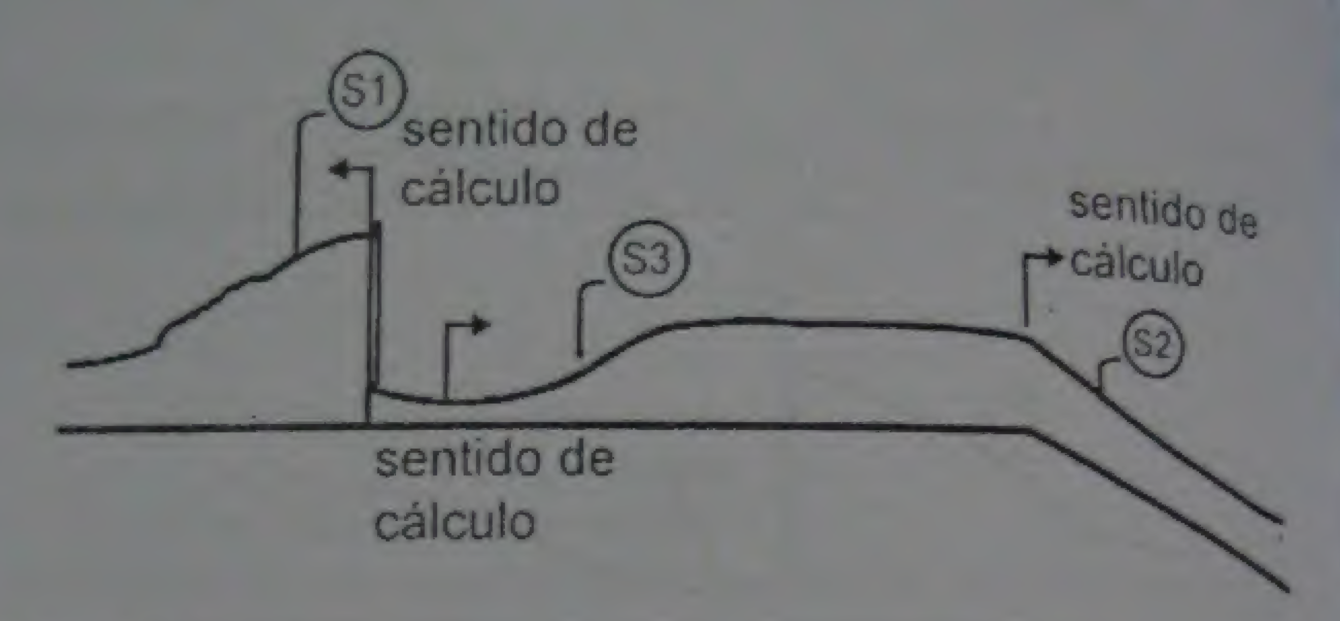
El perfil de la *S*3 se inicia en el tirante contraído y trata de alcanzar el tirante normal $y_{n1} = 0.3595$m.
Si la longitud del tramo lo permite alcanzará el tirante normal.

- Tramo después del cambio de pendiente
Como $y_{n2} = 0.3129$ m $< y_c = 0.4671$ m se genera una curva *S*.
Si las condiciones lo permiten en el cambio de pendiente se tendrá un $y = y_{n1} = 0.3595$m. Desde éste tirante el perfil tratará de alcanzar el $y_{n2} = 0.3129$, por lo cual $y > y_{n2} = 0.3129$m pero $y < y_c = 0.4671$m, por lo que la curva se genera en la zona 2, luego el perfil aguas abajo del cambio de pendiente es una *S*2.



La curva *S*2 se inicia con el cambio de pendiente, con el tirante igual al $y_{n1} = 0.3595$m y tratará de alcanzar el $y_{n2} = 0.3129m$.

En resumen, se tiene un perfil como el que se muestra:



Cálculo de los perfiles

7. Cálculo de la curva $S1$

$y_i = y_0 = 2.9162\text{m}$

$y_f = 0.5945\text{m}$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para este caso $n = 5$

$$\Delta y = \frac{0.5945 - 2.9162}{5}$$

$\Delta y = -0.4643$ m

Para el método de Bakhmeteff, los datos del problema se muestran en la figura 73.

Datos:

Caudal (Q) :	1.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.01	
Tirante normal (yn):	0.3595	m
Tirante crítico (yc):	0.4671	m
Tirante inicial (y1):	2.9162	m
Tirante final (y2):	0.5945	m
Número de tramos (nt) :	5	

*Figura 73. **Datos de la curva S1 para el método de Bakhmeteff***

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 51 y los finales en la tabla 52.

Tabla 51. Resultados parciales de la curva S1, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 2.3991 Valor de M = 3.0 Valor de J = 6.0107

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
2.9162	8.1118	2.3061	0.0383	0.0030	290.8441	0
2.4519	6.8202	2.1518	0.0489	0.0043	244.2802	46.56
1.9875	5.5286	1.9788	0.0657	0.0066	197.6887	93.16
1.5232	4.2369	1.7794	0.0959	0.0113	151.0982	139.75
1.0588	2.9453	1.5390	0.1622	0.0238	104.7595	186.08
0.5945	1.6537	1.2223	0.4017	0.0854	61.8772	228.97

Tabla 52. Resultados finales de la curva S1, usando el método d
Bakhmeteff

x	y
0	2.9162
46.56	2.4519
93.16	1.9875
139.75	1.5232
186.08	1.0588
228.97	0.5945

8. Cálculo de la curva *S3*

$y_i = 0.14$ m

$y_f = 0.3523$ m

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

tomando 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.3523 - 0.14}{5}$$

$\Delta y = 0.0425$

Para el método directo por tramos, los datos del problen
muestran en la figura 74.

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 53
finales en la tabla 54.

Datos:

Caudal (Q):	1.5	m3/s
Ancho de solera (b):	1.5	m
Talud Z:	0	
Pendiente (S):	0.01	
Rugosidad (n):	0.014	
Tirante inicial (y1):	0.14	m
Tirante final (y2):	0.3523	m
Número de tramos (n):	5	

Figura 74. Datos del problema para el método directo por tramos

Tabla 53. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.14	0.21	1.7800	0.118	0.2405	7.1429	2.6004
0.1825	0.2737	1.8649	0.1468	0.2782	5.4807	1.531
0.2249	0.3374	1.9498	0.173	0.3105	4.4462	1.0075
0.2674	0.4011	2.0348	0.1971	0.3387	3.7400	0.7129
0.3098	0.4648	2.1197	0.2193	0.3636	3.2275	0.5309
0.3523	0.5285	2.2046	0.2397	0.3859	2.8385	0.4107

E	deltaE	Se	$\bar{S_E}$	So-$\bar{S_E}$	deltax	x
2.7404	—	0.17282	—	—	—	0
1.7134	-1.0270	0.07605	0.12444	-0.11444	8.974	8.97
1.2324	-0.4810	0.04018	0.05812	-0.04812	9.996	18.97
0.9803	-0.2521	0.02390	0.03204	-0.02204	11.438	30.41
0.8408	-0.1395	0.01544	0.01967	-0.00967	14.430	44.84
0.763	-0.0779	0.01061	0.01302	-0.00302	25.790	70.63

Tabla 54. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0	0.14
8.97	0.1825
18.97	0.2249
30.41	0.2674
44.84	0.3098
70.57	0.3523

9. Cálculo de la curva *S3*

$y_1 = y_i = 0.3595$ m

$\Delta x = 10$ m

Para cada tramo de 10m iniciando con el tirante de $y_1 = 0.3595$m se van calculando los y_2.

Los datos del problema para el método de tramos fijos se muestran en la figura 75.

Datos:

Caudal (Q) :	1.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	0	
Pendiente (S) :	0.015	
Coeficiente de rugosidad (n) :	0.014	
Tirante normal (yn) :	0.3129	m
Tirante inicial (yi) :	0.3595	m
Número de tramos (nt) :	5	
Distancia de cada tramo (dx) :	10	m

Figura 75. Datos del problema para el método de tramos fijos

Con el método de tramos fijos para cada 10 m se obtiene los tirantes que se muestran en la tabla 55.

Tabla 55. Resultados finales usando el método de tramos fijos

x	y
0	0.3595
10	0.3335
20	0.3231
30	0.3182
40	0.3157
50	0.3144

Proceso de cálculo:
La primera división tiene como y_1 = 0.3595m y como distancia conocida Δx = 10, con este dato se procede a calcular y_2.

Del MPHC la fórmula para C, es:

$$C = S_0 \Delta x + y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} - \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2}\left(\frac{p_1^2}{A_1^5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

donde:

$S_0 = 0.015$
Δx = 10 (+ cuando se calcula hacia aguas abajo y – si se calcula hacia aguas arriba)
$y_1 = 0.3595$ m
$Q = 1.5$ m^3/s
$A_1 = 1.5 \times 0.3595 = 0.53935$m^2
$n = 0.014$
$p_1 = 1.5 + 2 \times 0.3595 = 2.219$m

luego, sustituyendo valores, se tiene:

$$C = 0.015 \times 10 + 0.3595 + \frac{1.5^2}{19.62 \times 0.53935^2} - \frac{10 \times 1.5^2 \times 0.014^2}{2}\left(\frac{2.219^2}{0.53935^5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

C = 0.8528

Con este valor calculado se debe resolver la ecuación en función del y_2:

$$f(y_2) = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} + \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2}\left(\frac{p_2^2}{A_2^5}\right)^{2/3} = C$$

$$f(y_2) = y_2 + \frac{1.5^2}{19.62 \times 1.5^2 y_2^2} + \frac{10 \times 1.5^2 \times 0.014^2}{2}\left(\frac{(1.5+2y_2)^2}{1.5^5 y_2^2}\right)^{2/3} = 0.8538$$

$$f(y_2) = y_2 + \frac{0.0510}{y_2^2} + 0.0006\frac{(1.5+2y_2)^{\frac{4}{3}}}{y_2^{\frac{10}{3}}} = 0.8538$$

Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$y_2 = 0.3335$ m

Para los cálculos siguientes, con las mismas ecuaciones, se tiene:

$y_1 = 0.3335$m y se calcula $y_2 = 0.3231$m
$y_1 = 0.3231$m y se calcula $y_2 = 0.3182$m
$y_1 = 0.3182$m y se calcula $y_2 = 0.3157$m
$y_1 = 0.3157$m y se calcula $y_2 = 0.3144$m

para tramos de $\Delta x = 10$m.

Un esquema del perfil hidráulico, se muestra en la figura 76.

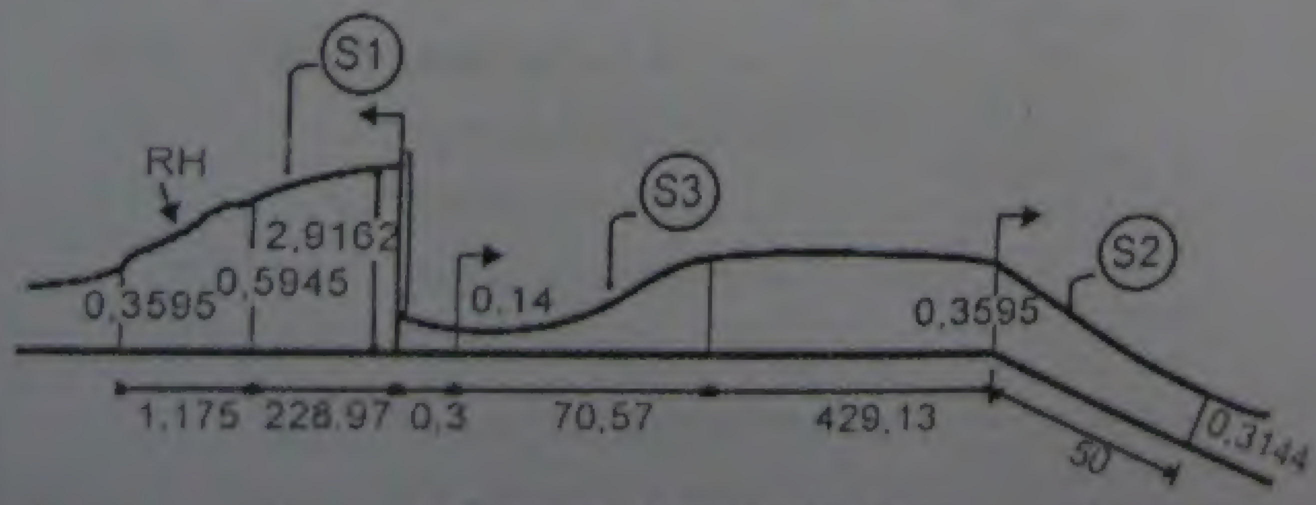


Figura 76. Perfil hidráulico

106. Un canal de sección trapezoidal, cuyo ancho de solera es 1 m, talud 1 y coeficiente de rugosidad 0,013, conduce un caudal de 0,8 m^3/s.

El perfil longitudinal muestra 3 tramos de 500 m cada uno con pendientes (hacia aguas abajo) de S_1= 6 ‰, S_2 = 4 ‰ y S_3 = 6 ‰.

Con estos datos, se pide:

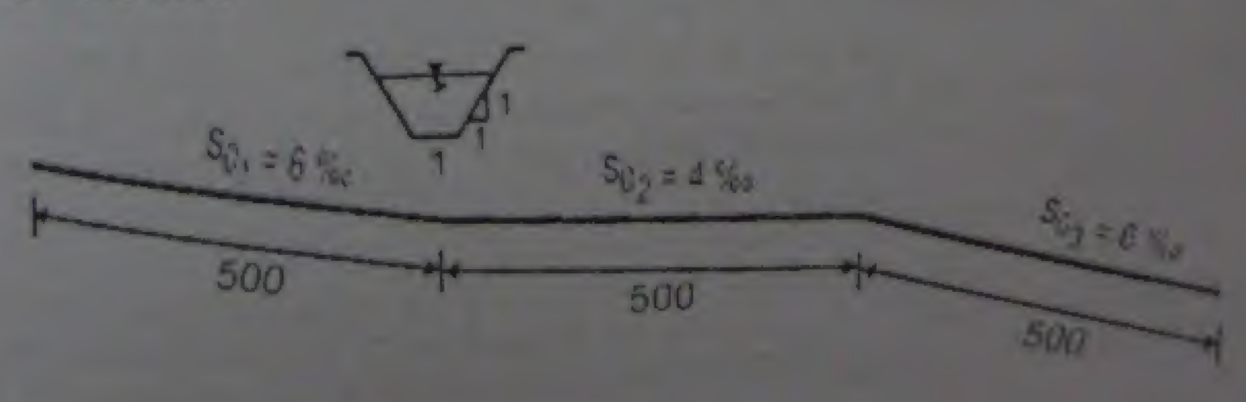
a. Análisis y dibujo del eje hidráulico (colocar valores de tirantes y distancias).

b. Para el cálculo de la curva de remanso, trabajar sólo con los puntos extremos (no usar ningún punto intermedio). Usar el método de Bakhmeteff.

Solución

Datos:
b = 1 m
Z= 1
n = 0.013
Q = 0.8 m^3/s

Se pide:
a. Perfil longitudinal
b. Calcular y dibujar eje hidráulico

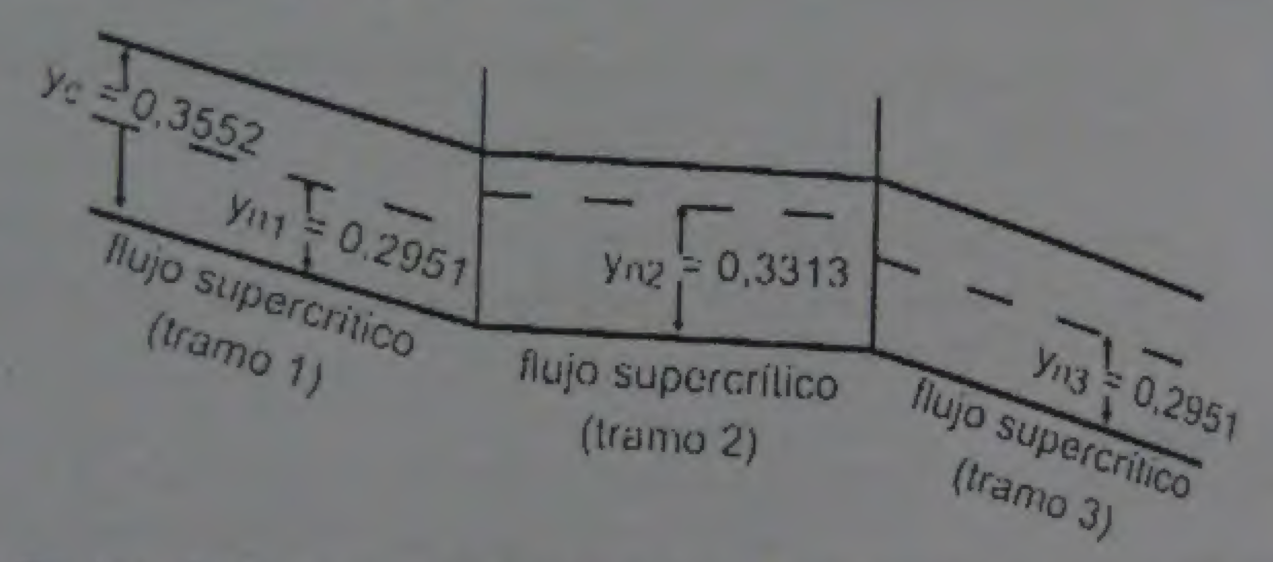


Análisis del perfil del flujo
1. Cálculo de los y_n y y_c
Para el canal trapezoidal con:

$Q = 0.8\ m^3/s$
$b = 1$
$Z = 1$
$n = 0.013$
se tiene $y_c = 0.3552m$

Para los tramos con pendiente $S_{01} = S_{03} = 6\text{‰}$, se tiene $y_{n1} = y_{n3} =$ 0.2951m produciendo flujo supercrítico.

Para el tramo con pendiente $S_{02} = 4\text{‰}$, se tiene $y_{n2} = 0.3313$ m produciendo flujo supercrítico.

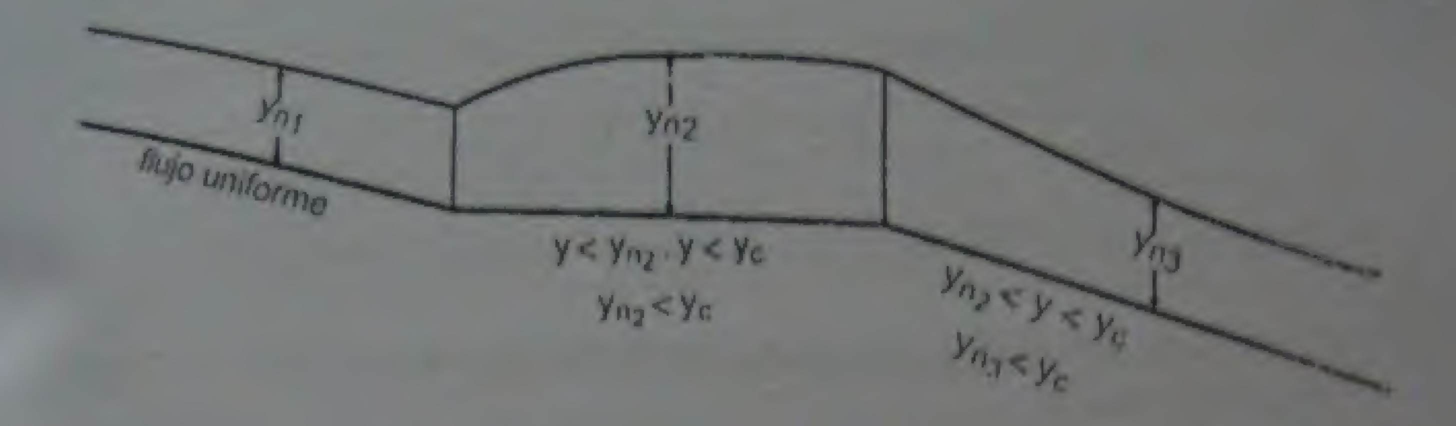


2. En los 3 tramos se produce flujo supercrítico, como en toda singularidad (en este caso, el cambio de pendiente), en flujo supercrítico se crea efectos hacia aguas abajo, por lo que en el tramo 1 no habrán modificaciones, produciéndose un flujo uniforme con $y_r = y_{n1} = 0.2951m$.

En el tramo 2, en el cambio de pendiente se tiene $y = y_{n1} = 0.2951$ m y el eje hidráulico a partir de este punto, tratara de alcanzar el y_{n2} $= 0.3313m$

En el tramo 3, en el cambio de pendiente (al inicio del tramo) si la longitud del tramo 2 lo permite, se llegará a $y = y_{n2} = 0.3313m$ y a partir de este punto, el perfil tratará de alcanzar el $y_{n3} = 0.2951m$.

De este análisis, el perfil será:



3. Análisis del perfil longitudinal

- *Tramo 1*

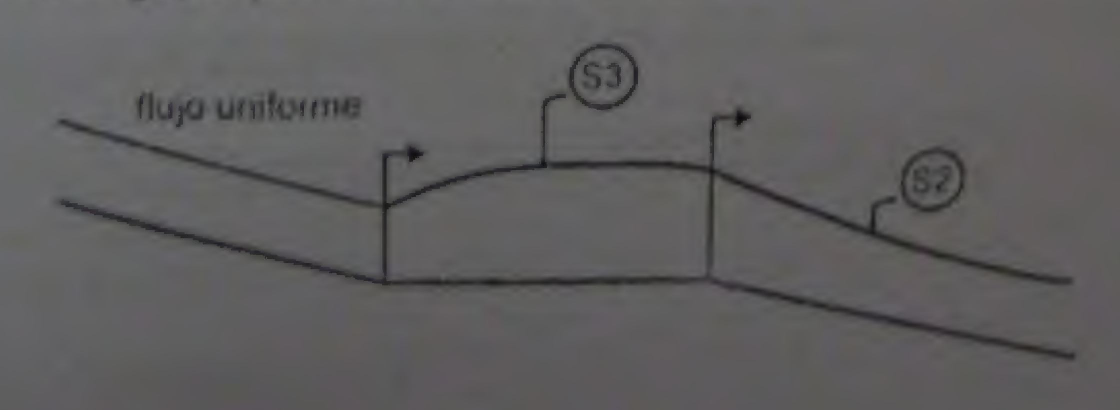
Se produce un flujo uniforme

- *Tramo 2*

Como $y_c = 0.3552\,\text{m} > y_{n2} = 0.3313\,\text{m}$, se genera una curva *S*.
Como $y < y_c = 0.3552\,\text{m}$ y $y < y_{n2} = 0.3313\,\text{m}$, se encuentra en la zona 3, luego el perfil en el tramo 2 es una *S3*.

- *Tramo 3*

Como $y_c = 0.3552\,\text{m} > y_{n3} = 0.2951\,\text{m}$, se genera una curva *S*.
Como $y_{n2} = 0.2951\,\text{m} > y > y_c = 0.3552\,\text{m}$, se encuentra en la zona 2, luego, el perfil en el tramo 3 es una *S2*.



Cálculo de los perfiles

4. Cálculo de la curva S3

$$y_i = y_{n1} = 0.2951m$$

$$y_f = 0.98 \cdot y_{n2}$$

$$y_f = 0.98 \times 0.3313 = 0.3247m$$

El problema indica que se trabaje con un solo tramo.

Los datos del problema para el método de Bakhmeteff se muestran en la figura 77.

Datos:

Caudal (Q) :	0.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud (Z) :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Tirante normal (yn):	0.3313	m
Tirante crítico (yc):	0.3552	m
Tirante inicial (y1):	0.2951	m
Tirante final (y2):	0.3247	m
Número de tramos (nt) :	1	

Figura 27. Datos de la curva S3 para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 56 y los finales en la tabla 57.

Tabla 56. Resultados parciales de la curva S3, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.4991 Valor de M = 3.3271 Valor de J = 2.9855

y	u = y/yn	v = u^N/J	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.2951	0.8907	0.8732	1.1221	1.1316	81.6564	0
0.3247	0.9801	0.9767	1.6420	1.7352	99.7754	18.12

Tabla 57. Resultados finales de ia curva S3, usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.2951
18.12	0.3247

5. Cálculo de la curva S2

$$y_i = y_{n2} = 0.3313m$$

$$y_f = 1.02 \cdot y_{n3} = 1.02 \times 0.2951 = 0.3010m$$

El problema indica que se trabaje con un solo tramo.

Los datos del problema para el método de Bakhmeteff se muestran en la figura 78.

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 58 y los finales en la tabla 59.

Tabla 58. Resultados parciales de la curva S2, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.5046 Valor de M = 3.3333 Valor de J = 2.9930

y	u = y/yn	v = u^N/J	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.3313	1.1227	1.1451	0.4545	0.6734	77.5267	0
0.3010	1.0200	1.0235	0.9365	1.1432	93.1511	15.62

Datos:

Caudal (Q) :	0.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud (Z) :	1	
Pendiente (S) :	0.006	
Tirante normal (yn):	0.2951	m
Tirante crítico (yc):	0.3552	m
Tirante inicial (y1):	0.3313	m
Tirante final (y2):	0.3010	m
Número de tramos (nt) :	1	

Figura 78. Datos de la curva S2 para el método de Bakhmeteff

Tabla 59. Resultados finales de la curva S2, usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.3313
15.62	0.3010

Un esquema del perfil hidráulico se muestra en la figura 79.

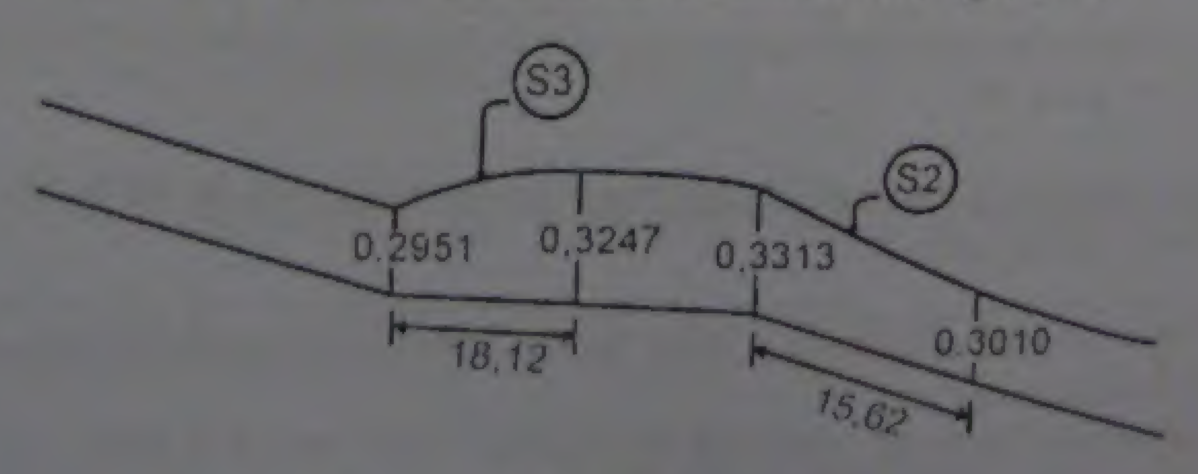


Figura 79. Perfil hidráulico

107. Un canal de sección trapezoidal de ancho de solera 1 m., talud 1,5, coeficiente de rugosidad 0,014, conduce un caudal de 1,5 m^3/s.
Este canal tiene que atravesar un perfil como se muestra en la figura 80.

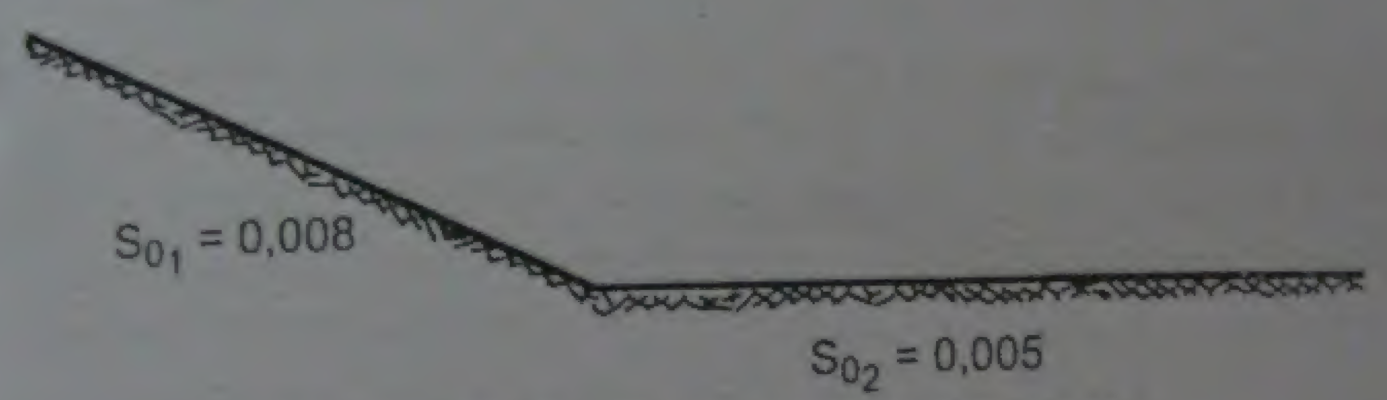


Figura 80. Perfil longitudinal del canal

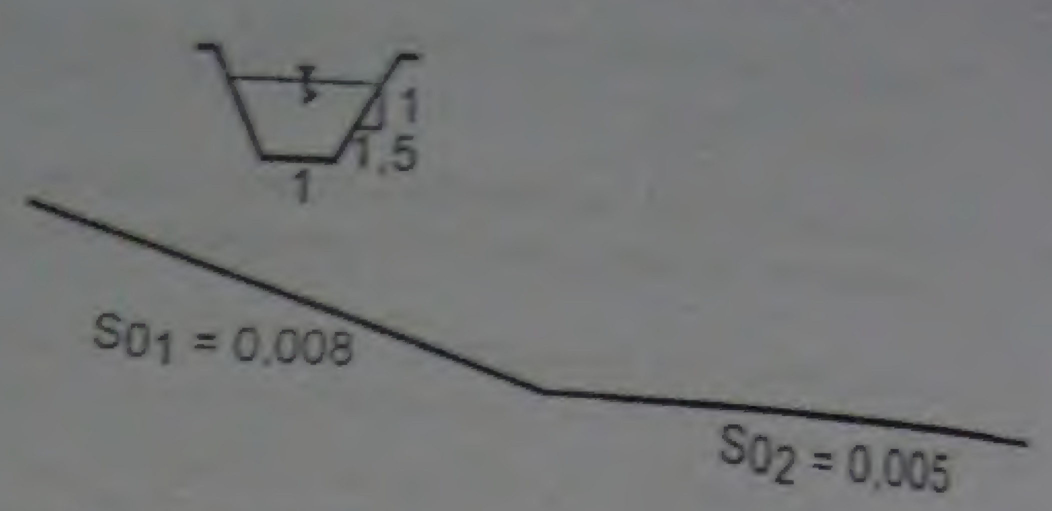
Considerando que los tramos tienen una longitud adecuada para que se forme el flujo uniforme:
a. Realizar el análisis del perfil de flujo.

b. Calcular las curvas de remanso que se producen, trabajar con 2 tramos utilizando el método de Bakhmeteff.

Solución

Datos:
$b = 1$ m
$Z = 1.5$
$n = 0.014$
$Q = 1.5$ m^3/s

Se pide:
a. Realizar el análisis del perfil de flujo
b. Calcular las curvas de remanso



Análisis del perfil de flujo

1. Cálculo de y_{n1}, y_{n2}, y_c

Para el canal trapezoidal con:

$$Q = 1.5 m^3/s$$
$$b = 1m$$
$$Z = 1.5$$
$$n = 0.014$$

se tiene: $y_c = 0.4793m$

Para el tramo con pendiente $S_{01} = 0.008$, se tiene $y_{n1} = 0.3774m$, produciendo flujo supercrítico.

Para el tramo con pendiente $S_{02} = 0.005$, se tiene $y_{n2} = 0.4271m$ produciendo flujo supercrítico.

yn1 = 0.3774

yn2 = 0,4271

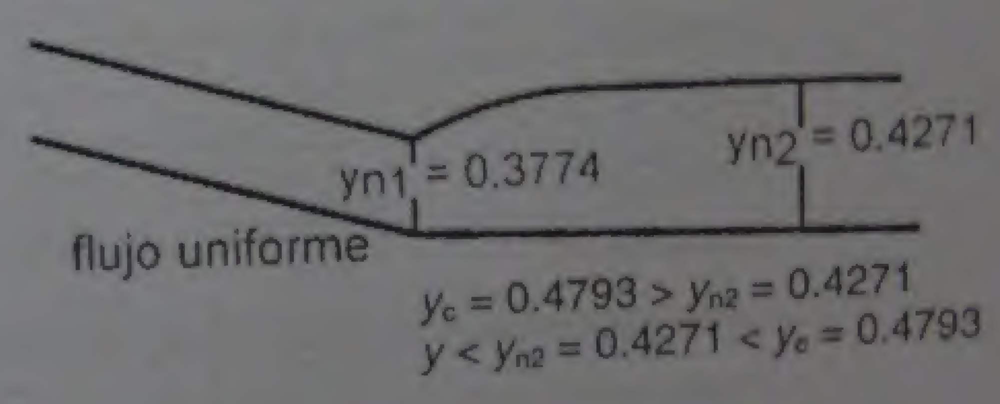
yc = 0.4793

flujo supercrítico (tramo 1)

flujo supercrítico (tramo 2)

2. De los cálculos realizados, se observa que en los 2 tramos se produce flujo supercrítico. Pero, como en todo flujo supercrítico, toda singularidad (en este caso, el cambio de pendiente), crea efectos hacia aguas abajo, en el tramo 1 no hay influencias, por lo que en este tramo1 se produce flujo uniforme con $y_n = 0.3774m$.

En el cambio de pendiente, el tirante real es $y_r = y_{n1} = 0.3774m$ y el perfil a partir de este punto hacia aguas abajo, tratará de alcanzar las condiciones normales, es decir al $y_{n2} = 0.4271m$ y como según las condiciones del problema, la longitud es tal que se produce el tirante normal, el perfil será:



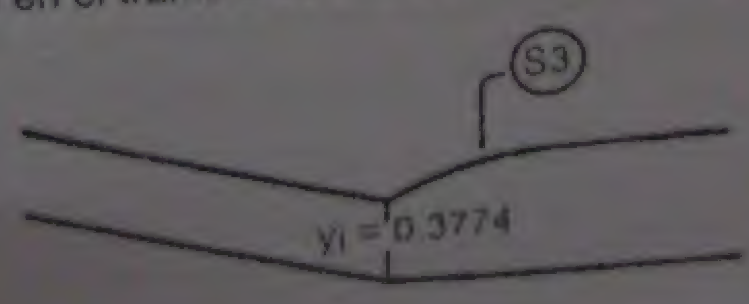
3. Análisis del perfil longitudinal

- *Tramo 1*

Se produce un flujo uniforme

- *Tramo 2*

Como $y_c = 0.4793$ m $> y_{n2} = 0.4271$ m, se genera una curva S.
Como $y < y_{n2} = 0.4271$, $y < y_c = 0.4793$, se encuentra en la zona 3, luego el perfil en el tramo 2 es una *S*3.



Cálculo del perfil, en este caso la curva S3.

$$y_i = 0.3774m$$

$$y_f = 0.98 \cdot y_{n2} = 0.98 \times 0.4271 = 0.4186m$$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{2}$$

$$\Delta y = \frac{0.4186 - 0.3774}{2}$$

$$\Delta y = 0.0206\ m$$

Los datos del problema para el método de Bakhmeteff se mu
en la figura 81.

Datos:

Caudal (Q) :	1.5	m3/s
Ancho de solera (b) :	1	m
Talud (Z) :	1.5	
Pendiente (S) :	0.005	
Tirante normal (yn):	0.4271	m
Tirante crítico (yc):	0.4793	m
Tirante inicial (y1):	0.3774	m
Tirante final (y2):	0.4186	m
Número de tramos (nt) :	2	

Figura 81. Datos de la curva S3 para el método de Bakhme

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 60 y
finales en la tabla 61.

Tabla 60. Resultados parciales de la curva S3, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.7937 Valor de M = 3.5773 Valor de J = 3.1188

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.3774	0.8836	0.8603	1.0742	1.0783	98.1074	0
0.3980	0.9319	0.9177	1.2344	1.2692	108.7955	10.69
0.4186	0.9801	0.9758	1.5772	1.6826	127.4817	29.37

Tabla 61. Resultados finales de la curva S3, usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.3774
10.69	0.3980
29.37	0.4186

Un esquema del perfil hidráulico se muestra en la figura 82.

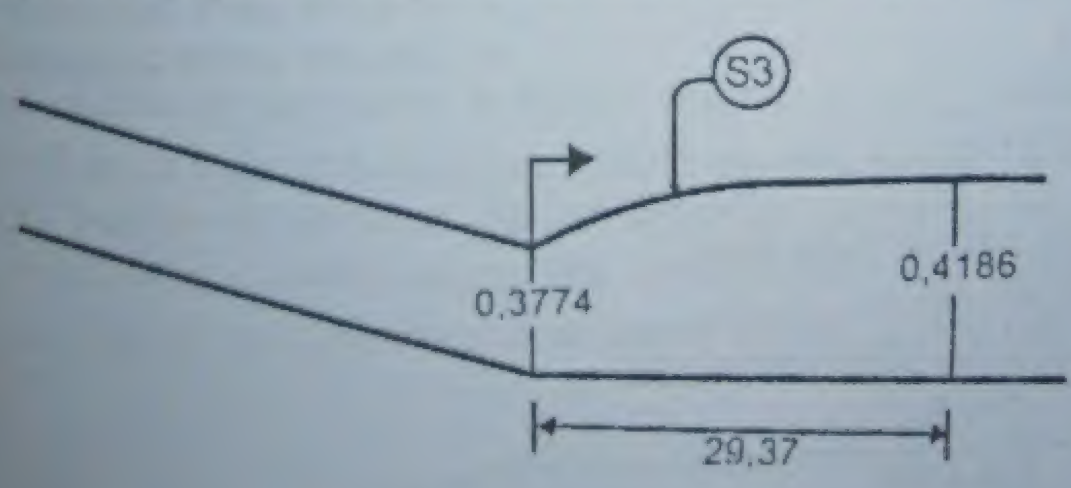


Figura 82. Perfil hidráulico

108 Un canal de sección trapezoidal de ancho de solera 1,5 m, talud 1,5, coeficiente de rugosidad 0,014, conduce un caudal de 2,0 m^3/s.

Este canal tiene que atravesar un perfil como se muestra en la figura 83.



Figura 83. Perfil longitudinal del canal

Considerando que los tramos tienen una longitud adecuada para que se forme el flujo uniforme:

a. Analizar e indicar el tipo de curva de remanso que se produce.

b. Calcular la curva de remanso que se produce. Trabajar con 3 puntos incluidos los extremos utilizando el método de Bakhmeteff.

Solución

Datos:

$b = 1.5$ m
$Z = 1.5$
$n = 0.014$
$Q = 2$ m³/ s

Se pide:

a. Analizar perfil hidráulico
b. Calcular curva de remanso

Análisis del perfil del flujo

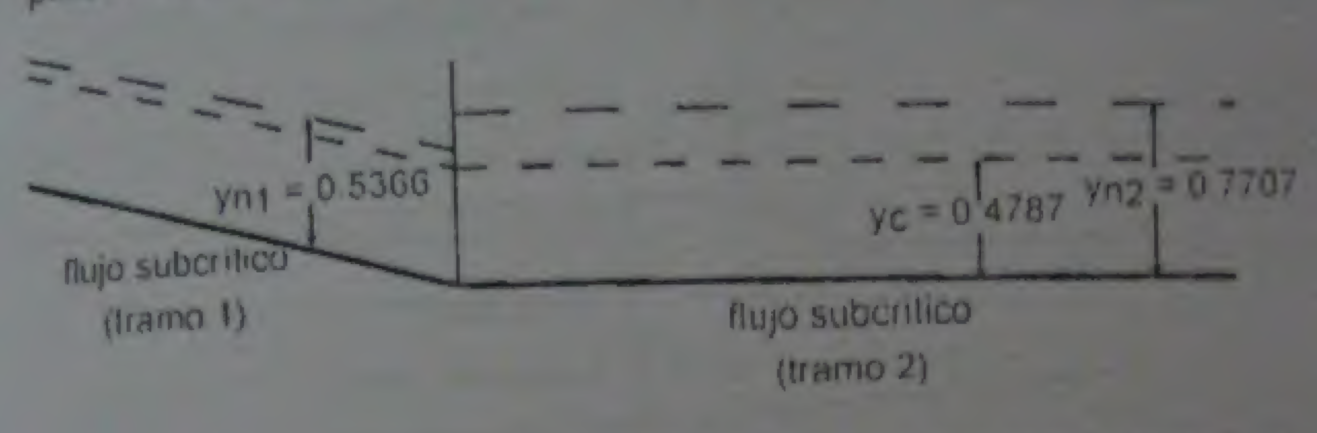
1. Cálculo del y_{n1}, y_{n2}, y_c

Para el canal trapezoidal con:

$$Q = 2m^3/s$$
$$b = 1.5m$$
$$Z = 1.5$$
$$n = 0.014$$

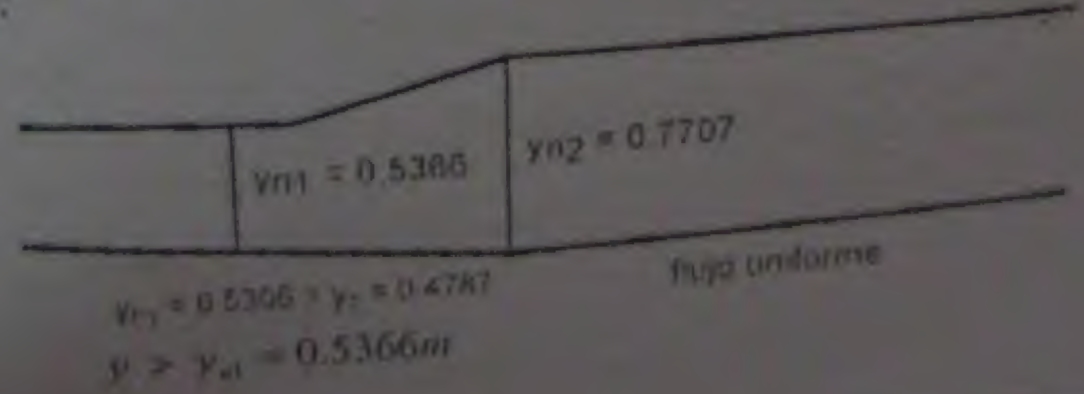
se tiene $y_c = 0.4787m$

Para el tramo con pendiente $S_{01} = 0.002$, se tiene $y_{n1} = 0.5366$ m produciendo flujo subcrítico.
Para el tramo con pendiente $S_{02} = 0.0005$, se tiene $y_{n2} = 0.7707$ m produciendo flujo subcrítico.



2. De los cálculos realizados, se observa que en los 2 tramos se produce flujo subcrítico. Pero, como en un flujo subcrítico toda singularidad (en este caso, el cambio de pendiente), crea efectos hacia aguas arriba, en el tramo 2 no hay influencias, por lo que en este tramo 2, se produce flujo uniforme con $y_{n2} = 0.7707m$.

En el cambio de pendiente el tirante real es $y_r = y_{n2} = 0.7707m$ y el perfil de la superficie de agua a partir de este punto, hacia aguas arriba, tratará de alcanzar las condiciones normales, es decir al $y_{n1} = 0.5366m$, pero según las condiciones del problema, la longitud es tal que se consigue el tirante normal, por lo que el perfil será:



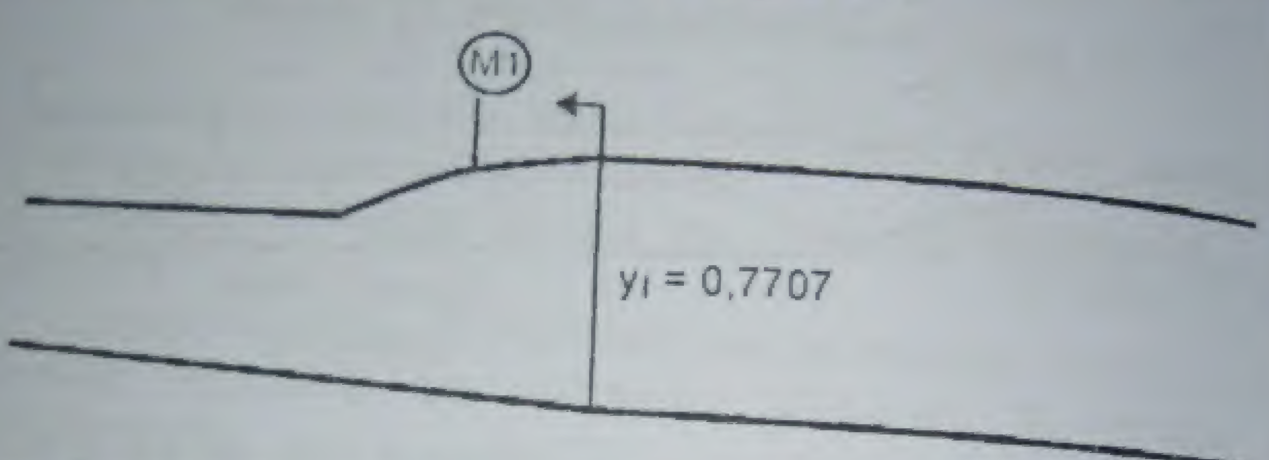
$y_{n1} = 0.5366 > y_c = 0.4787$

$y > y_{n1} = 0.5366m$

$$y > y_c = 0.4787m$$

3. Análisis del perfil del flujo
- Tramo 1

Como $y_{n1} = 0.5366m > y_c = 0.4787m$, se genera una curva M.
Como $y > y_{n1} = 0.5366m$, $y > y_c = 0.4787m$, se encuentra en l... zona 1, luego, el perfil del tramo 1 es una *M1*.



Cálculo del perfil, en este caso la curva M1

$$y_i = 0.7707m$$

$$y_f = 1.02 \cdot y_{n1} = 1.02 \times 0.5366 = 0.5473m$$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{2}$$

$$\Delta y = \frac{0.5473 - 0.7707}{2}$$

$$\Delta y = -0.1117m$$

Los datos del problema para el método Bakhmeteff se muestran e... la figura 84.

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la 62 y lo... finales en la tabla 63.

Datos:

Caudal (Q) :	2	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	1.5	
Pendiente (S) :	0.002	
Tirante normal (yn):	0.5366	m
Tirante crítico (yc):	0.4787	m
Tirante inicial (y1):	0.7707	m
Tirante final (y2):	0.5473	m
Número de tramos (nt) :	2	

Figura 84. Datos de la curva M1 para el método de Bakhmeteff

Tabla 62. Resultados parciales de la curva M1, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.8401 Valor de M = 3.6231 Valor de J = 3.1554

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.7707	1.4363	1.5536	0.1418	0.2011	376.6083	0
0.6590	1.2281	1.2841	0.2511	0.3422	312.0164	64.59
0.5473	1.0199	1.0243	0.8154	1.0405	206.5591	170.05

Tabla 63. Resultados finales de la curva M1, usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.7707
64.59	0.6590
170.05	0.5473

Un esquema del perfil hidráulico se muestra en la figura 85.

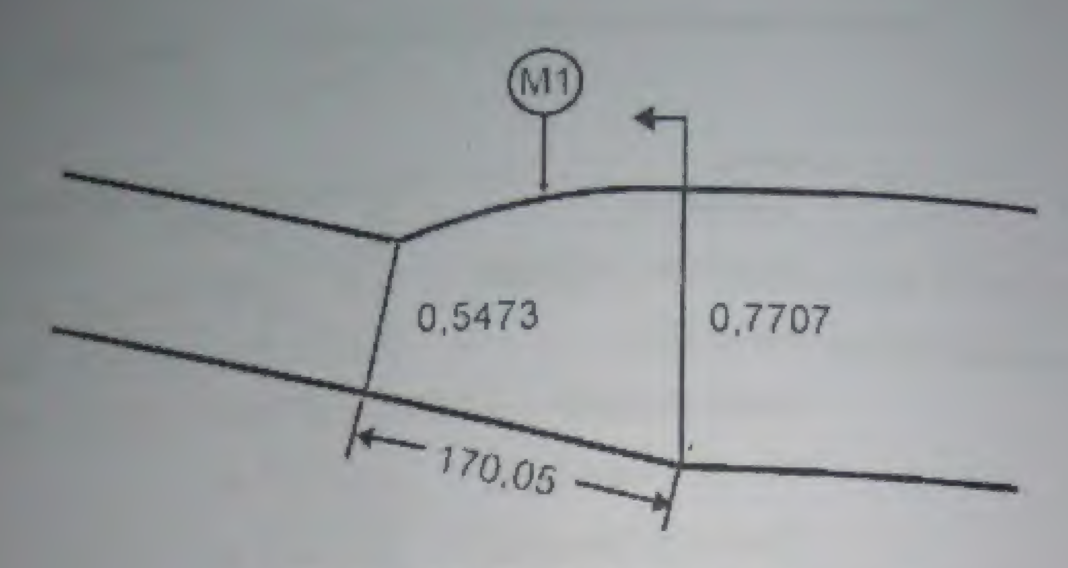


Figura 85. Perfil hidráulico

109. Para el desarrollo de un proyecto de riego, se va a derivar de un río 5 m^3/s. Considere el río de sección rectangular de ancho 6,5 m, S = 0,5 ‰, n = 0,030.

La obra de toma consta de una presa de derivación con perfil Creager (con C = 2) con altura de 2.50 m y una batería de 3 compuertas cuadradas de 0.65 m de lado, colocadas a una altura de 0.20 m con respecto al fondo, en condiciones de descarga libre, (Cd = 0,60), como se muestra en la figura 86.

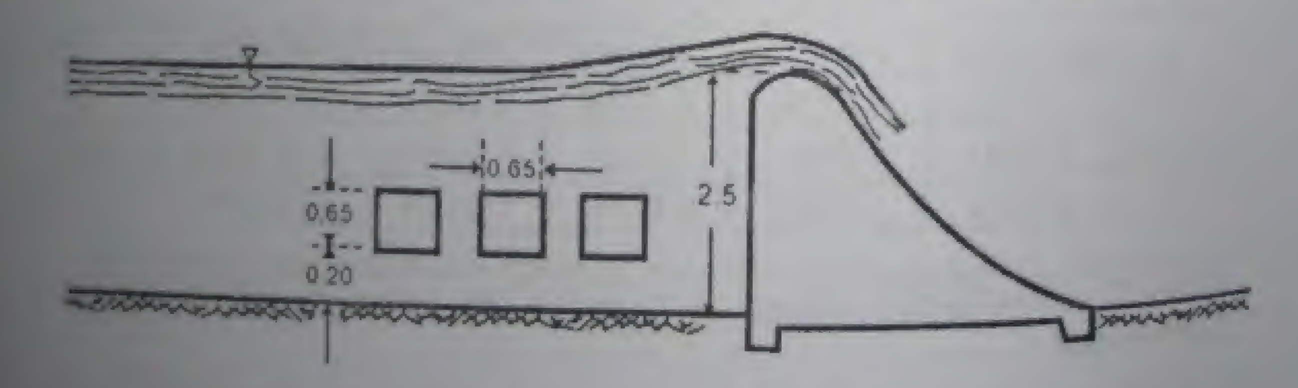


Figura 86. Perfil longitudinal del río

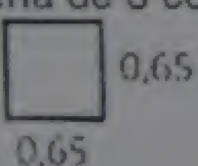
Calcular la influencia hacia aguas arriba de la presa.

Considerar que el perfil se inicia al inicio de la compuerta (la más alejada de la presa) y termina cuando el tirante tiene una diferencia del 2% con respecto al tirante normal.

Usar el método directo por tramos, considerando 4 puntos, incluidos los extremos.

Solución

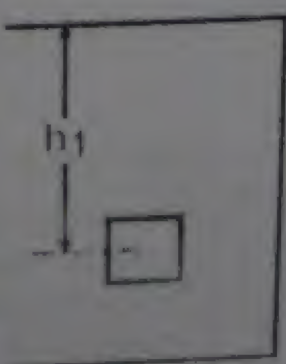
Datos:
$b = 6.5$ m
$n = 0.030$
$C = 2$
$C_d = 0.60$
Q derivado = 5 m^3/s
en batería de 3 compuertas



Se pide:
- Perfil aguas arriba de la presa
- Calcular la curva de remanso

1. Cálculo de la carga de agua sobre los orificios (que actúan como compuertas)
De acuerdo al MPDC la ecuación del caudal que descarga por un orificio es:

$$Q = C_d A_0 \sqrt{2gh_1}$$



como se tiene una batería de 3 compuertas, el caudal total descargado es:

$$Q_t = 3C_d A_0 \sqrt{2gh_1}$$

donde:

$Q_1 = 5\ m^3/s$

$C_d = 0.60$

$A_0 = 0.65^2 = 0.4225 m^2$

$h_1 =$ carga con respecto al centro del orificio

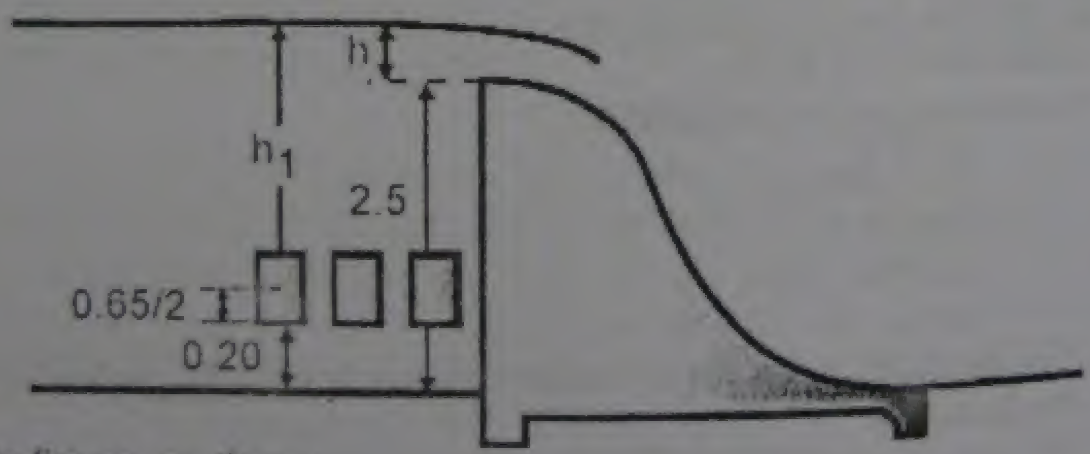
luego:

$$5 = 3 \times 0.6 \times 0.4225 \sqrt{19.62 h_1}$$

$$h_1 = \frac{1}{19.62}\left(\frac{5}{3 \times 0.6 \times 0.4225}\right)^2$$

$h_1 = 2.2031$ m

2. Cálculo de la carga sobre el perfil Creager



De la figura, se tiene:

$$h_1 + \frac{0.65}{2} + 0.2 = h + 2.5$$

$2.2031 + 0.325 + 0.2 = h + 2.5$

$h = 0.2281$ m

3. Cálculo del caudal que pasa sobre la presa

De acuerdo a la ecuación de Francis para un perfil Creager rectangular, se tiene:

$$Q_v = 2Lh^{3/2}$$

donde:

$L = 6.5\text{m}$
$h = 0.2281\text{m}$

luego:

$$Q_v = 2 \times 6.5 \times 0.2281^{3/2}$$

$Q_v = 1.4162\text{m}^3/\text{s}$

4 Cálculo del caudal aguas arriba de la toma

$Q = Q_d + Q_v$
$Q = 5 + 1.4162$
$Q = 6.4162\text{m}^3/\text{s}$

Análisis del perfil del flujo

5. Cálculo de y_c y y_n

para:

$Q = 6.4162\ \text{m}^3/\text{s}$
$b = 6.5\ \text{m}$
$Z = 0$
$n = 0.030$
$S = 0.0005$

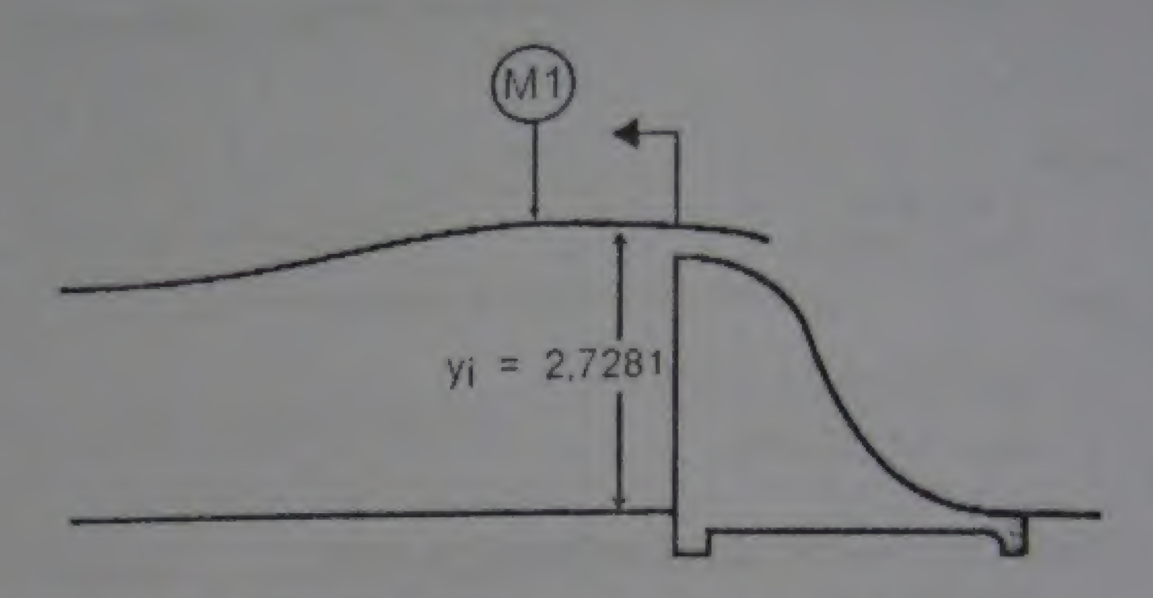
se tiene: $y_c = 0.4631\text{m}$, $y_n = 1.3614\text{m}$ produciendo un flujo subcrítico.

6. Cálculo del tirante y aguas arriba de la presa

$y = h + 2.5$
$y = 0.2281 + 2.5 = 2.7281\ \text{m}$

7. Tipo de curva de remanso aguas arriba de la presa

Como $y_n = 1.3614\text{m} > y_c = 0.4631\text{m}$, se genera una curva M.
Como $y > y_n = 1.3614\ \text{m}$, $y > y_c = 0.4631\text{m}$, se encuentra en la zona 1, luego el perfil aguas arriba de la presa es una $M1$.



Cálculo del perfil, en este caso la curva M1

$y_i = 2.7281$ m

$y_f = 1.02y_n = 1.02 \times 1.3614$

$y_f = 1.3886$ m

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para este caso se pide trabajar con el método directo por tramos, trabajando con 3 tramos, por lo cual se tiene:

$$\Delta y = \frac{1.3886 - 2.7281}{3}$$

$\Delta y = -0.4465$m

Los datos del problema para el método directo por tramos se muestran en la figura 87.

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 64 y los resultados finales en la tabla 65.

Datos:

Caudal (Q) :	6.4162	m3/s
Ancho de solera (b) :	6.5	m
Talud Z :	0	
Pendiente (S) :	0.0005	
Rugosidad (n) :	0.030	
Tirante inicial (y1):	2.7281	m
Tirante final (y2):	1.3886	m
Número de tramos (nt) :	3	

Figura 87. Datos del problema para el método directo por tramos

Tabla 64. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
2.7281	17.7327	11.9562	1.4831	1.3005	0.3618	0.0067
2.2816	14.8304	11.0632	1.3405	1.2158	0.4326	0.0095
1.8351	11.9282	10.1702	1.1729	1.1121	0.5379	0.0147
1.3886	9.0259	9.2772	0.9729	0.9819	0.7109	0.0258

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
2.7348	---	0.00007	---	---	---	0
2.2911	-0.4436	0.00011	0.00009	0.00041	-1086.85	1086.85
1.8498	-0.4413	0.00021	0.00016	0.00034	-1306.582	2393.43
1.4144	-0.4355	0.00047	0.00034	0.00016	-2741.477	5134.91

Tabla 65. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0	2.7281
1086.85	2.2816
2393.43	1.8351
5134.91	1.3886

Un esquema del perfil hidráulico se muestra en la figura 88.

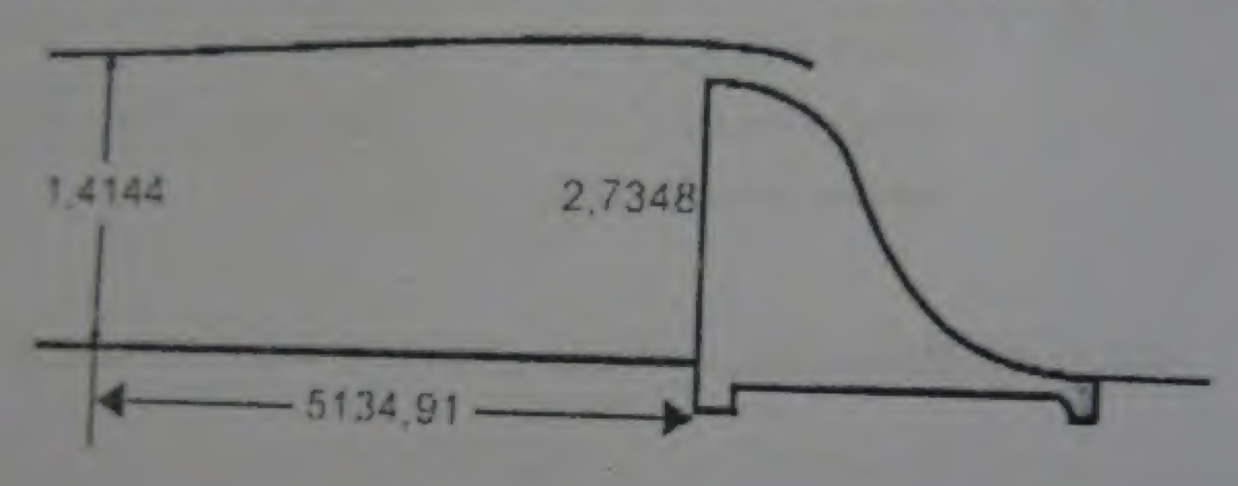


Figura 88. Perfil hidráulico

110. Un canal se diseña de sección trapezoidal, con ancho de solera 1,50 m, talud 1 y debe conducir un caudal de 1,8 m^3/s. Este canal está diseñado con una pendiente de 4 ‰ y en cierto tramo de su perfil longitudinal debe atravesar una zona rocosa.

La longitud de esta zona rocosa es de 300 m pero debido a ciertas fallas en este tramo se debe revestir, manteniendo la misma sección transversal. Las longitudes y coeficientes de rugosidad se muestran en la figura 89.

Se pide:

a. Analizar e indicar la forma del eje hidráulico a lo largo de los 300 m del canal.

Este análisis debe ser producto de cálculos realizados, aplicación y justificación de las consideraciones hidráulicas.

Figura 89. Perfil longitudinal del canal

b. Realizar los cálculos correspondientes para obtener el eje hidráulico en estos 300 m.

Para el cálculo de las curvas de remanso, definidas en (*a*), se debe trabajar con solo 4 puntos incluidos los extremos.

Utilizar el método de Bakhmeteff para cada tramo, si es que la curva de remanso existe en ese tramo.

Para el cálculo de la longitud del resalto hidráulico, si es que se presenta, debe aplicarse la fórmula de Sieñchin.

Solución

Datos:
$b = 1.5$ m
$Z = 1$
$Q = 1.8$ m³/s
$S = 4$ ‰

Se pide:
a. Análisis del eje hidráulico
b. Cálculo de las curvas de remanso

Análisis del perfil del flujo

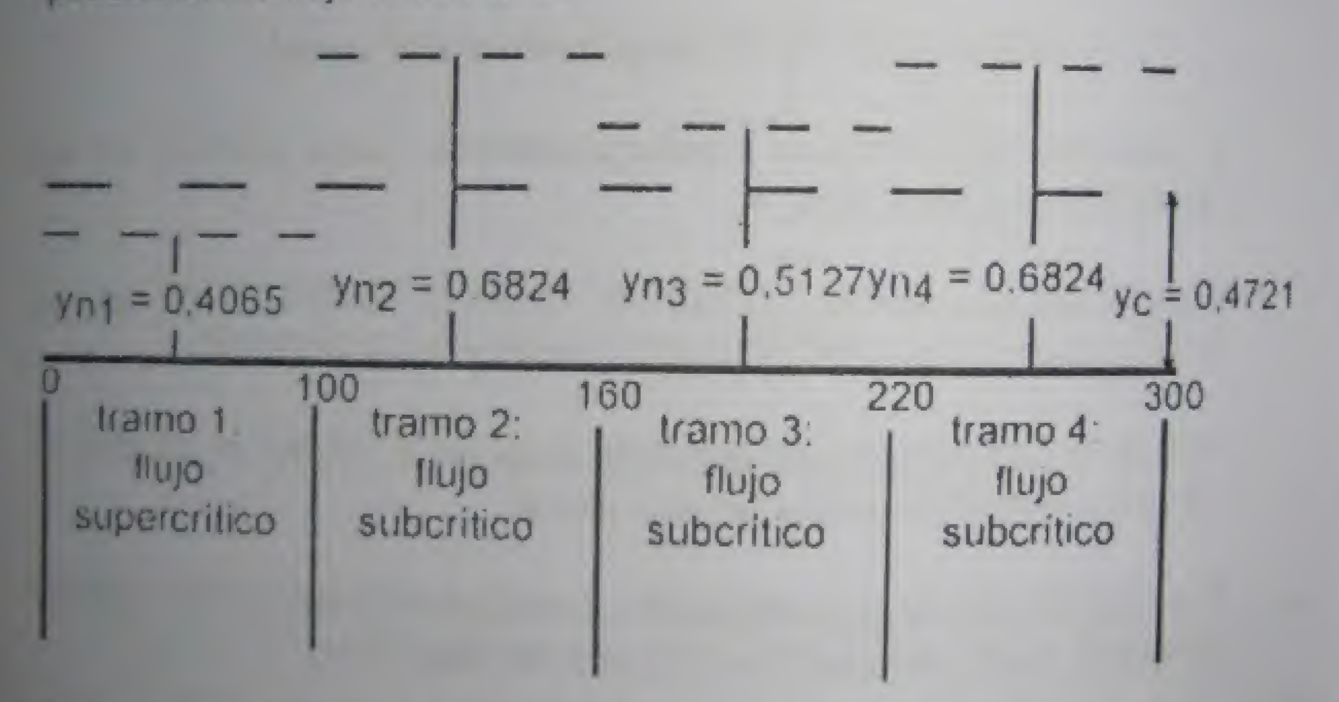
1. Cálculo de y_{n1}, y_{n2}, y_{n3}, y_{n4} y y_c

Para el canal trapezoidal con:

$Q = 1.8$ m³/s

$b = 1.5$ m
$Z = 1$
$S = 4‰$
se tiene $y_c = 0.4721$m

Para el tramo 1 con $n1 = 0.012$, se tiene: $y_{n1} = 0.4065$m, produciendo flujo supercrítico.
Para los tramo con $n2 = n4 = 0.030$, se tiene $y_{n2} = y_{n4} = 0.6824$ m, produciendo flujo subcrítico.
Para el tramo 3 con $n3 = 0.018$, se tiene: $y_{n3} = 0.5127$m, produciendo flujo subcrítico.



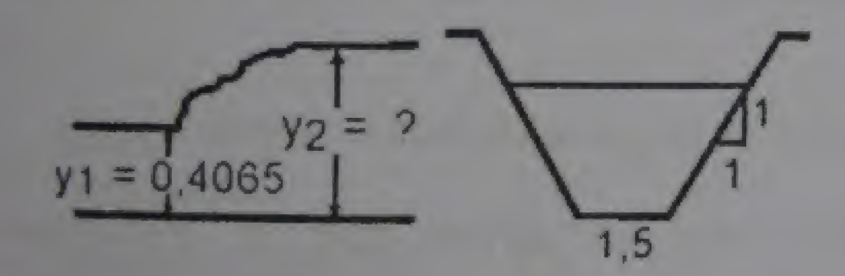
2. De los cálculos realizados, se observa que en los tramos 2, 3 y 4 se produce flujo subcrítico. Pero como en todo flujo subcrítico toda singularidad (en este caso, los cambios de rugosidad), crea efecto hacia aguas arriba, en el tramo 4 no hay influencias, por lo que en el tramo 4 se produce flujo uniforme con $y_{n4} = 0.6824$m.

En el tramo 3, en la sección localizada a 220m se encuentra una sección de control, con un $y = y_{n4} = 0.6824$ m. A partir de este punto, el perfil hacia aguas arriba tratará de alcanzar el $y_{n3} = 0.5127$m. Si las condiciones lo permiten, en la sección localizada a 160m se conseguirá tener el y_{n3}.

En el tramo 2 si las condiciones lo permiten, en la sección localizada a 160m se tiene otra sección de control con $y = y_{n3} =$ 0.5127. A partir de este punto, el perfil hacia aguas arriba tratara de alcanzar el $y_{n2} = 0.6824$m.

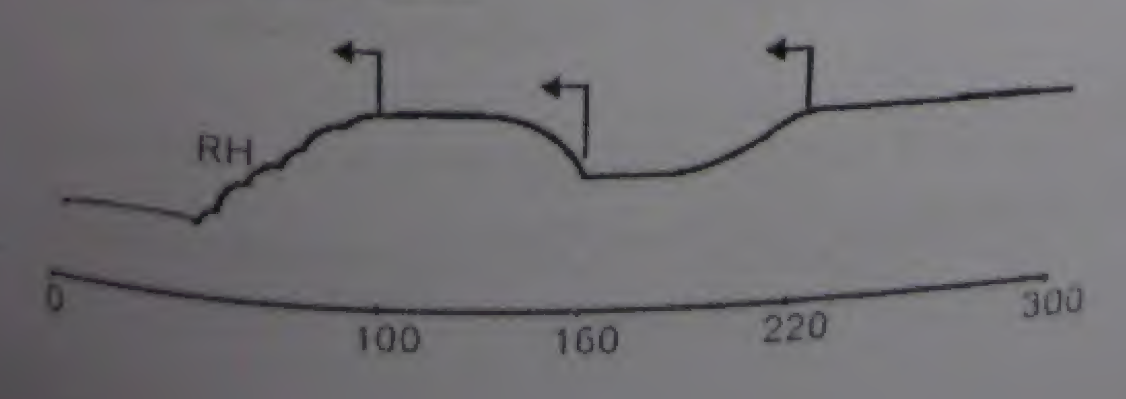
Como en el tramo 1 hay flujo supercrítico y en el tramo 2 subcrítico, se formará el resalto hidráulico, el cual puede ser: claro, barrido o ahogado. Si es de los 2 primeros casos el resalto se produce en el tramo 2, pero si es ahogado se produce en el primer tramo.

3. Cálculo del y_2 de resalto
Considerando $y_1 = y_{n1} = 0.4065$m.



Para Q = 1.8 m^3/s se obtiene $y_2 = 0.5436$m.
Como $y_2 = 0.5436$ m $< y_{n2} = 0.6824$ m, de acuerdo al MPDC se forma un resalto ahogado ubicándose en el tramo 1. Después del resalto y antes del $y_2 = 0.5436$ m se forma una curva $S1$. En la sección localizada a 100m se tiene otra sección de control con $y = y_{n2} = 0.5436$ m.

Un esquema del perfil, será:



3. Análisis del perfil del flujo

- Tramo 1

Como $y_{n1} = 0.4065m < y_c = 0.4721m$, se genera una curva *S*.
Como $y > yn1$, $y > y_c$, se encuentra en la zona 1, luego el perfil del tramo 1 es una curva *S1*, Ya esto se manifestó anteriormente.

- Tramo2

Como $y_{n2} = 0.6824m > y_c = 0.4721m$, se genera una curva *M*.
Como $y > y_c$, $y < y_{n2}$, se encuentra en la zona 2, luego el perfil del tramo 2 es una *M2*.

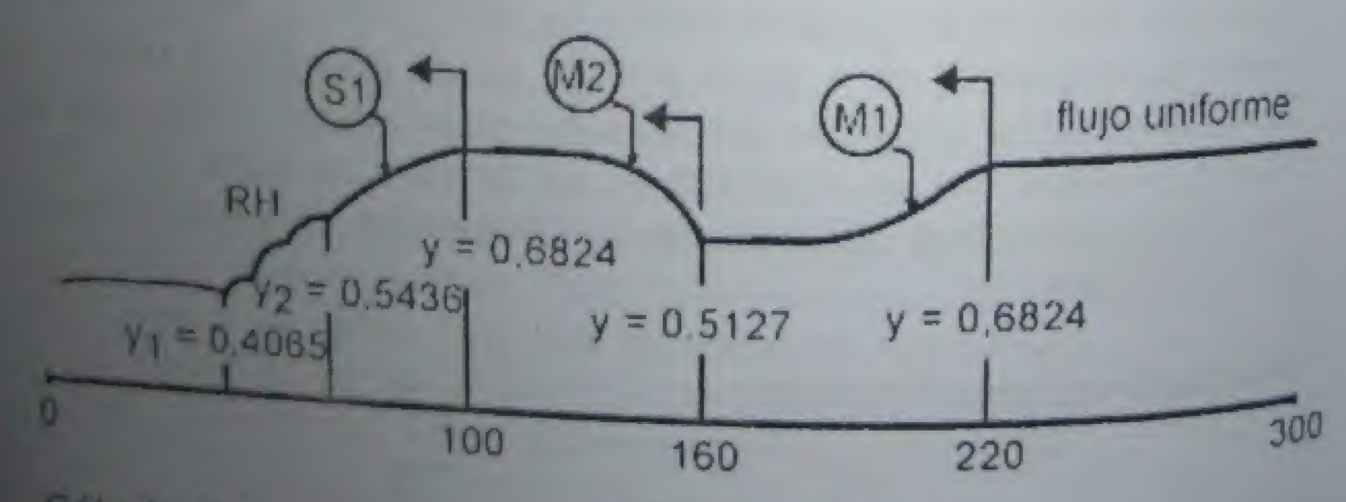
- Tramo 3

Como $y_{n3} = 0.5127m > y_c = 0.4721m$, se genera una curva *M*.
Como $y > y_{n3}$, $y > y_c$, se encuentra en la zona 1, luego el perfil del tramo 3 es una *M1*.

- Tramo 4

En este tramo, se produce un flujo uniforme

Un esquema con las curvas que se presentan en el perfil longitudinal, es:



Cálculo del perfil

4. Cálculo de la longitud del resalto

De la ecuación de Sieñchin, se tiene:

$$L_R = 10.6\ (y_2 - y_1)$$

$$L_R = 10.6\ (0.5436 - 0.4065)$$

$L_n = 1.4533\text{m}$

5 Cálculo de la curva $S1$

$y_i = 0.6824$

$y_f = y_2 = 0.5436$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para 3 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.5436 - 0.6824}{3}$$

$\Delta y = -0.0463$

Los datos del problema para el método de Bakhmeteff se muestran en la figura 90.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Tirante normal (yn):	0.4065	m
Tirante crítico (yc):	0.4721	m
Tirante inicial (y1):	0.6824	m
Tirante final (y2):	0.5436	m
Número de tramos (nt) :	3	

Figura 90. Datos de la curva S1 para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 66 y los resultados finales en la tabla 67.

Tabla 66. Resultados parciales de la curva S1, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.5855 Valor de M = 3.4206 Valor de J = 3.0779

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.6824	1.6787	1.8284	0.1087	0.1469	180.9359	0
0.6361	1.5649	1.6848	0.1333	0.1779	171.3803	9.56
0.5899	1.4511	1.5430	0.1674	0.2204	162.5327	18.4
0.5436	1.3373	1.4029	0.2176	0.2822	154.8508	26.09

Tabla 67. Resultados finales de la curva S1, usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.6824
9.56	0.6361
18.4	0.5899
26.09	0.5436

6 Cálculo de la curva *M2*

$y_i = 0.5127\text{m}$

$y_f = 0.98\ y_{n2}$

$y_f = 0.98 \times 0.6824 = 0.6688\text{m}$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para 3 tramos se tiene un incremento de:

$$\Delta y = \frac{0.6688 - 0.5127}{3}$$

$\Delta y = 0.0520\text{m}$

Los datos del problema para la curva *M2* por el método de Bakhmeteff se muestran en la figura 91.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Tirante normal (yn):	0.6824	m
Tirante crítico (yc):	0.4721	m
Tirante inicial (y1):	0.5127	m
Tirante final (y2):	0.6688	m
Número de tramos (nt) :	3	

Figura 91. Datos de la curva M2 para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales obtenidos, se muestran en la tabla 68 y los resultados finales en la tabla 69.

Tabla 68. Resultados parciales de la curva M2, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.5726   Valor de M = 3.4071   Valor de J = 3.0652

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.5127	0.7513	0.7166	0.8266	0.7977	20.4319	0
0.5647	0.8276	0.8020	0.9614	0.9488	16.7430	3.69
0.6168	0.9038	0.8888	1.1553	1.1696	5.8866	14.55
0.6688	0.9801	0.9768	1.6246	1.7120	-38.5381	58.97

Tabla 69. Resultados finales de la curva M2, usando el método de Bakhmeteff

x	y
0	0.5127
3.69	0.5647
14.55	0.6168
58.97	0.6688

7. Cálculo de la curva *M1*

$y_i = 0.6824m$

$y_f = 1.02\ y_{n3}$

$y_f = 1.02 \times 0.5127$

$y_f = 0.5230m$

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para 3 tramos se tiene un incremento de:

$$\Delta y = \frac{0.5230 - 0.6824}{3}$$

$\Delta y = 0.0531m$

Los datos del problema para la curva *M1* por el método de Bakhmeteff se muestran en la figura 92.

Datos:

Caudal (Q) :	1.8	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud (Z) :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Tirante normal (yn):	0.5127	m
Tirante crítico (yc):	0.4721	m
Tirante inicial (y1):	0.6824	m
Tirante final (y2):	0.5230	m
Número de tramos (nt) :	3	

Figura 92. Datos de la curva M1 para el método de Bakhmeteff

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 70 y los resultados finales en la tabla 71.

Tabla 70. Resultados parciales de la curva M1, usando el método de Bakhmeteff

Valor de N = 3.5795 Valor de M = 3.4143 Valor de J = 3.0721

y	u = y/yn	$v = u^{N/J}$	F(u,N)	F(v,J)	deltax	x
0.6824	1.3310	1.3954	0.2220	0.2878	166.0309	0.00
0.6293	1.2274	1.2696	0.2965	0.3781	150.6982	15.33
0.5761	1.1237	1.1456	0.4337	0.5422	133.4439	32.59
0.5230	1.0201	1.0234	0.9054	1.0968	105.7277	60.30

Tabla 71. Resultados finales de la curva M1, usando el método de Bakhmeteff

x	y
0.00	0.6824
15.33	0.6293
32.59	0.5761
60.30	0.523

Perfil del eje hidráulico

Un esquema del perfil hidráulico, se muestra en la figura 93.

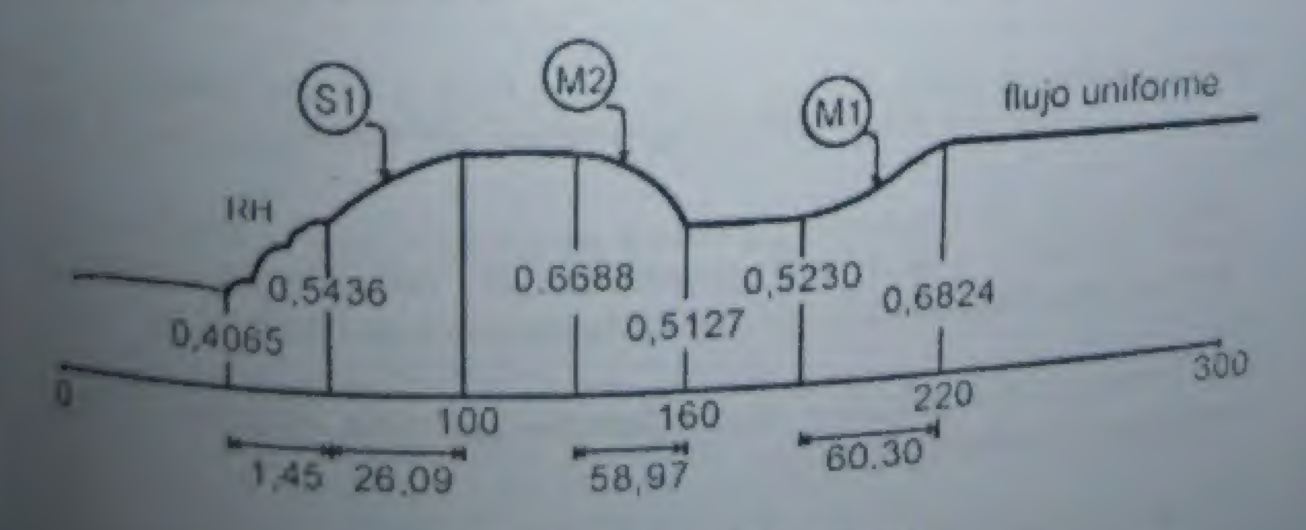


Figura 93. Perfil hidráulico

111. Un canal se diseña de sección trapezoidal, con ancho de solera 1,50 m, talud 1 y debe conducir un caudal de 2 m^3/s.

Este canal está diseñado con una pendiente de 4 ‰ y en cierto tramo de su perfil longitudinal debe atravesar una zona rocosa.

La longitud de esta zona rocosa es de 500 m, pero debido a ciertas fallas en este tramo se debe revestir, manteniendo la misma sección transversal. Las longitudes y coeficientes de rugosidad se muestran en la figura 94.

Se pide:

a. Analizar e indicar la forma del eje hidráulico a lo largo de los 500 m del canal. (Colocar el tipo de curva de remanso).

Figura 94. Perfil longitudinal del canal

Este análisis debe ser producto de cálculos realizados, aplicación y justificación de las consideraciones hidráulicas.

b. Realizar los cálculos correspondientes para obtener el eje hidráulico en estos 500 m.

Para el cálculo de curvas de remanso, definidas en (a), se debe trabajar con 5 tramos, utilizar el método directo por tramos.

Para el cálculo de la longitud del resalto hidráulico, si es que se presenta, debe aplicarse la fórmula de Sieñchin.

Solución

Datos:
b = 1.5 m
Z = 1
Q = 2 m³/s
S = 4‰

Se pide:
a. Análisis del eje hidráulico
b. Cálculo de las curvas de remanso

Análisis del perfil del flujo

1. Cálculo de y_{n1}, y_{n2}, y_{n3}, y_{n4}, y_c

Para el canal trapezoidal con:

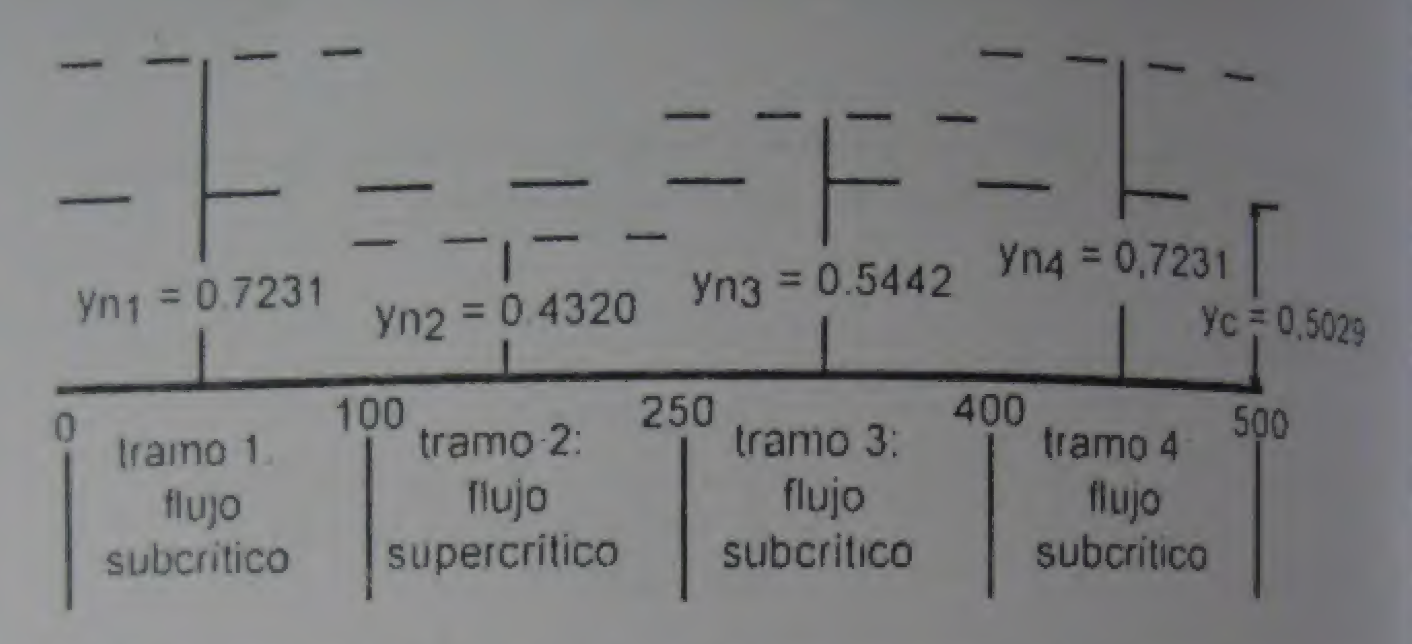
$Q = 2\ m^3/s$
$S = 0.004$
$b = 1.50$ m
$Z = 1$

se tiene $y_c = 0.5029$ m

Para los tramos con $n_1 = n_4 = 0.30$, se tiene: $y_{n1} = y_{n4} = 0.7231$ m produciendo flujo subcrítico.

Para el tramo con $n_2 = 0.012$, se tiene: $y_{n2} = 0.4320$ m produciendo flujo supercrítico.

Para el tramo con $n_3 = 0.018$, se tiene: $y_{n3} = 0.5442$ m, produciendo flujo subcrítico.

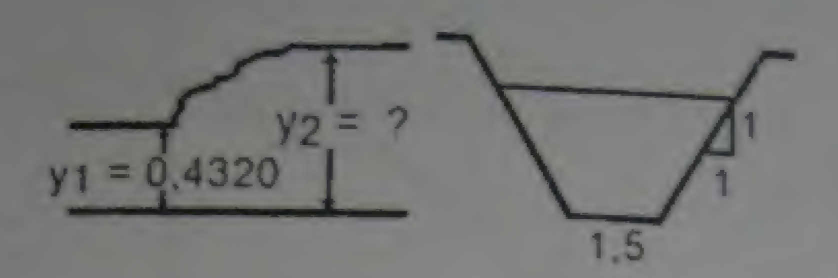


2. De los cálculos realizados, se observa que en los tramos 3 y 4 se produce flujo subcrítico. Pero como en todo flujo subcrítico toda singularidad (en este caso los cambios de rugosidad), crea efectos hacia aguas arriba, en el tramo 4 no hay influencias, por lo que en el tramo 4, se produce el flujo uniforme con $y_{n4} = 0.7231$ m.

En el tramo 3, en la sección localizada a 400 se encuentra una sección de control, con un $y = y_{n4} = 0.7231$. A partir de este punto, el perfil hacia aguas arriba tratará de alcanzar el $y_{n3} = 0.5442$ m. Si la longitud del tramo 3 lo permite en la sección a 250 m se conseguirá tener el y_{n3}.

Como en el tramo 2 hay flujo supercrítico y en el tramo 3 hay flujo subcrítico, se formará el resalto hidráulico, el cual puede ser: claro, barrido o ahogado. Si es de los 2 primeros casos, el resalto se produce en el tramo 3, pero si es ahogado se produce en el segundo tramo.

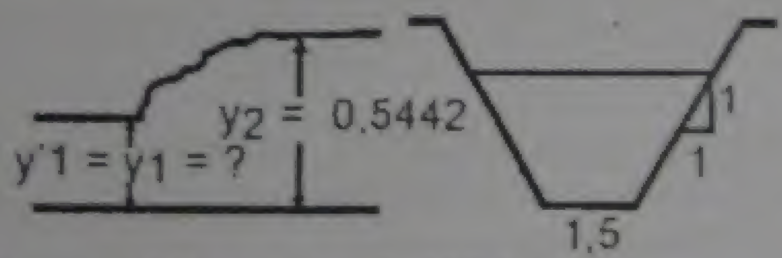
3. Cálculo del y_2 del resalto
Considerando $y_1 = y_{n2} = 0.4320$ m



Para Q = 2 m³, se obtiene y_2 = 0.5801 m.

Como y_2 = 0.5801 m > y_{n3} = 0.5442 m, de acuerdo al MPDC se forma un resalto barrido, ubicado en el tramo 3. Antes del resalto se forma una curva *M*3 que va del $y = y_{n2}$ = 0.4320 m hasta el y1' conjugado menor que debe calcularse con $y_2 = y_{n3}$ = 0.5442m.

4. Cálculo del verdadero y_1 del resalto
Considerando $y_2 = y_{n3}$ = 0.5442 m

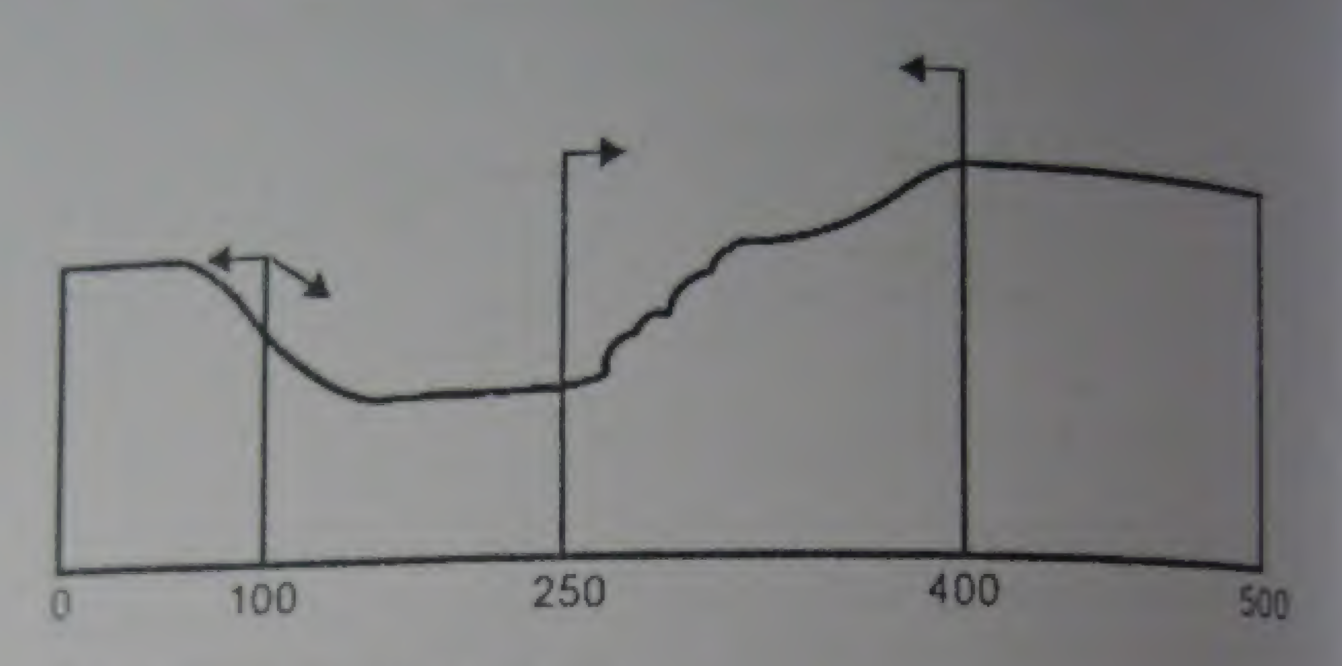


Para Q = 2 m³/s, se obtiene y_1 = 0.4634 m.

5. Cálculo de la longitud del resalto

$L_R = 10.6\ (y_2 - y_1)$
$L_R = 10.6\ (0.5442 - 0.4634)$
$L_R = 0.8565$ m

6. Como en el tramo 1 hay un flujo subcrítico y en el tramo 2 un flujo supercrítico, en la sección localizada a 100m (punto de cambio de rugosidad), se produce el flujo crítico, la cual es una sección de control con $y = y_c$ = 0.5029 m. A partir de este punto, el perfil hacia aguas arriba tratará de alcanzar el y_{n1} = 0.7231m y también a partir de este punto, el perfil hacia aguas abajo tratará de alcanzar el y_{n2} = 0.4320 m. Un esquema del perfil será:



7. Análisis del perfil del flujo

- *Tramo 1*

Como $y_{n1} = 0.7231$ m > $y_c = 0.5029$m, se genera una curva *M*.
Como $y_c = 0.5029 < y < y_{n1} = 0.7231$, se encuentra en la zona 2, luego el perfil del tramo 1, es una *M*2.

- *Tramo 2*

Como $y_{n2} = 0.4320$ m < $y_c = 0.5029$ m, se genera una curva *S*.
Como $y_c = 0.5029 > y > y_{n2} = 0.4320$ m, se encuentra en la zona 2, luego el perfil del tramo 2, es una *S*2.

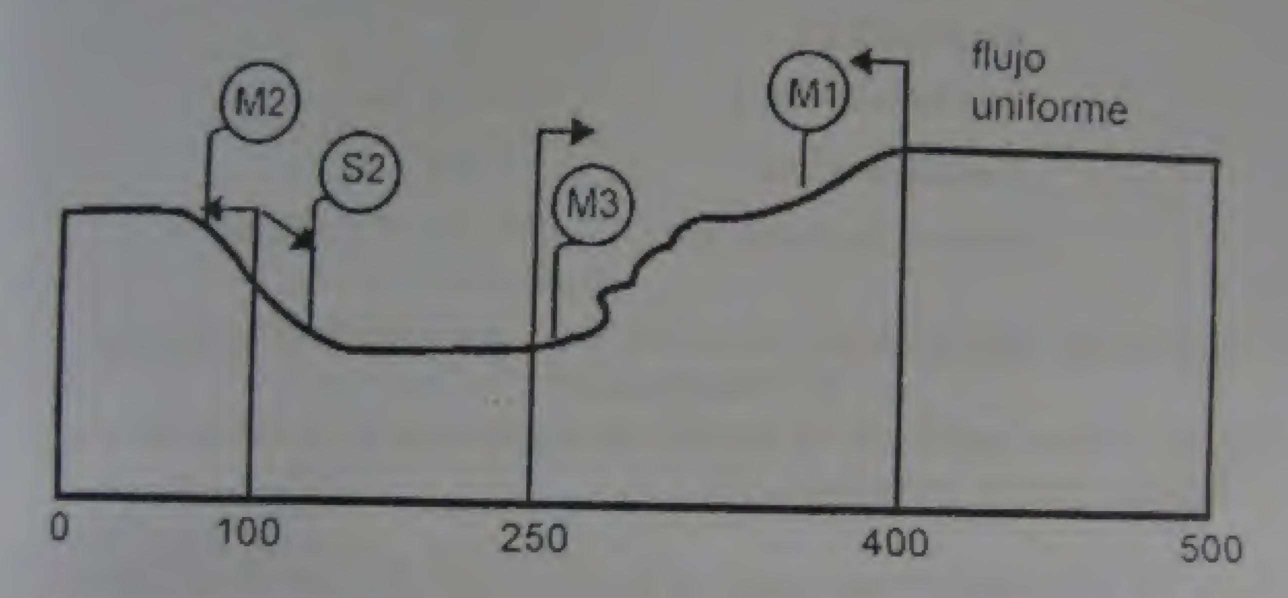
- *Tramo 3*

Como $y_{n3} = 0.5442$ m < $y_c = 0.5029$ m, las curvas que se generan son *Ms*. En este tramo se producen 2 curvas.
Después de la sección localizada a los 250 m se tiene:
$y < y_c = 0.5029$ m, $y < y_{n3} = 0.5442$ m, por lo que la curva se encuentra en la zona 3, luego el perfil al inicio del tramo 3, es una *M*3.

Antes de la sección localizada a los 400 m, se tiene:
$y > y_c = 0.5029$ m, $y > y_{n3} = 0.5442$ m, por lo que la curva se encuentra en la zona 1, luego el perfil al final del tramo 3, es una *M*1.

- Tramo 4
En el tramo 4 se produce un flujo uniforme.

Un esquema con las curvas que se presentan en el perfil longitudinal, es:



Cálculos del perfil
8. Cálculo de la curva *M2*

$y_i = y_c = 0.5029$ m
$y_f = 0.98\ y_{n1}$
$y_f = 0.98 \times 0.7231 = 0.7086$ m

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.7086 - 0.5029}{5}$$

$\Delta y = 0.0411$

Los datos del problema para el método directo por tramos se muestran en la figura 95.

Datos:

Caudal (Q) :	2	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Rugosidad (n) :	0.030	
Tirante inicial (y1):	0.5029	m
Tirante final (y2):	0.7086	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 95. Datos de la curva M2 para el método directo por tramos

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 72 y los resultados finales en la tabla 73.

Tabla 72. Resultados parciales de la curva M2 usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.5029	1.0073	2.9224	0.3447	0.4916	1.9856	0.2009
0.544	1.112	3.0388	0.3659	0.5116	1.7985	0.1649
0.5852	1.2202	3.1551	0.3867	0.5308	1.6391	0.1369
0.6263	1.3318	3.2715	0.4071	0.5493	1.5018	0.1150
0.6675	1.4467	3.3879	0.427	0.5671	1.3825	0.0974
0.7086	1.565	3.5042	0.4466	0.5843	1.2779	0.0832

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
0.7038	---	0.01468	---	---	---	0
0.7089	0.0051	0.01112	0.01290	-0.00890	-0.568	0.57
0.7221	0.0132	0.00858	0.00985	-0.00585	-2.257	2.82
0.7413	0.0192	0.00673	0.00765	-0.00365	-5.243	8.07
0.7649	0.0236	0.00535	0.00604	-0.00204	-11.577	19.65
0.7918	0.0270	0.00431	0.00483	-0.00083	-32.595	52.24

Tabla 73. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0	0.5029
0.57	0.544
2.82	0.5852
8.07	0.6263
19.65	0.6675
52.24	0.7086

9. Cálculo de la curva *S2*

$y_i = y_c = 0.5029$ m

$y_f = 1.02\ y_{n2}$

$y_f = 1.02 \times 0.4320 = 0.4406$ m.

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.4406 - 0.5029}{5}$$

$\Delta y = -0.0125$

Los datos del problema para el método directo por tramos se muestran en la figura 96.

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 74 y los finales en la tabla 75.

Datos:

Caudal (Q) :	2	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Rugosidad (n) :	0.012	
Tirante inicial (y1):	0.5029	m
Tirante final (y2):	0.4406	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 96. Datos de la curva S2 para el método directo por tramos

Tabla 74. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.5029	1.0073	2.9224	0.3447	0.4916	1.9856	0.2009
0.4904	0.9762	2.8872	0.3381	0.4853	2.0488	0.2139
0.478	0.9454	2.8519	0.3315	0.479	2.1154	0.2281
0.4655	0.915	2.8167	0.3248	0.4726	2.1858	0.2435
0.4531	0.8849	2.7814	0.3181	0.466	2.2603	0.2604
0.4406	0.855	2.7462	0.3113	0.4594	2.3391	0.2789

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
0.7038	---	0.00235	---	---	---	0
0.7044	0.0005	0.00257	0.00246	0.00154	0.346	0.35
0.7061	0.0017	0.00281	0.00269	0.00131	1.284	1.63
0.709	0.0030	0.00308	0.00294	0.00106	2.816	4.45
0.7134	0.0044	0.00339	0.00323	0.00077	5.758	10.20
0.7195	0.0060	0.00373	0.00356	0.00044	13.705	23.91

Tabla 75. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0	0.5029
0.35	0.4904
1.63	0.478
4.45	0.4655
10.2	0.4531
23.91	0.4406

10. Cálculo de la curva *M3*

$y_i = y_{n2} = 0.4320$ m

$y_i = y_1 = 0.4634$ m

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.4634 - 0.4320}{5}$$

$\Delta y = 0.0063$ m

Los datos del problema para el método directo por tramos, se muestran en la figura 97.

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 76 y los finales en la tabla 77.

Datos:

Caudal (Q) :	2	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Rugosidad (n) :	0.018	
Tirante inicial (y1):	0.4320	m
Tirante final (y2):	0.4634	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 97. Datos de la curva M3 para el método directo por tramos

Tabla 76. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.432	0.8346	2.7219	0.3066	0.4547	2.3963	0.2927
0.4383	0.8495	2.7396	0.3101	0.4581	2.3543	0.2825
0.4446	0.8645	2.7574	0.3135	0.4615	2.3135	0.2728
0.4508	0.8795	2.7752	0.3169	0.4648	2.2740	0.2636
0.4571	0.8946	2.7929	0.3203	0.4682	2.2355	0.2547
0.4634	0.9098	2.8107	0.3237	0.4714	2.1982	0.2463

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
0.7247	---	0.009	---	---	---	0
0.7206	-0.0039	0.00856	0.00878	-0.00478	0.814	0.81
0.7174	-0.0034	0.00814	0.00835	-0.00435	0.785	1.60
0.7144	-0.0030	0.00775	0.00795	-0.00395	0.753	2.35
0.7118	-0.0026	0.00739	0.00757	-0.00357	0.715	3.07
0.7097	-0.0022	0.00704	0.00722	-0.00322	0.672	3.74

Tabla 77. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0.00	0.432
0.81	0.4383
1.60	0.4446
2.35	0.4508
3.07	0.4571
3.74	0.4634

11. Cálculo de la curva *M1*

$y_i = y_{n4} = 0.7231$ m

$y_f = 1.02\ y_{n3}$

$y_f = 1.02 \times 0.5442$

$y_f = 0.5551$ m

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para 5 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.5551 - 0.7231}{5}$$

$\Delta y = -0.0336$ m

Los datos del problema para el método directo por tramos, se muestran en la figura 98.

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 78 y los finales en la tabla 79.

Datos:

Caudal (Q) :	2	m3/s
Ancho de solera (b) :	1.5	m
Talud Z :	1	
Pendiente (S) :	0.004	
Rugosidad (n) :	0.030	
Tirante inicial (y1):	0.7231	m
Tirante final (y2):	0.5551	m
Número de tramos (nt) :	5	

Figura 98. Datos de la curva M1 para el método directo por tramos

Tabla 78. Resultados parciales usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.7231	1.6075	3.5452	0.4534	0.5902	1.2441	0.0789
0.6895	1.5097	3.4502	0.4376	0.5764	1.3248	0.0895
0.6559	1.4141	3.3552	0.4215	0.5621	1.4144	0.1020
0.6223	1.3207	3.2601	0.4051	0.5475	1.5143	0.1169
0.5887	1.2296	3.1651	0.3885	0.5324	1.6265	0.1348
0.5551	1.1408	3.0701	0.3716	0.5169	1.7532	0.1567

E	deltaE	So	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
0.802	---	0.004	---	---	---	0
0.779	-0.0230	0.00476	0.00438	-0.00038	61.0870	61.09
0.7579	-0.0211	0.0057	0.00523	-0.00123	17.2000	78.29
0.7392	-0.0187	0.00689	0.00629	-0.00229	8.1510	86.44
0.7235	-0.0156	0.0084	0.00764	-0.00364	4.2940	90.73
0.7118	-0.0118	0.01036	0.00938	-0.00538	2.1910	92.92

Tabla 79. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0	0.7231
61.09	0.6895
78.29	0.6559
86.44	0.6223
90.73	0.5887
92.92	0.5551

Perfil del eje hidráulico

Un esquema del perfil hidráulico, se muestra en la figura 99.

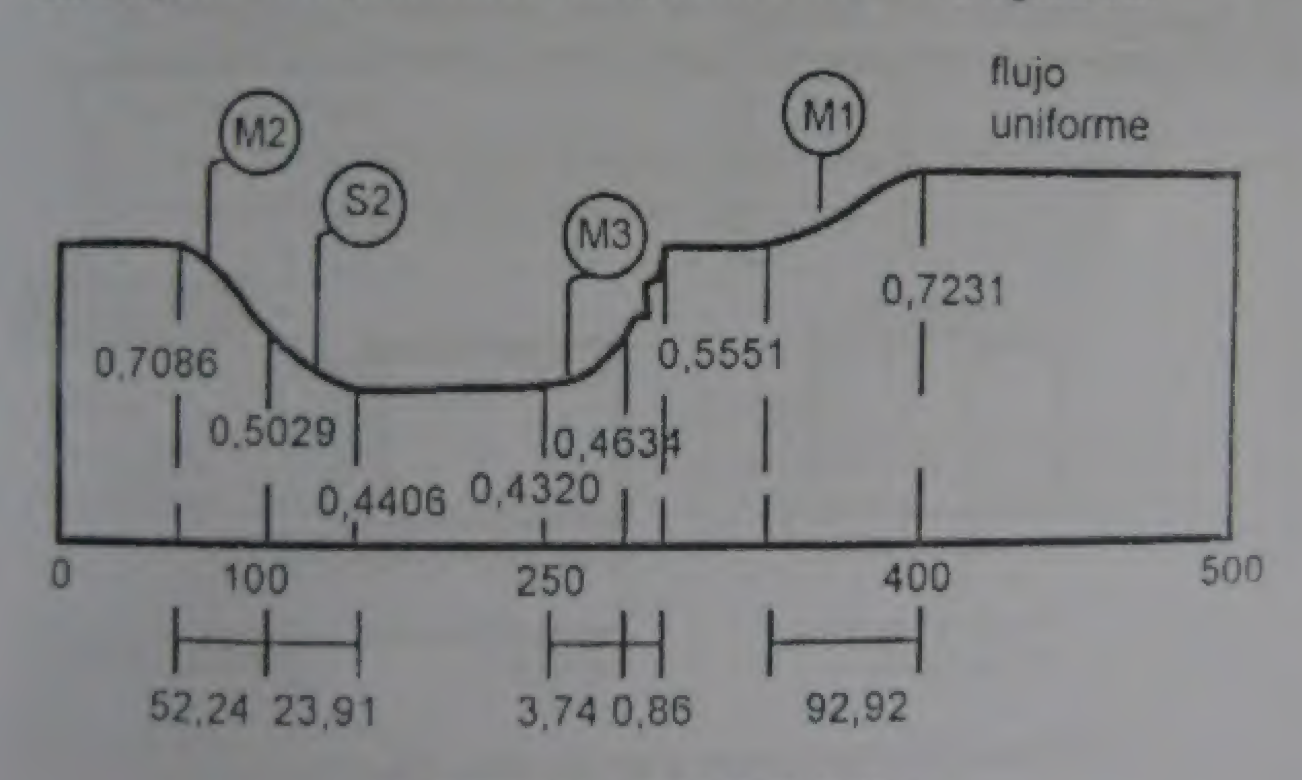


Figura 99. Perfil hidráulico

110. En la obra de toma, cuya geometría se muestra en la figura 100, las extracciones desde el embalse se controlan mediante 2 compuertas de servicio que obturan 2 orificios de 1 m de ancho cada uno (ver detalle en la figura) y dentro del intervalo de niveles indicados. El túnel es de sección rectangular de ancho

de solera b = 2,65 m y altura 2,50 m, revestido de concreto, n = 0,015.

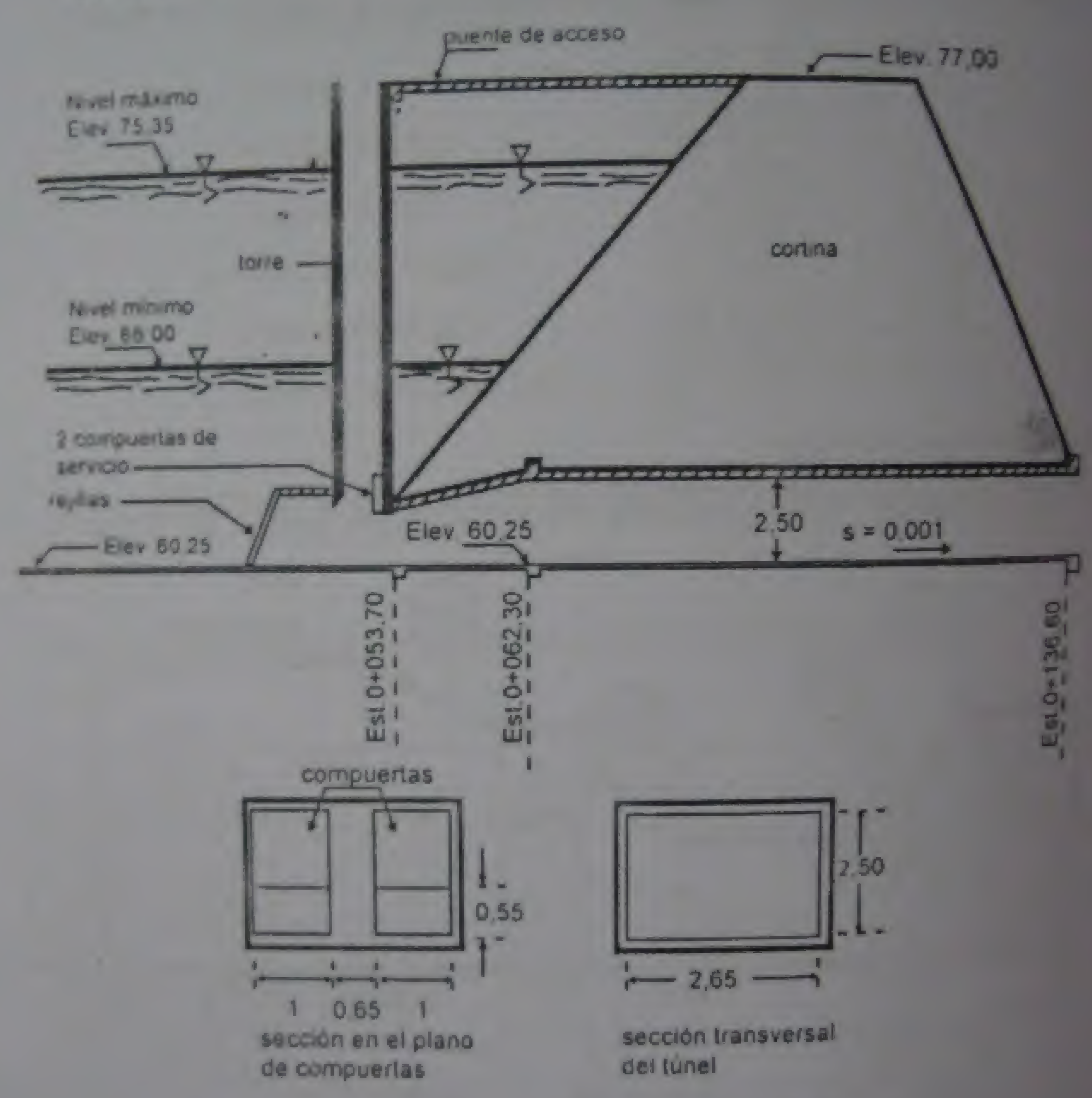


Figura 100. Geometría de la obra de toma

Suponiendo despreciable la pérdida de energía en la rejilla y que la descarga se produce en forma libre hacia el túnel, se pide para el nivel máximo en el embalse y para una abertura de las compuertas de 0,55 m:

a. Analizar e indicar la forma del eje hidráulico dentro del túnel.

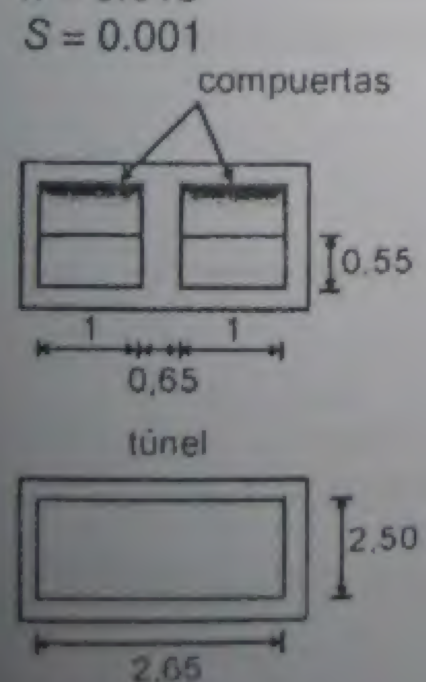
Este análisis debe ser producto de cálculos realizados, aplicación y justificación de las consideraciones hidráulicas.

b. Realizar los cálculos correspondientes en forma detallada y ordenada, para obtener el eje hidráulico dentro del túnel, empezando desde la compuerta hacia aguas abajo.

Sugerencias:
1. Para el cálculo desde la sección contraída hasta donde se inicia el túnel (estación 0 + 062,30) con sección rectangular usar el método de tramos fijos (trabajar con solo esos puntos).
2. Para el cálculo de la(s) curva(s) de remanso dentro del túnel de sección rectangular usar el proceso del método directo por tramos (trabajar con solo 5 puntos incluidos los extremos, es decir 4 tramos).
3. Para el cálculo de la longitud del resalto hidráulico, si es que se presenta usar la fórmula de Sieñchin.

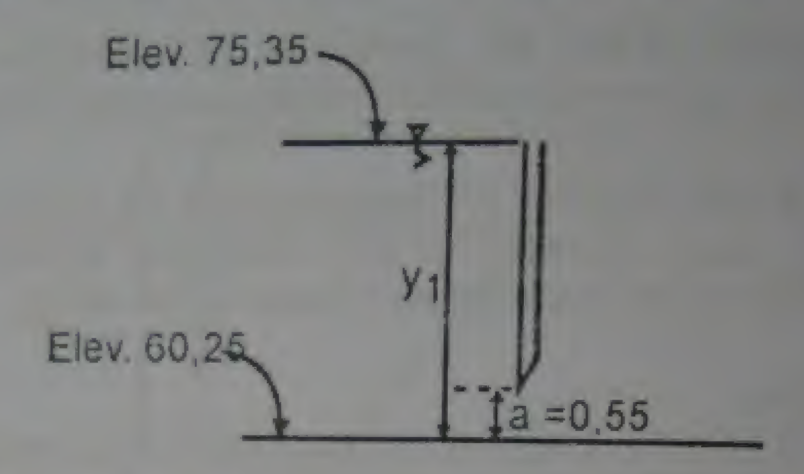
Solución

Datos:
$n = 0.015$
$S = 0.001$



Se pide:
a. Análisis del eje hidráulico
b. Cálculo del eje hidráulico

1. Cálculo de la carga aguas arriba de la compuerta



$y_1 = 75.36 - 60.25$
$y_1 = 15.10$ m

2. Cálculo de C_d

$$\frac{y_1}{a} = \frac{15.10}{0.55} = 27.45$$

De la figura 6.10 del MPDC para $y_1/a = 27.45$ el coeficiente de descarga se aproxima a:
$C_d = 0.60$

3. Cálculo del caudal descargado por las 2 compuertas
Del MPDC, para las 2 compuertas, el caudal descargado, es:

$$Q = 2C_d ab\sqrt{2gy_1}$$

donde:

$C_d = 0.6$
$a = 0.55$
$b = 1$
$y_1 = 15.10$

luego:

$$Q = 2\times0.6\times0.55\times1\sqrt{19.62\times15.10}$$
$Q = 11.36$ m³/s

4. Cálculo del C_v

De la ecuación de C_v, del MPDC, se tiene:

$$Cv = 0.960 + 0.0979\,\frac{a}{y_1}$$

$$Cv = 0.960 + 0.0979 \times \frac{0.55}{15.10}$$

Cv = 0.9636

5. Cálculo de C_c

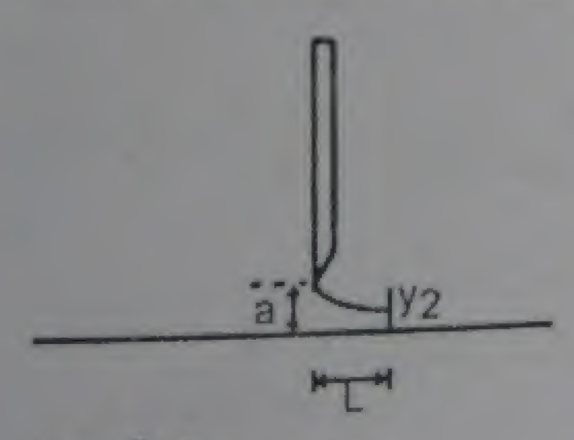
Del MPDC, la ecuación de C_c, es:

$$Cc = \frac{a}{2y_1}\left(\frac{Cd}{Cv}\right)^2 + \sqrt{\left[\frac{a}{2y_1}\left(\frac{Cd}{Cv}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{Cd}{Cv}\right)^2}$$

$$Cc = \frac{0.55}{2\times 15.10}\left(\frac{0.60}{0.9636}\right)^2 + \sqrt{\left[\frac{0.55}{2\times 15.10}\left(\frac{0.60}{0.9636}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{0.60}{0.9636}\right)^2}$$

$C_c = 0.6298$

6. Cálculo del tirante de la vena contraída



$y_2 = C_c\, a$

$y_2 = 0.6298 \times 0.55$

$y_2 = 0.3464$ m

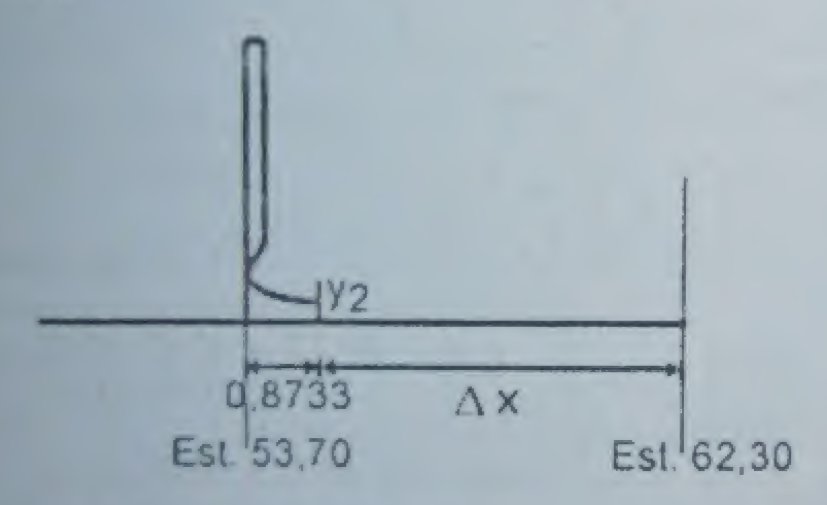
7. Cálculo de la longitud de la vena contraída

$$L = \frac{a}{C_c}$$

$$L = \frac{0.55}{0.6298}$$

$L = 0.8733$ m

8. Cálculo del Δx (distancia desde la vena contraída hasta el inicio del túnel)



$\Delta x = 62.30 - 53.70 - 0.8733$

$\Delta x = 7.7267 \approx 7.73$ m

Análisis del eje hidráulico

9. Cálculo del y_n y y_c en el túnel

Para el túnel de sección rectangular con:

$Q = 11.36$ m³/s

$S = 0.001$

$b = 2.65$

$Z = 0$

$n = 0.015$

se tiene:

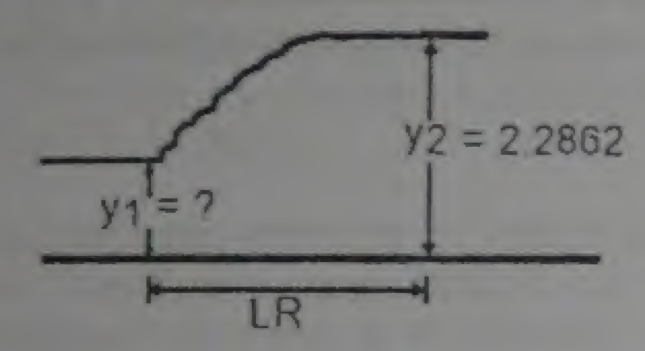
$y_c = 1.2327$ m (para antes del túnel, como la sección transversal es la misma, también tendrá el mismo y_c)

$y_n = 2.2862$ m, produciendo flujo subcrítico

10. Como el y_r de la vena contraída, $y_r = y_2 = 0.3464$ m < y_c = 1.2327 m, el flujo es supercrítico. Pero como en el túnel en algún lugar de él, el régimen es subcrítico, se debe producir el resalto hidráulico.

Como el flujo en el túnel se debe estabilizar después que se produce el resalto hidráulico, se tiene:

$y_2 = y_n = 2.2862$ m



De la ecuación del resalto hidráulico para una sección rectangular, se tiene:

$$y_1 = -\frac{y_2}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_2} + \frac{y_2^2}{2}}$$

donde:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{11.36}{2.65} = 4.2868$$

luego:

$$y_1 = -\frac{2.2862}{2} + \sqrt{\frac{2 \times 4.2868^2}{9.81 \times 2.2862} + \frac{2.2862^2}{2}}$$

$y_1 = 0.5731$ m

De la ecuación de Sieñchin, la longitud del resalto, es:

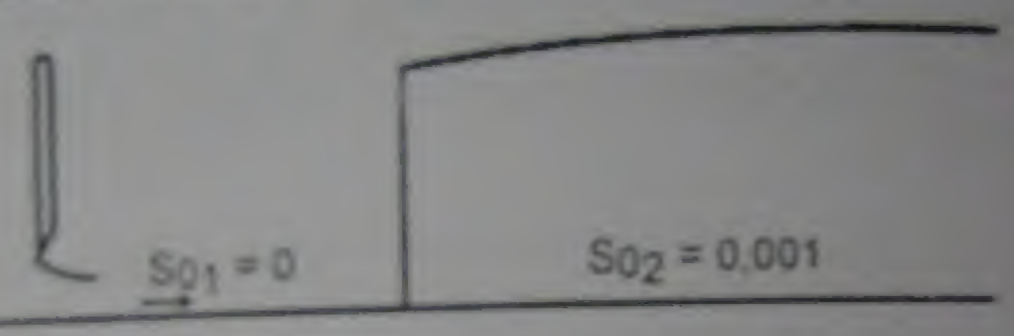
$L_R = 5\ (y_2 - y_1)$

$L_R = 5\ (2.2862 - 0.5731)$

$L_R = 8.5655$ m

11. Análisis

Tramo antes del túnel



Como la pendiente es $S_0 = 0$, se forma una curva *H*.
Como $y < y_c = 1.2327$ m $< y_n = \infty$, la curva se genera en la zona 3, luego la curva es una *H3*.

Tramo en el túnel

Como $y_n = 2.2862$ m $> y_c = 1.2327$ m, se forma una curva *M*.
Como $y < y_c = 1.2327$ m $< y_n = 2.2862$ m, se genera en la zona 3, luego la curva es una *M3*. Después de la curva *M3*, se produce el resalto hidráulico.

12. Cálculo de la curva *H3*

$y_1 = y_i = 0.3464$ m



Para el método directo por tramos, se tiene:

$$C = S_o\Delta x + y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} - \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2}\left(\frac{P_1^2}{A_1^5}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \ldots (1)$$

$$f(y_2) = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} + \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2}\left(\frac{p_2^2}{A_2^5}\right)^{\frac{2}{3}} = C \quad \dots (2)$$

donde:

$S_0 = 0$
$\Delta x = 7.73$ (+ si los cálculos se realizan hacia aguas abajo)
$n = 0.015$
$Q = 11.36$ m³/s
$A_1 = 2.65 \times 0.3464 = 0.9180$ m²
$p_1 = 2.65 + 2 \times 0.3464 = 3.3428$ m

luego de (1), se tiene:

$$C = 0 \times 7.73 + 0.3464 + \frac{11.36^2}{19.62 \times 0.9180^2} - \frac{7.73 \times 11.36^2 \times 0.015^2}{2}\left(\frac{3.3428^2}{0.9180^5}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$C = 7.4054$

también:

$A_2 = 2.65\, y_2$
$p_2 = 2.65 + 2\, y_2$

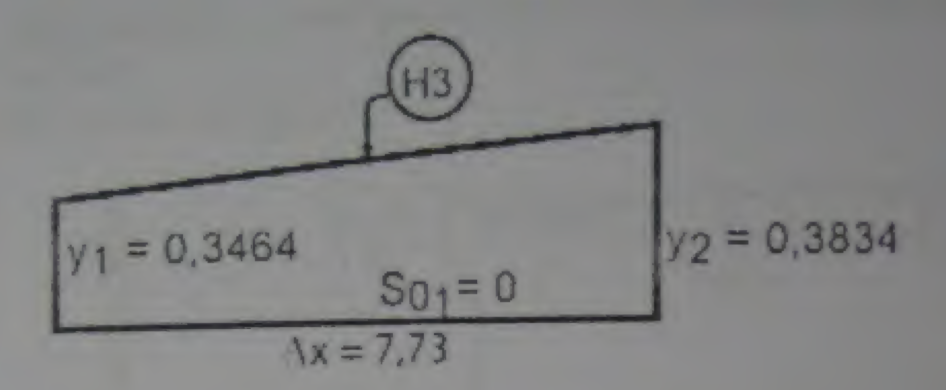
luego de (2), se tiene:

$$f(y_2) = y_2 + \frac{11.36^2}{19.62(2.65y_2)} + \frac{7.73 \times 11.36^2 \times 0.015^2}{2}\left(\frac{(2.65 + 2y_2)^2}{2.65^5 y_2^5}\right)^{\frac{2}{3}} = 7.4054$$

$$f(y_2) = y_2 + \frac{2.4821}{y_2} + 0.004358\frac{(2.65 + 2y_2)^{\frac{4}{3}}}{y_2^{\frac{10}{3}}} = 7.4054$$

Resolviendo por tanteos, se tiene:

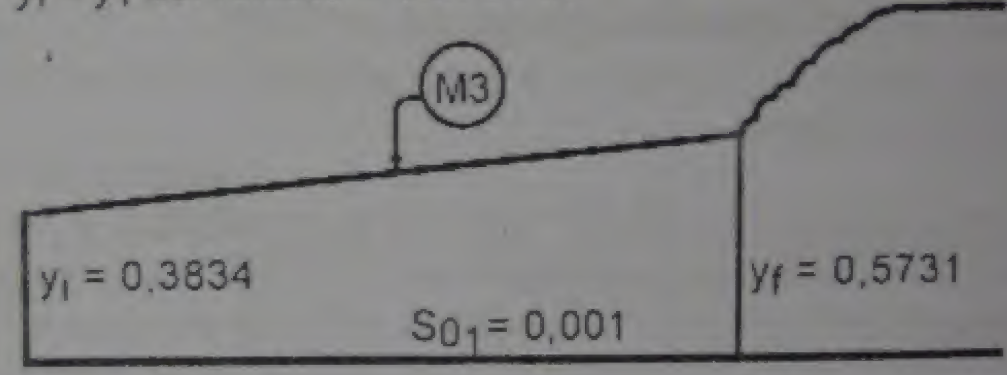
$y_2 = 0.3834$ m



13. Cálculo de la curva *M3*

$y_i = y_2 = 0.3834$ m

$y_f = y_1$ del resalto = 0.5731 m



$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

para los 4 tramos, se tiene:

$$\Delta y = \frac{0.5731 - 0.3834}{4}$$

$$\Delta y = 0.0474 \text{ m}$$

Los datos del problema para el método directo por tramos, se muestran en la figura 101.

Datos:

Caudal (Q) :	11.36	m3/s
Ancho de solera (b) :	2.65	m
Talud Z :	0	
Pendiente (S) :	0.001	
Rugosidad (n) :	0.015	
Tirante inicial (y1):	0.3834	m
Tirante final (y2):	0.5731	m
Número de tramos (nt) :	4	

Figura 101. Datos de la curva M2 para el método directo por tramos

Los resultados parciales obtenidos se muestran en la tabla 80 y los finales en la tabla 81.

Tabla 80. Resultados parciales de la curva M3 usando el método directo por tramos

y	A	p	R	$R^{2/3}$	v	$v^2/2g$
0.3834	1.016	3.4168	0.2974	0.4455	11.1810	6.3718
0.4308	1.1417	3.5117	0.3251	0.4728	9.9502	5.0462
0.4783	1.2674	3.6065	0.3514	0.4980	8.9635	4.0950
0.5257	1.393	3.7014	0.3764	0.5213	8.1548	3.3895
0.5731	1.5187	3.7962	0.4001	0.5429	7.4800	2.8517

E	deltaE	Se	$\overline{Se}$	So-$\overline{Se}$	deltax	x
6.7552	---	0.14172	---	---	---	0
5.477	-1.2782	0.09965	0.12068	-0.11968	10.679	10.68
4.5733	-0.9038	0.0729	0.08627	-0.08527	10.598	21.28
3.9151	-0.6581	0.05506	0.06398	-0.06298	10.45	31.73
3.4248	-0.4903	0.04271	0.04889	-0.04789	10.24	41.97

Tabla 81. Resultados finales usando el método directo por tramos

x	y
0.00	0.3834
10.68	0.4308
21.28	0.4783
31.73	0.5257
41.97	0.5731

Perfil del eje hidráulico

Un esquema del perfil hidráulico, se muestra en la figura102.

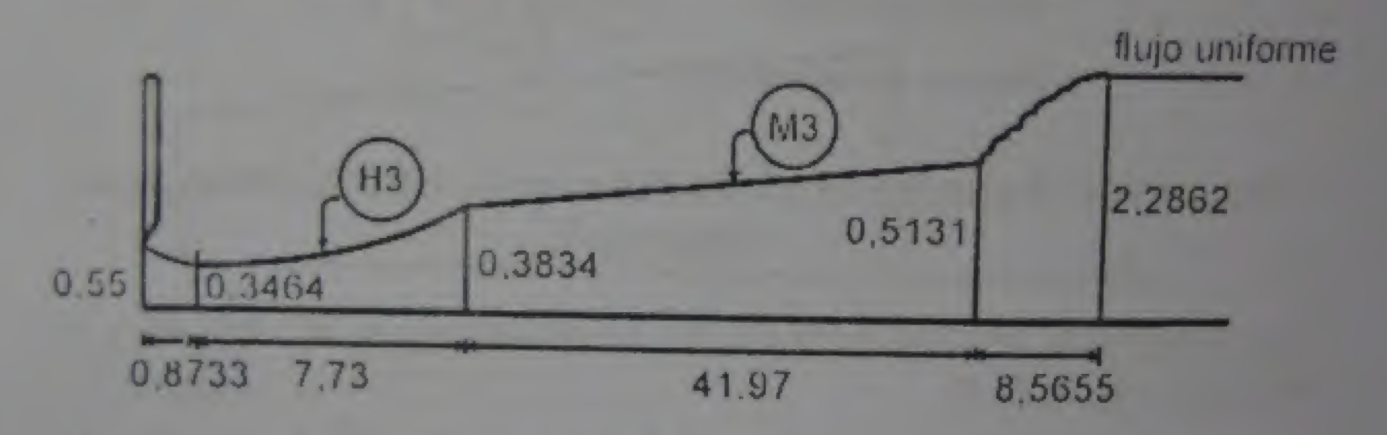


Figura102. Perfil hidráulico



Orificios, compuertas, vertederos

113. Se tiene una piscina como se muestra en la figura 103, la cual tiene un orificio de 0,2 m^2 de sección, situada en el fondo.

Se quiere efectuar la limpieza de la piscina por lo cual se le pide calcular el tiempo que se necesita para vaciar la misma. Considerar que el coeficiente de descarga es 0,62.

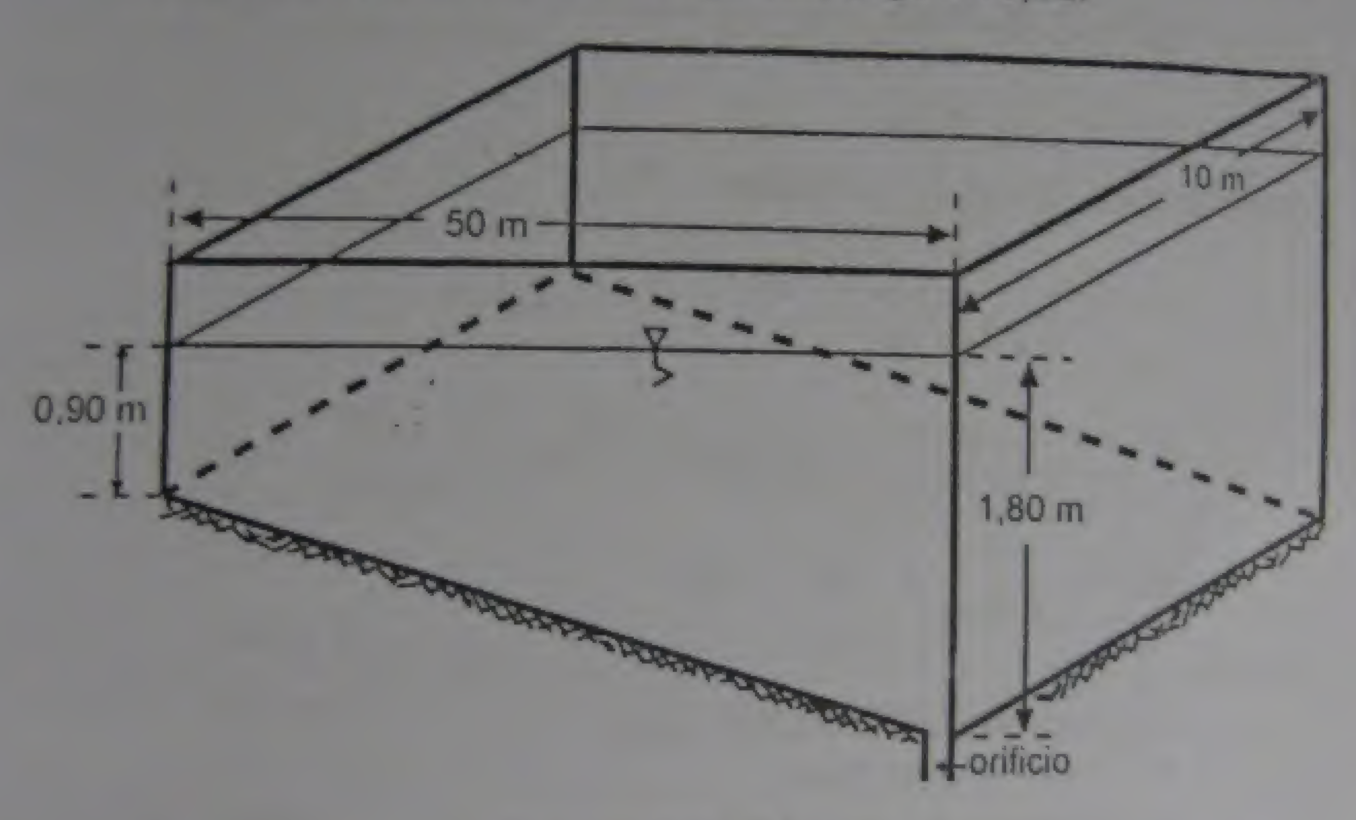


Figura 103. Piscina

Solución

Datos:
$C_d = 0.62$
$A_0 = 0.2\ m^2$

Se pide:
Tiempo necesario para vaciar la piscina

1. El volumen para un *dt* es:

$Qdt = -A\ dh$ (el signo – se debe a que en el vaciado *h* disminuye conforme aumenta el tiempo *t*)

$$dt = -\frac{A}{Q}dh \ldots (1)$$

donde:

A = proyección en el plano horizontal de la piscina

De la ecuación del orificio, se tiene:

$$Q = C_d A_0 \sqrt{2gh}$$

$$Q = C_d A_0 \sqrt{2g}\, h^{\frac{1}{2}} \ \ldots (2)$$

Sustituyendo (2) en (1), se tiene:

$$dt = -\frac{A}{C_d A_0 \sqrt{2g}} h^{-\frac{1}{2}} dh$$

$$dt = -\frac{A}{0.62 \times 0.2 \times \sqrt{19.62}} h^{-\frac{1}{2}} dh$$

$$dt = -\frac{A}{0.5493} h^{-\frac{1}{2}} dh \ \ldots (3)$$

Siendo:

A constante si $h \in [0.90, 1.80]$
$A = 10 \times 50 = 500\ m^2$
A variable si $h \in [0, 0.90]$

y su ecuación es:

$A = a + b\,h$

donde los parámetros a y b, se obtienen de:
Si $h = 0 \rightarrow A = 0 \rightarrow a = 0$
Si $h = 0.9 \rightarrow A = 10 \times 50 = 500$

$A = b\,h \ldots (4)$
$500 = b \times 0.9$

$$b = \frac{500}{0.9}$$

Luego de (4), para el intervalo [0, 90], se tiene:

$$A = \frac{500}{0.9}h$$

Integrando la ecuación (3), entre los intervalos indicados, se tiene:

$$\int_t^0 dt = -\int_{0.90}^{1.80} \frac{500}{0.5493} h^{-\frac{1}{2}} dh - \int_0^{0.90} \frac{\frac{500}{0.9}h}{0.5493} h^{-\frac{1}{2}} dh$$

$$t\Big|_t^0 = -\frac{500}{0.5493} \left.\frac{h^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right|_{0.90}^{1.80} - \int_0^{0.9} \frac{500}{0.9 \times 0.5493} h^{\frac{1}{2}} dh$$

$$0 - t = -\frac{500 \times 2}{0.5493}\left(1.80^{\frac{1}{2}} - 0.90^{\frac{1}{2}}\right) - \frac{500}{0.9 \times 0.5493} \left.\frac{h^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right|_0^{0.9}$$

$$t = \frac{500 \times 2}{0.5493}\left(\sqrt{1.80} - \sqrt{0.90}\right) + \frac{500 \times 2}{0.9 \times 0.5493 \times 3}\left(0.9^{\frac{3}{2}}\right)$$

$$t = \frac{1000}{0.5493}\left(\sqrt{1.80} - \sqrt{0.90} + \frac{0.9^{\frac{3}{2}}}{2.7}\right)$$

$t = 1297.0709$ seg

$t = 21$ min 31 seg

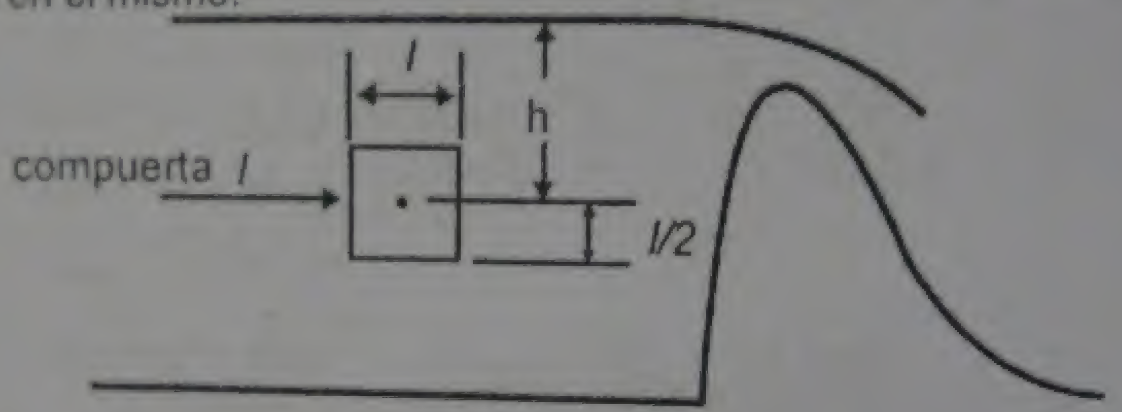
114. Se desea efectuar una derivación de 0,3 m^3/s, del lago del I.T.C.R., a fin de conducir agua a la parcela demostrativa de Ingeniería Agrícola. Indicar la forma de la compuerta, sus dimensiones y la profundidad a la que estaría colocada con respecto al nivel de agua. Presentar sus resultados en un esquema.

Solución

Datos:
$Q = 0.3\ m^3/s$

Se pide:
Forma de la compuerta, dimensiones, profundidad respecto al nivel del agua.

1. El lago tiene un vertedor de demasías, que permite mantener el nivel en el mismo.



La compuerta estará trabajando como un orificio, por lo que la ecuación para el caudal descargado, es:

$$Q = C_d A_0 \sqrt{2gh}$$

donde:

$C_d = 0.60$ (considerando un orificio de pared delgada)
$A_0 = l^2$ (considerando una compuerta cuadrada)

luego, para los datos indicados se tiene:

$$0.3 = 0.60 l^2 \sqrt{19.62} h^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{0.3}{0.60\sqrt{19.62}} = l^2 h^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{19.62}} = l^2 h^{\frac{1}{2}} \quad \dots (1)$$

2. La ecuación (1) es una ecuación que tiene 2 incógnitas por lo que el valor de una, depende de la otra, esto hace que se tengan infinitas soluciones.

Para su solución, se puede asumir un valor de una de las incógnitas, de acuerdo a las condiciones reales (por ejemplo por topografía), y con la ecuación (1) calcular el otro valor.

Despejando h de la ecuación (1), se tiene:

$$h = \frac{1}{4 \times 19.62\, l^4}$$

$$h = \frac{1}{78.48\, l^4} \quad \ldots (2)$$

3. Con la ecuación (2), para diferentes valores de l se tiene:

l	h
0.30	1.5731
0.35	0.8491
0.40	0.4977
0.45	0.3107
0.50	0.2039

4. Dependiendo de la topografía sobre todo del canal que debe derivar el caudal indicado, se puede elegir:

l = 0.40 m, obteniéndose para h = 0.4977 m

5. La profundidad del extremo inferior del orificio (que será la profundidad mínima del canal) con respecto a la superficie del nivel del agua en el lago, es:

$$P = h + \frac{l}{2}$$

$$P = 0.4977 + \frac{0.4}{2}$$

$P = 0.6977$ m

∴ La forma de la compuerta es un cuadrado de lado 0.40 m y colocada a una profundidad de 0.6977 m ≈ 0.70 m, un esquema de la misma se muestra en la figura 104.

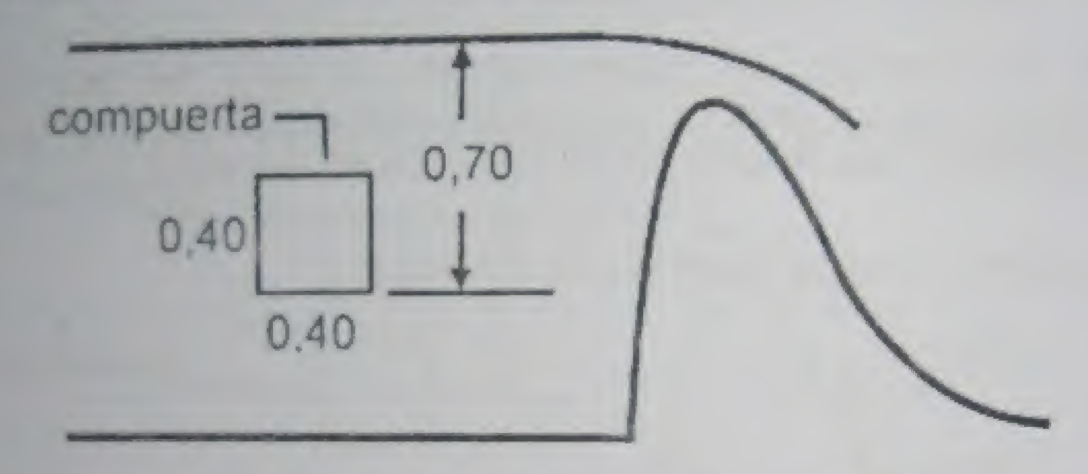


Figura 104. Esquema de la compuerta

115. En un caudal rectangular de 1.20m que conduce un caudal de 0.6m³/s se instala una placa de aristas vivas como la mostrada en la figura 105, lo que da lugar a una compuerta y a un vertedero. Si la placa tiene 0.75m de alto, calcular la abertura de la compuerta ***a*** para que la compuerta y el vertedero descarguen el mismo caudal.

Suponer que el coeficiente de descarga de la compuerta es $C_d = 0.60$.

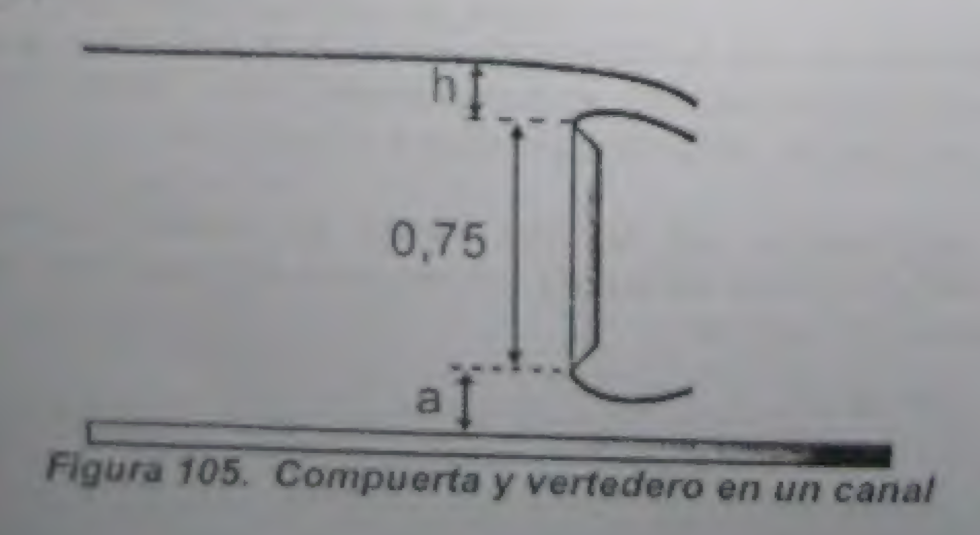


Figura 105. Compuerta y vertedero en un canal

Solución

Datos:
$b = 2$ m
$Qv = 0.30$ m^3/s
$Qc = 0.30$ m^3/s
$Cd = 0.60$

Se pide:
Calcular la abertura de la compuerta ***a***

1. Cálculo de la carga *h* sobre el vertedero
De la ecuación de Francis, para un vertedero rectangular de cresta aguda, sin contracciones, se tiene:

$$Qv = 1.84 L h^{\frac{3}{2}} \quad \ldots (1)$$

donde:

$Qv = 0.30$m^3/s
$L = b = 1.2$m

De la ecuación (1), se tiene:

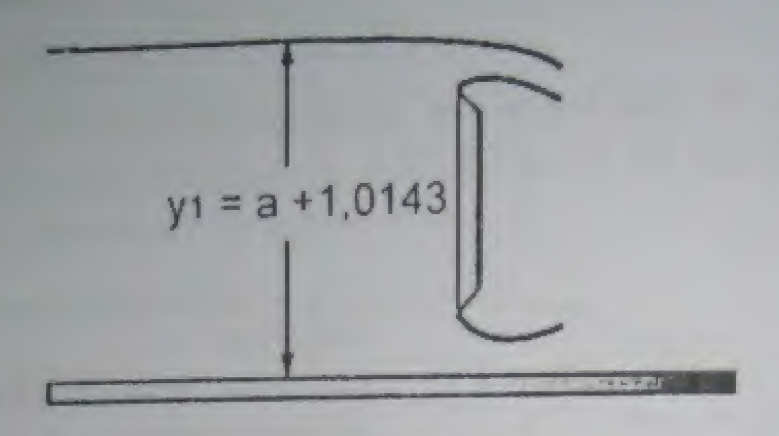
$$h = \left(\frac{Qv}{1.84L}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$h = \left(\frac{0.30}{1.84 \times 1.2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$h = 0.2643\text{m}$$

2. El tirante aguas arriba de la compuerta es:

$y_1 = a + 0.75 + h = a + 0.75 + 0.2643$
$y_1 = a + 1.0143$



3- De la ecuación de la descarga en la compuerta, se tiene:

$$Qc = C_d \; ba\sqrt{2gy_1} \quad \ldots (2)$$

donde:

$Q_c = 0.30 m^3/s$
$C_d = 0.60$
$b = 1.20$

4. Sustituyendo valores en (2), resulta:

$$0.30 = 0.60 \times 1.20a\sqrt{19.62(a + 1.0143)}$$

$$a\sqrt{a+1.0143} = \frac{0.30}{\sqrt{0.60 \times 1.20 \times \sqrt{19.62}}}$$

$$a\sqrt{a+1.0143} = 0.094067$$

5- Resolviendo por tanteos, se obtiene:

$a = 0.0895$ m

Otras publicaciones del autor

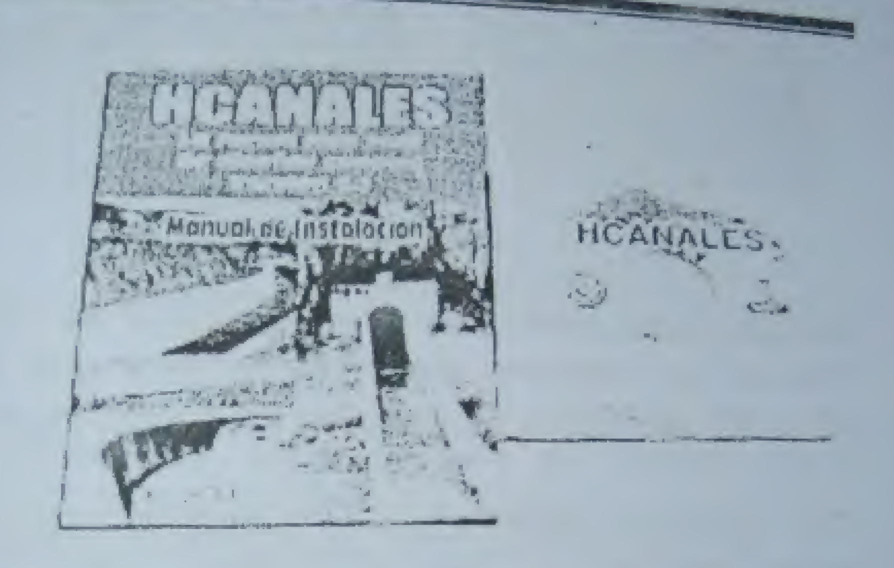
1. *Algebra: Curso Teórico-Práctico*, Tomo I, 480 págs., Editorial Hozlo. Lima-Perú. 1976.
2. *Algebra: Curso Teórico-Práctico*, Tomo II, 500 págs., Editorial Hozlo. Lima-Perú. 1976.
3. *Manual de Uso de Regla de Cálculo para el Diseño de Sistemas de Riego por Aspersión*, 35 págs. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 1979.
4. *Riego por Aspersión*, 100 págs. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago-Costa Rica. 1980.
5. *Apuntes de Clase N°1 del Curso de Riego y Drenaje II: Drenaje Superficial, Principios de Flujo de Agua Subterránea*. 92 págs. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago-Costa Rica. 1980.
6. *Estudio de Reconocimiento de los Problemas de Drenaje: en las Áreas Sembradas de Palma; Coto y Quepos, Costa Rica y San Alejo, Honduras.* 230 págs. United Brands Company, Cartago-Costa Rica. 1981.
7. *Diseño de Capacidad de Embalses por el Método Experimental-Teoría del Range*, 350 págs. Universidad Nacional Agraria, La Molina, Lima-Perú. 1983.
8. *Flujo Gradualmente Variado*, 154 págs. Taller de Publicaciones. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago-Costa Rica. 1984.
9. *Programas en Basic para Hidráulica de Canales*, 115 págs. Editorial Pirámide. Lima-Perú. 1988.

10.*Programación en QuickBASIC*. 242 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago-Costa Rica. 1992.
11.*Prototipo HCANALES para Windows*, 79 págs. Centro de Investigaciones en Computación, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 1994.
12.*Hcanales para Windows, Manual del Usuario*. 101 págs. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 1994.
13.*Hidráulica de Canales*. 487 págs. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 1995.
14.*Diseño de una Interfaz para el Desarrollo de Software Educativo en Hidráulica de Canales (SEHIDRAC)*. 117 págs. Departamento de Computación, Programa de Maestría, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 1996.
15.*SEHIDRAC, Software para el aprendizaje de hidráulica de canales: Manual del Usuario*. 40 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 1998.
16.*Desarrollo de Aplicaciones con Visual Basic*. 580 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 1999.
17. *Hcanales la forma más fácil de diseñar canales, Versión 2.1: Manual de Instalación*. 24 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 2000.
18.*Espadren, software para el cálculo de espaciamiento de drenes*: Manual del Usuario 100 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 2001.
19.*Manual Práctico para el Diseño de Canales*: 124 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 2001.
20.*Diseño de Drenaje Asistido por Computadora*. 68 págs. Colegio de Ingenieros Electricistas, Mecánicos e Industriales. San José - Costa Rica. 2002.
21.*Diseño de Estructuras Hidráulicas*. 215 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 2003.

22. *HidroEsta: Manual del Usuario*. 300 págs. Editorial: Centro de Información Tecnológica (CIT), Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago – Costa Rica. 2004.
23. *Hidrología*. 474 pags. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Cartago- Costa Rica. 2004.
24. *Drenaje*. 544 pags. Editorial: Centro de Información Tecnológica (CIT), Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago- Costa Rica. 2004.
25. *Trabajando con Visual Basic 6.0*. 724 págs. Taller de Publicaciones, Instituto Tecnológico de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 2005.
26. *Hidrología Estadística*: 440 págs. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Cartago - Costa Rica. 2006.

Software del autor

Hcanales



Software para el diseño de canales y estructuras hidráulicas, para Windows 95/98/NT/2000/Millenium/XP. Hcanales constituye una herramienta muy poderosa de cálculo, fácil de utilizar que permite:

- Simplificar los cálculos tediosos que se requieren en el diseño de canales y estructuras hidráulicas.
- Realizar simulaciones, variando cualquier parámetro hidráulico como: diferentes condiciones de rugosidad, pendiente, forma y dimensiones del canal.
- Reducir enormemente el tiempo de cálculo.
- Optimizar técnica y económicamente el diseño de un canal.

El sistema permite resolver los problemas más frecuentes que se presentan en el diseño de canales y estructuras hidráulicas, como:

- Calcular el tirante normal
- Calcular el tirante crítico
- Calcular el resalto hidráulico
- Calcular la curva de remanso
- Calcular caudales

para las secciones transversales artificiales de uso común: triangular, rectangular, trapezoidal, parabólica y circular.

Sehidrac

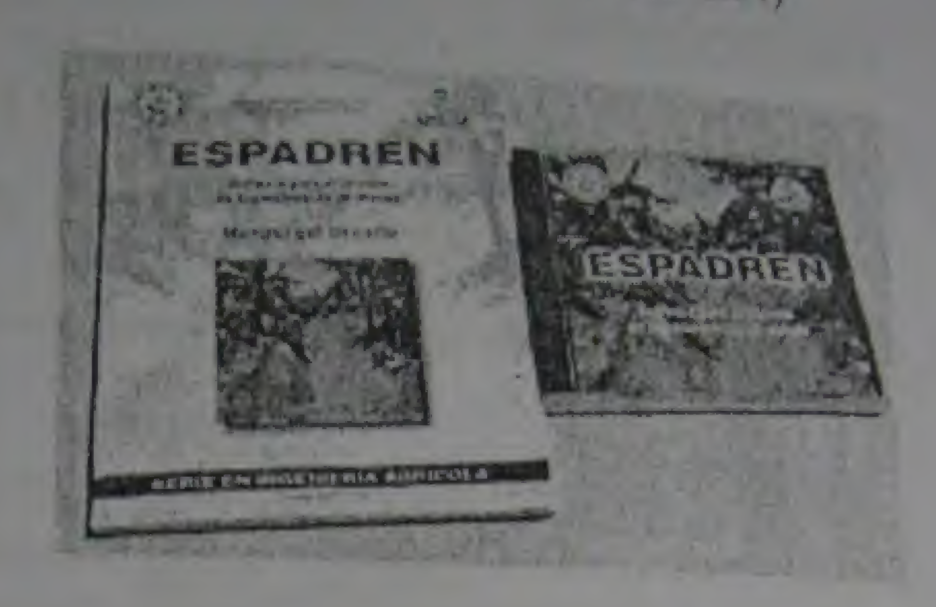


Software educativo para el aprendizaje de hidráulica de canales. Este es un software desarrollado para que los usuarios puedan aprender Hidráulica de Canales utilizando multimedios.

Con el uso de multimedios se amplía la utilización de los sentidos en el aprendizaje, porque permite accesar la información de diferentes formas: animación, sonido, video y texto. De esta manera el usuario interactúa con el sistema en una perspectiva diferente a la que se presente en forma tradicional, percibiendo los conceptos de hidráulica de canales, en forma más real y con mayor estímulo, que si solo lo imaginara a partir de un texto o de una ilustración.

Sehidrac proporciona un estándar de interfaz, para el aprendizaje de hidráulica de canales. Para los usuarios novatos la interfaz incluye botones, barras de desplazamiento, caja de listas, palabras calientes, gráficos, sonidos, videos y ayuda en línea, que permiten la interacción de forma fácil y natural para adquirir los conceptos básicos de hidráulica de canales. Por otro lado, para usuarios expertos, la interfaz permite experimentar con el diseño de canales y obtener los resultados de los cálculos en forma rápida, segura y efectiva. Sehidrac se complementa muy bien para los cálculos con Hcanales.

Espadren



Software para el cálculo de espaciamiento de drenes, para Windows 95/98/NT/2000/Millenium/XP. Este software permite, los cálculos tanto para régimen permanente, utilizando las fórmulas de:

- Donnan
- Hooghoudt
- Dagan
- Ernst

así como para régimen no permanente, utilizando las fórmulas de:

- Glover – Dumm
- Jenab

tanto para drenes con zanjas abiertas, como para con tuberías enterradas. Las alternativas de cálculos, se refieren a suelos homogéneos, como a suelos con dos estratos.

El software permite también el cálculo de la conductividad hidráulica mediante el método de espaciamiento de drenes, y el cálculo del diámetro de las tuberías para régimen no permanente.

HidroEsta



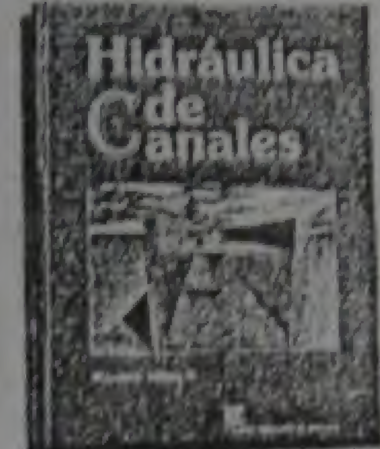
Software para cálculos hidrológicos. HidroEsta, es una herramienta que facilita y simplifica los cálculos laboriosos, y el proceso del análisis de la abundante información que se deben realizar en los estudios hidrológicos.

Este software permite:

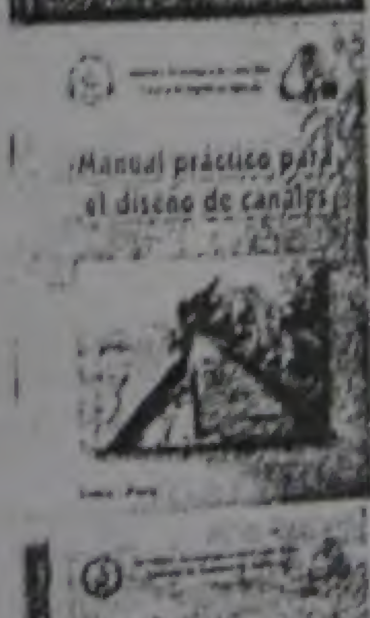
- El cálculo de los parámetros estadísticos, tanto con los momentos tradicionales como con momentos lineales.
- Cálculos de regresión lineal, no lineal, simple y múltiple así como regresión polinomial.
- Evaluar sí una serie de datos se ajustan a una serie de distribuciones: normal, log-normal, gamma, log-Pearson tipo III, Gumbel y log-Gumbel. Si la serie de datos se ajusta a una distribución, permite calcular por ejemplo caudales o precipitaciones de diseño, con un período de retorno dado o con una determinada probabilidad de ocurrencia.
- Calcular a partir de la curva de variación estacional o la curva de duración, eventos de diseño con determinada probabilidad de ocurrencia.
- Los cálculos de aforos realizados con molinetes o correntómetros.
- El cálculo de caudales máximos, con métodos empíricos (racional y Mac Math) y estadísticos (Gumbel y Nash).
- Cálculos de la evapotranspiración con los métodos de Thorthwaite, Blaney-Criddle, Penman y Hargreaves.

Paquete tecnológico en hidráulica de canales del autor

Hidráulica de canales



Manual práctico para el diseño de canales



Diseño de estructuras hidráulicas

Problemas resueltos de hidráulica de canales

Hcanales

Sehidrac

